

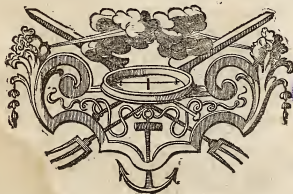




DE LA
MEILLEURE MANIERE
DE MESURER SUR MER
LE CHEMIN
D'UN VAISSEAU,
INDEPENDEMMENT
DES OBSERVATIONS
ASTRONOMIQUES.

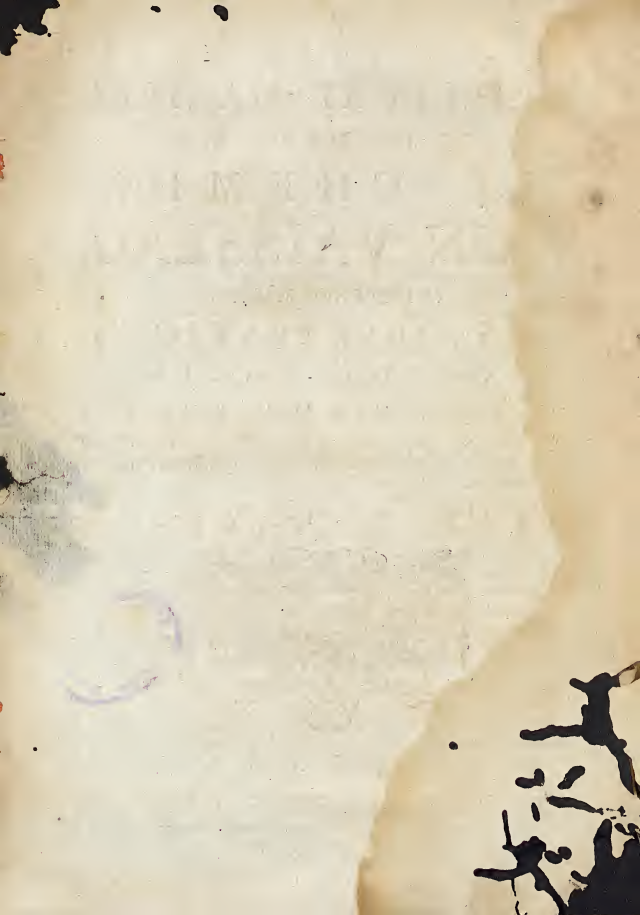
*Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences,
proposé pour l'année 1733, selon la fondation faite par f.
M. ROUILLE DE MESLAY, ancien Conseiller au Parlement.*

Par M. le Marquis POLENI.



À PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXIV.



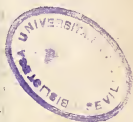


QUANAM POTIORI RATIONE,
NULLIS HABITIS
STELLARUM
OBSERVATIONIBUS,
NAVIGANTES METIRI QUEANT
ITER A NAVI
CONFECTUM.

Aggrediar, non tam perficiundi spe, quàm experiundi
voluntate. *M. T. Cic. in Oratore.*

NEMO reperiri facile poterit, qui vel primoribus (ut in
proverbio est) labris attigerit Navigationis Doctrinam,
qui etiam probe non noverit, in Navigationibus ipsis uti-
lissimam esse itinerum a Navibus confectorum mensuram;

A ij



& ad Navigationis Artem perficiendam, eorundem æstimatorum certiora artificia plurimum posse conferre. Quamobrem bene ac sapienter ab Illustri Præstantissimæque Academia propositum illud est, ut inquiratur; *quanam potiori ratione, nullis habitis stellarum observationibus, Navigantes metiri queant iter a Navi confectum.* Quæ enim ad id vere accommodata aut invenirentur aut perficerentur artificia, non utilia modo forent, verum etiam temporibus omnibus inservirent; sive ubi cælum nubilosum, sive interdiu essent adhibenda.

Præter vero utilitatem, quæ ad commendationem propositæ investigationis plurimum facit, aliæ accedunt duæ causæ, ut illiusmodi propositio plane debeat commendari; quarum una est rei difficultas, agitur enim de mensura, cujus nullum fixum habetur initium, & cujus terminus in navi est, nimirum in vectura a ventis, & a fluctibus agitata, atque obnoxia (ut ita dicam) insidiis ignotorum fluxuum aquæ marinæ. Causa vero altera est scriptorum de hac re penuria; si enim Fournierum, Millietum, paucosque alios excipias, quotus tandem quisque reperietur, qui, de navigatione scribens, propositæ illius mensuræ rationem paullo diligentius attigerit?

Quod si etiam forte appareat, pro re suapte natura nimium implicata, inveniri non posse artificium numeris omnibus præditum atque absolutum, quo res ipsa omnino explicetur, & perficiatur eadem ratione, qua perfectæ in stabili solo mensuræ deprehenduntur; tentandum tamen est conandumque, ut eorum, quæ habentur, artificiorum natura probe noscatur; ut seligantur eorundem utiliores usus, missi vero fiant minus utiles; ut aptioribus illis accedant ea nova artificia, quæ adjici utiliter posse videantur. Quibus omnibus in rebus (nî pessime fallor) non ita quidem speculationibus est indulgendum, ut in primis non attendatur quid in usu difficili, exercitationeque in cursu navium habenda, futurum sit optimæ frugis. Hæc itaque respiciam in Dissertatione hac, quam dividam in partes omnino treis: ac primum de Machinis nonnullis, aquæ cursu aut venti vi agitatæ, ad itinera

Navi confecti mensuram investigandam inventis, verba faciam :
deinde de natura directionis cursus navium ita edisseram, ut
plane aperiam quid mihi videatur illiusmodi cognitio ad finem
propositum facere posse : demum quæ tutiora artificia existi-
mem, quid iisdem adjiciendum opiner, demonstrabo.

P A R S P R I M A.

De Machinis nonnullis, aquæ cursu, aut venti
vi agitatis, quibus itineris Navi confecti
mensura investigatur.

s. I.

*Credibile est, Antiquos non caruisse peculiari aliquo artificio
ad æstimanda seu demetienda Navium itinera.*

PLures Historiæ sunt, quæ nobis plane commonstrent,
nonnullos ex Antiquis in Oceano navigasse, præsertim
vero Ægyptios, Tyriosque per Erythræum Mare cum Indis
commercium exercentes : neque minus Phœnices, qui lon-
giores in Oceano cursus tenere, teste Herodoto Lib. IV.
Melpom. Plinius vero (Hist. Nat. Lib. II. Cap. 67.)
plura tradit de iis, qui Oceanum navigarunt. Hanno (scribit
inter cetera) Carthaginis potentia flore, circumvectus a Ga-
dibus ad finem Arabiæ, navigationem eam prodidit scripto : sicut
ad externa Europæ noscenda missus eodem tempore Himilco. Et
Strabo (Lib. II.) Alexandrinorum Mercatorum classis per
Nilum jam navigans & Arabicum sinum usque ad Indiam,
multo ista nobis, quàm olim fuerant, notiora reddidit. Porro
credibile minime est, hujusmodi navigationibus Antiquos
sepe commisisse, nec tamen necessaria habuisse præsidia ad
dirigendos quò vellent navium cursus ; & ad proxime dig-
noscentas Maris partes, in quibus versarentur, cum in alto
erant : prope enim littora eos non semper navigavisse suadent

tum trajectiones Mediterranci maris & sinuum Oceani, tum necessitas ipsa orta ex tempestatibus atque procellis. Quod si utilissimo pixidis nauticæ præsidio carebant, cujus inventum posterioribus temporibus reservabatur; quis dubitet, illos solis stellarumque observationes, æstimationesque confectorum itinerum adhibuisse, atque ad æstimanda metiendaque itinera ipsa peculiaribus aliquibus artificiis usos esse? Namque talia sunt hujusmodi præsidia, ut eorum necessitas quasi sponte sua Navigantibus illis in mentem venire debuerit. Sed tamen quænam artificia, ut satis illi facerent necessitati, Antiqui invenerint, haud satis constat; nihil enim eorum ad nos, præter pauca & dubia a Vitruvio indicata, pervenit.

s. I I.

Antiqui artem aliquam tradiderant, ad iter, quod navi peractum esset, dimiendum: sed tamen non liquet, eam fuisse, quam in æstimandis Navium itineribus maxime adhiberent.

VITRUVIUS (Lib. X. Cap. 14.) habet hæc: transferatur nunc cogitatus scripturæ ad rationem non inutilem, sed summa solertia a majoribus traditam: qua in via rheda sedentes, vel mari navigantes, scire possimus quot milliaria numero itineris fecerimus. Deinde artificium explicat, quod in rhedæ motu, miliariorum itineris numerum indicaret. Tum vero addit, illud idem artificium in Navigationibus, paucis rebus commutatis, adhibitum fuisse ad navium itinera definienda. Nimirum per Navis parietum latera trajectum fuisse axem, cujus essent extra navem prominentia capita in quæ includerentur rotæ, habentes circa frontes affixas pinnas, aquam tangentes; quæ rotæ, navis motu circumvolutæ, confecta itineris milliaria indicarent.

Si tamen totum illud Vitruvii caput diligentius perpendatur, facile erit intelligere, rationem illam metiendi Navium itinera ita a Vitruvio proponi, ut non ad necessarium præcipuumque navigationis usum ea maxime instituta esse videatur. Idque sane apparet manifestissime præsertim ad

capitis finem, ubi Vitruvius subdit: *quæ artificia, pacatis & sine metu temporibus, ad utilitatem & delectationem paranda, quemadmodum debeant fieri peregrisse videor.* Sed Vitruvius, citato in Libro, *quæ essent principia Machinarum ordinata,* non *quæ essent navigationis principia tradere constituerat.*

S. I I I.

Artificium illud Antiquorum a Vitruvio relatum, ob incommoda quibus afficitur, usui esse non posset.

IN iis rotarum diametrorum mensuris, quæ in Vitruvii Libris leguntur; mendum aliquod inest, quod nemo advertit melius Claudio Perraultio in suis, quas Vitruvii Libris subjecit, observationibus. Qui ibidem etiam notat; incertam esse eam navis itineris metiendi rationem; propterea quod rotæ illæ navis lateribus adjectæ, aquarum impulsu in gyrum actæ, velocitate sua haudquaquam Navis velocitati, ob Machinæ resistantiam proportionem responderent. Præterea vero animadvertere præstabit, jubere Vitruvium, *a rotarum pinnis aquam tangi*; hoc est (ut puto) leviter eas intra aquam immergi: sed tamen eas immergi aliqua haud levi parte necesse foret; atque inde facile fieret, ut varii essent partium aquæ impulsus, pro varia immersionis cujuscunque pinnæ altitudine. Quin etiam, ob nostrarum navium vento actarum agitationem, variasque inclinationes modo in latus unum modo in alterum, rotarum gyri prorsus inæquales redderentur. Accederet insuper, si pinnæ satis magnæ essent satisque immerse, aliqua Navis retardatio: hæcque multo major, si *construerentur duæ naviculæ aliquibus tantum pedibus ab invicem sejunctæ, quæ rotam alatam hinc inde sustentarent*; quod machinamentum proponit P. Cl. Franc. Millietus, in suo *de Navigatione* Libro sexto, & tamen continuò ejus usum provide refellit. Quæ cum ita sint, neque hujusmodi artificium ab incommodis suapte natura ei obstantibus liberari queat, facile liquet id mitti oportere.

§. IV.

*De primo artificio, quo ex observatâ venti vi indagatur
confecti a navi itineris mensura.*

Cum ventorum impetus navium plerumque motor præcipuus habeatur, non defuere qui artificia quærent apta ad illius vires commonstrandas, ut de navium itineribus (tamquam de virium illarum effectibus) ex earundem intentione varia judicarent. Crescentius (in Libro cui titulum fecit *Nautica Mediterranea* Lib. 2. Cap. 9.) ceu a se inventum ad vires venti æstimandas, artificium profert: de quo nonnulla habent etiam Ath. Kircherus de *Magnete* Lib. 2. Part. 6. & Georg. Fournierius in *Hydrographia* Lib. 17. Cap. 3. Angli quoque quid simile usurparunt; hi tamen ventum, ceu æquabilem, considerare tali in observatione feruntur. Sed præstabit rem desumere ex Cl. Franci Millieti Libro sexto de *Navigatione*, qui videtur in hac re paullo diligentius esse versatus. Capsulam ille fieri vellet, ut ex Figura satis apparet, (Fig. L.) cui impositi essent duo Axes ad perpendiculum erecti, capitulis suis supra summam capsulæ partem existentes, & circum horum alterutrum circumvolvi filum tenax sed prorsus flexile. Porro alterius vacui axis *A* capitulo inseri vellet rotam horizontalem *C*, cujus diameter esset unius aut alterius pedis, quæ ex ferri albi laminis componi posset; hujusque artificium in eo positum esset, quod convexo-concavis alis (ut *B*) constaret, in eandem partem obversis; ex quo fieret, ut ventus majores haberet vires ex ea parte, qua in concavitates incurreret. Sic; vento rotam circumagente, si semel definitum sit experientia quantum fili circa vacuum axem glomeretur interim dum navis unum (causa exempli) milliare cucurrerit, totumque filum sit internodiis distinctum in partes glomerato illi æquales: deinde numerando internodia fili, aliquo spatio itineris glomerati, judicium ferri poterit de numero milliariorum confecti itineris. Rota
tem *C*,

tem *C*, ubi ob conglomeratum filum opus sit, ex uno in aliud capitulum transferri poterit.

S. V.

Primum illud artificium, quod uitur vento, vix ulli usui esse potest.

REcte quidem animadvertit idem ille Cl. Franc. Millietus, in modo explicati artificii usu, id maximo incommodo esse posse, quod filum supra semetipsum conglomeratum, & (ut dicam) coacervatum, eo modo augeat axis diametrum, ut paribus circumvolutionibus rotæ a vento agitatæ haudquaquam respondeant pares fili circumvolutiones: quod incommodum (præter cetera infra exponenda) fere inutile illiusmodi artificium facile reddit.

S. VI.

De alio artificio ad navis iter, ope explorationis virium venti, dimetiendum.

Cum vitium artificii primi, superiore articulo expositum; animadvertisset P. Millietus, machinam aliam inde proposuit ex quatuor aut quinque axibus compositam, quorum primo rota imponeretur ejusmodi, qualis rota *C* supra descripta est. Sit autem ea rota (Fig. 2.) *A*: & ejus axi *B* inferatur parva trochlea *C*, ejus funis circa aliam majorem trochleam *D* circumvolvatur: proportio autem majorum & minorum trochlearum sit talis, ut major sit decupla minoris. Sic enim tribus majoribus trochleis *D*, *G*, *K*, constitutis, ultima *K* senel tantum circulabit, cum rota alata *A* mille circulationes peraget; quæ ab indice *P* commonstrabuntur. Ita putat proclive esse intelligere, ex itinere uno aliove noto, & ex circumvolutionibus eidem illi convenientibus, itinerum quoque aliorum mensuras ex circumvolutionum numero posse æstimari.

§. VII.

Quid superioris huiusce, tum etiam primi artificii utilitati summo impedimento sit, exponitur.

UT brevior sim, nihil quidpiam dicam de resistentiis (seu frictionibus, ut appellant) partium Machinarum, quæ viribus venti non responderent. At quod sequitur notabo diligenter: nimirum, siue urgeat ventus rectè secundum itineris directionem (*Vent Arriere*) siue aliquantillum inclinetur ad latus, optimeque in vela omnia impingat (*Vent de Quartier*) siue magis transversus ventus sit (*Vent à la Bouline*) semper tamen itineris a navi confecti iudicium; quod habebitur ex duabus illis machinis, non itineri ipsi, sed vi, atque actioni venti proportionem respondebit. Nam navis velocitates, ut ut ex eadem venti vi ortæ admodum different inter se pro varia trium illorum ventorum ad navim directione: quamobrem ex vi venti, ab illis machinis commonstrata, haudquaquam veræ itinerum indicabuntur mensuræ: quæ non ex solo venti impetu, sed magnam partem ex venti etiam directione essent computandæ.

§. VIII.

De constructione Machinæ, cujus ope vires venti accuratius æstimari queant.

Fiat, diametro (Fig. 3.) *OI* pedum duorum cum dimidio (aut circiter) semiannulus ferreus *ILO*, satis crassus; & qui tribus robustis ferreis pedibus *Xu*, *Zc*, *Yr*, (qui etiam cochleis firmari possent in *c*, *r*, *u*) sustineatur, fulciaturque. Posticus autem pes *Xu* ita inflexus ad posteriores partes intelligatur, ut Tabellæ, paulo infra describendæ, motui obistere nequeat. Secundum vero ipsius semiannuli diametrum posita sit virga ferrea *mn* innixa prope suas extremitates (quæ duo veluti cardines sunt) intra duas crenas in superiore semiannuli parte incisas; ut intra hæc libere conveni

possit, non secus ac flateræ axis. Cum virga autem hæc; ope quatuor laminarum, quales t, t , firmiter copulata & conjuncta sit metallica Tabella $QHMN$, cujus facies quadratæ figuræ sint, latus autem quadrati duos pedes adæquet. Porro Tabella hæc, cum a sola sua gravitate urgebitur, ad Finitorem perpendicularis semper erit: at, si a vi venti impelletur varie, varie etiam inclinabitur, & quasi rotabitur circa virgæ ferreæ cardines.

Ex medio autem D ipsius virgæ ferreæ mn assurgat index metallicus DF , cujus indicis margo in rectam lineam DF desinat; hæcque linea ita directæ sit, ut, si produceretur usque in g , transiret per mediam crassitiem, & per centrum C gravitatis Tabellæ $QHMN$. Supra vero semiannulum ipsum existat semicirculus $BGA FP$, in cujus faciem sint gradus incisi, hæcque facies sit ad Finitorem perpendicularis, atque positione sua ac centro in D ita constituta, ut gradus inclinationis Tabellæ ab indice DF hac in facie commonstrentur. Nova autem hæc Machina ut usui esse possit ad navis iter æstimandum, dicetur infra in §. XI.

§. IX.

Descriptæ in superiore Articulo Machinæ usus demonstratur.

Super extimam puppis partem, ubi ventus liber omnino sit, Machina collocetur. Observatione autem Petali (ut nonnulli appellant) sive parvi vexilli instructi volubili levique ferrea bractea potius quam re quapiam ex telarum genere; sive inspectione rerum in navi vento agitarum, sive quovis modo alio perfacile erit, Machinam ita in ventum obvertere, ut ventus rectâ in Tabellam ipsam $QHMN$ incurrat.

Itaque Tabella urgebitur a vento, & inclinabitur; quare index DF indicabit angulum ADF inclinationis a linea perpendiculari AD ; quæ usque ad s producta sit. Ponendo autem (ut usovenit) venti directionem esse ad Finitorem quasi parallelam; si fingamus a vi aliqua R ope funiculi EC

applicata ad Tabellæ centrum gravitatis C detineri Tabellam in eadem positione, in qua etiam a vento detineretur; erit Vis, hoc est Pondus Tabellæ, quod dicatur K , ad Vim R , ut Sinus Anguli FCE ($=$ Sinui Anguli FDP $=$ Sinui complementi anguli ADF) ad Sinum Anguli FCG ($=$ angulo ADF).

Sed, cum quærat vis venti impingentis in vela, ponantur autem hæc tum constantis magnitudinis, tum perpendicularia ad Finitorem; quærenda nunc est vis, quam ventus exereret in Tabellam ad perpendicularum constitutam. Quoniam igitur, ubi Tabella inclinata est sub angulo ADF , ventus in eam oblique impingit, & obliquitatis mensura est angulus FDP , ideo erit Vis venti absoluta (qua ageret in Tabellam perpendicularem) ad Vim respectivam (qua ager in Tabellam inclinatam) ut Sinus totus ad Sinum anguli FDP . Præterea quia (ductis, ab extremis punctis a & g , lineis gs normali ad As , & ae perpendiculari ad gs) mensura altitudinis Tabellæ inclinatæ sumi debet juxta perpendicularem ae ; erit mensura Tabellæ perpendicularis ad mensuram Tabellæ inclinatæ ut ag ad ae . Et, si ag sumatur pro Sinu toto, ut Sinus totus ad Sinum anguli age $=$ angulo FDP . Igitur Vis venti in Tabellam juxta perpendicularum constitutam ad Vim venti in Tabellam obliquam impingentis, erit in ratione compositâ ex ratione Sinus totius ad Sinum anguli FDP , & iterum ex ratione Sinus totius ad Sinum anguli FDP : hoc est ut quadratum Sinus totius ad quadratum Sinus anguli FDP .

§. X.

Tabulam construere, quæ pro singulis Quadrantis Gradibus ostendat Vim venti respectivam, ac Vim venti absolutam, ac veram.

VIs venti respectiva, qua premitur Tabella inclinata; dicatur R .

Vis Tabellæ; seu Pondus ipsius (quod ponatur æquale libris decem) dicatur K .

Gradus	Vis Venti Respectiva.	Vis Venti Absoluta ac Vera.
1.	0, 18.	0, 18.
2.	0, 35.	0, 35.
3.	0, 52.	0, 52.
4.	0, 69.	0, 70.
5.	0, 86.	0, 88.
6.	1, 04.	1, 06.
7.	1, 22.	1, 24.
8.	1, 40.	1, 43.
9.	1, 58.	1, 62.
10.	1, 76.	1, 81.
11.	1, 94.	2, 01.
12.	2, 12.	2, 21.
13.	2, 30.	2, 42.
14.	2, 49.	2, 64.
15.	2, 68.	2, 87.
16.	2, 87.	3, 11.
17.	3, 06.	3, 35.
18.	3, 25.	3, 59.
19.	3, 44.	3, 85.
20.	3, 64.	4, 12.
21.	3, 84.	4, 41.
22.	4, 04.	4, 70.
23.	4, 24.	5, 00.
24.	4, 45.	5, 33.
25.	4, 66.	5, 67.
26.	4, 87.	6, 03.
27.	5, 09.	6, 41.
28.	5, 31.	6, 81.
29.	5, 54.	7, 24.
30.	5, 77.	7, 71.
31.	6, 01.	8, 18.
32.	6, 25.	8, 69.
33.	6, 50.	9, 24.
34.	6, 75.	9, 82.
35.	7, 01.	10, 45.
36.	7, 27.	11, 11.
37.	7, 54.	11, 82.
38.	7, 81.	12, 58.
39.	8, 10.	13, 42.
40.	8, 39.	14, 30.
41.	8, 69.	15, 26.
42.	9, 00.	16, 30.
43.	9, 32.	17, 42.
44.	9, 65.	18, 65.
45.	10, 00.	20, 00.

Gradus	Vis Venti Respectiva.	Vis Venti Absoluta ac Vera.
46.	10, 36.	21, 47.
47.	10, 72.	23, 05.
48.	11, 11.	24, 82.
49.	11, 50.	26, 72.
50.	11, 92.	28, 85.
51.	12, 35.	31, 19.
52.	12, 80.	33, 77.
53.	13, 27.	36, 65.
54.	13, 76.	39, 83.
55.	14, 28.	43, 40.
56.	14, 83.	47, 43.
57.	15, 39.	51, 88.
58.	16, 00.	56, 98.
59.	16, 64.	62, 75.
60.	17, 32.	69, 28.
61.	18, 04.	76, 77.
62.	18, 81.	85, 34.
63.	19, 63.	95, 25.
64.	20, 50.	106, 66.
65.	21, 45.	120, 10.
66.	22, 46.	135, 79.
67.	23, 56.	154, 39.
68.	24, 75.	176, 41.
69.	26, 05.	202, 72.
70.	27, 47.	234, 78.
71.	29, 04.	273, 96.
72.	30, 78.	322, 30.
73.	32, 71.	382, 57.
74.	34, 87.	459, 42.
75.	37, 32.	557, 85.
76.	40, 11.	685, 64.
77.	43, 31.	855, 03.
78.	47, 05.	1089, 12.
79.	51, 45.	1413, 46.
80.	56, 71.	1884, 05.
81.	63, 14.	2577, 14.
82.	71, 16.	3687, 05.
83.	81, 44.	5465, 77.
84.	95, 14.	8728, 44.
85.	114, 29.	15038, 16.
86.	143, 00.	29791, 67.
87.	190, 80.	69762, 34.
88.	286, 36.	235104, 80.
89.	572, 98.	1870955, 10.
90.	∞	∞ [∞]

Vis venti absoluta dicatur V .

Sinus totus dicatur s : Sinus Anguli ADF dicatur b :
Sinus Anguli FDP dicatur c .

Per superius declarata erit; $K: R::c.b$, & $\frac{Kb}{c} = R$.

Præterea $V: R::s^2.c^2$, & $\frac{Rs^2}{c^2} = V$, & $\frac{Kbs^2}{bc^2} = V$.

Secundum autem hæc formulas constructa est (decimalibus etiam partibus adhibitis) Tabula, quam adjeci. Quoniam vero assumpta quantitas K constans est, illud manifestum fit, quod, etiam si Tabellæ pondus non esset librarum decem, sed id quod aptissimum experimento comperiretur, nihilo tamen minus numerorum ratio optime se haberet.

§. XI.

Datis, ope Machinæ & Tabellæ superius descriptarum, viribus venti, æstimare iter a Navi confectum.

Quemadmodum pro aliarum similium machinarum usu, in primis Auctores ponunt, iteratis ab experimentis constare oportere de ratione inter datos nonnullos machinarum motus & itinera motibus iisdem convenientia: ita ego quoque pono, necesse esse, haberi ex observationibus mensuras variorum itinerum navi confectorum dum vela datis aliquibus positionibus essent constituta, venti autem vires, tempore eodem, ope descripti artificii, essent exploratæ. Quæ observationes atque experimenta perfici facile possunt tum in brevioribus itineribus inter ea loca, quorum aliunde cognitæ distantiae sint: tum in navigationibus prope littora, ubi ex partibus & longitudinibus littorum ipsorum de navis itinere certum iudicium ferri potest: tum etiam modis aliis, qui, in huiuscemodi experienciis haud difficilibus, ab occasionibus variis, atque ab exercitatione ipsa suggeruntur. Consultò autem superius dixi: dum vela datis aliquibus positionibus essent constituta. Namque, cum a proposito Instrumento tum respectiva tum absoluta venti vis tuto indicetur, hæc vero etiam in experimentis conferatur ad datas

velorum positiones; propter id in usu Instrumenti hujusce vitari facile poterunt illi ex varia venti ad navim directione in æstimationes itinerum obrepentes errores, de quibus septimo in articulo dictum est.

Nunc redeundo ad rem: si rationes aliquæ illiusmodi in comperto habeantur, jam quando priorum illarum similes velorum positiones, ventique pares vires occurrent, cognoscetur ex rationibus illis iter confectum: ut enim tempus minoris jam observati itineris ad tempus itineris majoris, ita illud erit itineris spatium ad hoc. Quin etiam quando in circumstantiis hisce aliqua reperietur differentia, judicium proportionem fiet; quo aut perfecte attingetur veritas, aut ad ipsam proxime admodum accedetur. Ceterum vero, pro hujusmodi re, diligentia in observationibus, solertia in comparisonibus, & in æstimationibus prudentia opus sane est; quæ ubi non desint (in peritis autem Naucleris deesse minime solent) a proposita Machina utiles quidem cognitiones afferri poterunt.

Porro, adhibitis primis illis machinis, principio commemoratis, itinerum æstimationes, quæ fiunt, duplici errore implicari queunt; altero a machinarum vitiis proficiscente; altero ab æstimationibus ipsis: qui errores si vel ad augendum, vel ad minuendum conspirent, mirum quantum a vero possint conspiratione illa abducere: & nihilo tamen minus Cl. Franc. Millietus (cujus *de Navigatione libri* inter meliores reputantur) de machinis illis verba faciens, habet hæc: *Quamvis hæ machinæ videantur parvi momenti, assero tamen, maximi esse in navigatione, & satis exactam haberi posse itineris confecti cognitionem.* Itaque (potiori ratione) poterit Machina a nobis proposita, cum tutior certiorque esse videatur, neque in ejus usu errores implicari facile queant, ad quæsitam itinerum navi confectorum mensuram (ut lubet reputare) esse adjumento.

 PARS SECUNDA.

De natura directionis cursus Navium ; & de
hujusce cognitionis usu in mensurâ
propositâ investigatione.

s. XII.

De Tabulis in propositum finem construendis.

SI Tabulæ haberi possent, in quibus, ad singulos gradus, exprimerentur anguli a linea directionis impressionis impellentis navim, cum carinæ linea comprehensi ; itidemque anguli a linea viæ navis cum eadem carinæ linea formati : & præterea exhiberentur impressiones impellentes navim, & velocitates, quæ datis hisce responderent : Tabulæ hujusmodi ad propositam quæstionem illustrandam juvandamque haud dubie conducerent. Sed ut ut a doctissimis Viris multa, eademque egregia, de natura cursus navium litteris mandata fuerint ; nihilo tamen minus nonnulla adhuc fortassis sunt investiganda ; nec tantum ad aquæ resistentiam, sed etiam ad nonnulla alia plane necessaria principia esse respiciendum mihi quidem videtur. Quamobrem, in subsidium adhibitis gravitatis viribus, pluribus principiis attentis, conabor rem totam exponere, integrâ novâque ratione ; ut inde quantum hujusmodi speculationes ad propositum finem facere queant, luculentius aptiusque statuatur.

S. XIII.

Postulatur, ut liceat (dum agitur de Navium motu) datas vires corporis percussione agentis exprimere adhibitis viribus gravitatis.

Non sum nescius, vim percussiois appellari infinitam; atque heterogeneas dici vires percussiois ac gravitatis; ideoque negari, inter illas comparationem stricto quodam modo institui posse: sed de re hac non disputo. Illud quaero, ut liceat vis utriusque effectus comparare; & (ubi effectus pares sint) unius actione, actionem alterius exprimere. Si enim (causa exempli) datum corpus ex datâ altitudine demissum ictu suo frangere queat subjectum solidum datæ resistantiæ, majoris non possit; simile autem & par solidum ab alio gravi corpore oneretur usquedum frangatur: quid vetabit, quin vis illa percussiois corporis primi exprimatur vi gravitatis secundi hujusce?

Porro, dum agitur de impressione, quam navis motu suo in aquam exerit, cujus motus effectus integer non habetur (neque enim totus aquæ imprimitur ita, ut in navi extinguatur) agitur de hujusmodi vi; ut de Viva (quemadmodum appellant) Vi quaestio esse non possit: atque ideo certum est, navis impetum esse factum ex materia in velocitatem. Impetus vero, sive impressionis hujusmodi (quando datur corporis percutientis pondus & ejus velocitas) vires comparatæ cum viribus gravitatis explorari queunt ope bilancis, ut Gul. Jac. s' Gravefande in *Physices Elementis Mathematicis*, Libro primo Editionis primæ, & aliis etiam modis, ut Franciscus Tertius de Lanis in *Magisterio Naturæ & Artis*, Tractatus tertii Libro primo, industrie ingenioque tentavere. Qua in re etsi quidpiam perficiendum esse videtur; satis tamen vel ex illis tentaminibus apparet, rem ipsam non ejusmodi esse, ut non possit executioni mandari.

§. XIV.

Dato corporis alicujus impetu, huic vim gravitatis æquivalentem invenire.

FRanciscus de Lanis, jam citato in loco, narrat se expertum fuisse; Globulum, cujus pondus grana 60 æquabat, demissum ex altitudine digitorum 36, vim circiter eandem habuisse ac pondus scrupulorum 12 solâ suâ gravitate contranitens. Ponamus nunc (causâ tantum exempli) hoc experimentum esse perfectum illud, quod quaerimus: Globulus ille dicatur m , ejus velocitas u ; erit ejus impetus mu , qui nominetur a ; & Grave scrupulorum 12 dicatur g . Quamobrem si detur aliud motum corpus, cujus massa M , velocitas V , impetus MV ; erit $a . g :: MV . \frac{gMV}{a} =$ vi gravitatis æquivalentis impetui corporis M velocitate V moti. Itaque deinceps pro hujuscemodi primaria ratione propositam hanc adhibebimus a ad g .

§. XV.

Data velocitate aquæ impingentis ad perpendicularum in datam superficiem, invenire vim gravitatis æquivalentem impetui, quo aqua in illam agit superficiem.

NOtissimum est, velocitates in eadem esse ratione cum radicibus quadratis altitudinum vasorum, quæ plena jugiter sint, & quorum ex fundis aquæ ipsæ per foramina erumpant. Itaque, si experienciâ compertum sit, ab aqua erumpente ex foramine insculpto in fundo vasis jugiter aqua pleni, cujus vasis altitudo dicatur b , acquiri velocitatem c : deturque alterius aquæ velocitas C ; erit $c^2 . b :: C^2 . \frac{bC^2}{c^2}$
 $=$ altitudini, quæ conveniet alteri illi aquæ pro velocitate sua C . Rationem autem illam c^2 ad b pro primaria deinceps adhibebimus.

Præterea vero a Mariotto, Viro maxime docto atque industrio, ostensum fuit ; aquam effluentem ex fundo vasis (Fig. 4.) MN per rotundum foramen N (quod dicatur f) impetu suo æquilibrium fieri Ponderi Q (quod dicatur p) cujus Ponderis gravitas æqualis sit gravitati cylindri, ex aqua formati ; & habentis tum basim æqualem rotundo illi foramini, tum altitudinem parem illi, quæ a centro foraminis ad summum aquæ vasis ejusdem intercedit. Id autem foramen, per quod exit aqua, censendum est æquale superficiæ, in quam aqua fluens impetum exerit : & quod de rectis Cylindris hic dicitur, de rectis quoque Prismatis est intelligendum.

Itaque ab experimento cognitæ jam sint habeanturque pro constantibus Cylindri MN altitudo b , basis f , velocitas c , & pondus p . Ac proposita sit alia velocitas C aquæ impingentis suo impetu in datam superficiem F ; cui velocitati C conveniens altitudo (per jam dicta) erit $\frac{bC^2}{c^2}$.

Cylindrus igitur MN erit bf ; & Prisma nascens ex data superficie, seu basi F , & ex altitudine $\frac{bC^2}{c^2}$ erit $= \frac{bFC^2}{c^2}$. Atque erit, ut datus ille Cylindrus bf ad suam gravitatem p ; ita Prisma $\frac{bFC^2}{c^2}$ ad $\frac{pFC^2}{fc^2} =$ vi gravitatis æquivalenti impetui, quo aqua prædita velocitate C , in illam agat superficiem F . Porro deinceps pro hujuscemodi primaria ratione adhibebimus hanc bf ad p .

§. XVI.

Nonnullæ traduntur definitiones.

SI corpus, cujus data sit massa, assidue eodemque jugiter modo ab agente aliquo impellatur, nec quidpiam ipsius motui obstat; ejus Velocitas dicetur *Velocitas Absoluta*; & Impetus ejus, *Impetus Absolutus*.

Si vero idem corpus, eademque actum impulsione per aquam moveatur, & ob aquæ resistantiam remittat partem

Impetus atque Velocitatis : quod de Velocitate decesserit ; dicetur *Velocitas Amissa* ; & quod de Impetu decesserit, dicetur *Impetus Amissus*.

Ac residua Velocitas, qua nimirum per aquam corpus idem movebitur, appellabitur *Velocitas Respectiva* ; residuus vero Impetus, *Impetus Respectivus*.

s. XVII.

Si datum solidum parallelepipedum (Fig. 5.) BQR, quod secundum directionem sui Axis GE moveretur dato Impetu Absoluto datæque Velocitate Absolutâ, moveatur directione eâdem per aquam, fingaturque illud in aquam agere solâ basi LPQN ; oportet, ejusdem Velocitatem Residuam invenire.

Si ejusdem massa $= M$, velocitas absoluta $= V$, erit Impetus Absolutus $= MV$; & idem impetus, ope vis gravitatis expressus (per Art. XIV.) $= \frac{gMV}{a}$. Sit ejusdem per aquam moti velocitas residua $= x$, quæ eadem erit ac velocitas aquæ (tanta enim velocitate aqua loco cedit, quanta erit Parallelepipedum velocitas) eritque altitudo LR aquæ conveniens huic velocitati (per Art. XV.) $= \frac{bx^2}{c^2}$. Basi autem $LPQN$, dicatur F ; eritque, huic basi, & illi altitudini conveniens, Parallelepipedum QR aqueum $= \frac{bFx^2}{c^2}$; idemque ope vis gravitatis expressum, erit (per Art. XV.) $= \frac{pFx^2}{fc^2}$. Et quantitas eadem hæc exprimet etiam Parallelepipedum BQ Impetum amissum : nam tantus est impetus, qui in eo perit, quantum est impetus aquæ contra eum resistentis. Demum impetus residuus erit Mx ; qui ope vis gravitatis expressus erit (per Art. XIV.) $= \frac{gMx}{a}$.

Sed impetus amissus, & impetus residuus simul sumpti æquari debent impetui absolutum, ergo $\frac{pFx^2}{fc^2} + \frac{gMx}{a}$

C iij



$$= \frac{gMV}{a} : \text{unde habetur } x = - \frac{fc^2 gM}{2apF} +$$

$$\sqrt{\frac{fc^2 gM}{2apF}} + \frac{fc^2 gMV}{apF} : \& \text{ si ponatur } \frac{fc^2 gM}{apF} = A; \text{ erit}$$

$$x = - \frac{A}{2} + \sqrt{\frac{A^2}{4} + AV} = \text{residuæ Velocitati};$$

hoc est Velocitati illi, qua (positis Problematis conditionibus) Parallelepipedum per aquam moveretur.

s. XVIII.

Si Navis datâ velocitate per aquam moveatur secundum lineæ positione datâ directionem; invenire oportet directionem & rationem ejus impressiois, a qua particula zonæ navis ejusdem urgetur datâ illâ velocitate, datâque illâ directione.

Ponamus, Navim dimidiam secari infra aquam duobus planis parallelis, quorum superius congruat cum aquæ superficie; eorumque inter se perexigua distantia dicatur *e*. Itaque plana hæc zonam ex navis superficie abscindent. Sit autem plani superioris cum curva superficie navis sectio (Fig. 6.) *CND*. Sit in eodem plano carinæ linea *AD*. Ponamus navim moveri secundum directionem lineæ *GF*, quæ perpendicularis sit lineæ *AD*; ducaturque illi *GF* infinite (infinite, inquam, eo sensu, qui infra declarabitur) proxima *gf*, curvæ particula *Nn* dicatur *dt*; *en* parallela ad *Gg* dicatur *dx*, & *eN* dicatur *dg*.

Sit *u* velocitas, qua moveatur navis: quamobrem eadem *u* etiam exprimet illam aquæ velocitatem, cujus causâ aqua motui navis resistet: aqua enim loco cedit eadem velocitate, qua navis movetur.

Fingatur, Navis particulam *edt* esse basim Prismatis perexigui formati eâ ex aquâ, quæ vi suæ resistentiæ agit in eandem Navis particulam *edt*.

Dicatur *I* impressio illa, quam aqua exereret contra *edt*, si ejusdem aquæ præditæ velocitate *u*, filamenta dirigere

ad rectos angulos contra ipsam edt . Dicatur autem i impressio, quam ope ejusdem velocitatis u exercet aqua in eadem particulam edt , dum in hanc impingit oblique, ipsiusque filamenta diriguntur secundum lineas FN , fn , Prismatis indicati ab lineis FN , Nn , nf . Erit igitur $I. i :: dt^2 . dx^2$; quod sane liquet tum ex iis, quæ a Viris doctissimis jam fuere demonstrata; tum etiam satis apparet ex iis, quæ proposuimus supra, in Art. IX.

Itaque, datâ velocitate u , & data Prismatis basi edt , erit (per Art. XV.) $I = \frac{pn^2 edt}{fc^2} =$ vi gravitatis æquivalenti impetui, quo aqua prædita velocitate u ageret perpendiculariter in edt .

Sed $I. i :: dt^2 . dx^2$; igitur $dt^2 . dx^2 :: \frac{pn^2 edt}{fc^2} . \frac{pn^2 dx^2 edt}{fc^2 dt^2} = \frac{pn^2 e dx^2}{fc^2 dt} =$ vi gravitatis æquivalenti impetui, quo aqua oblique agens prædita velocitate u revera agit in edt . Aget autem (ut fert fluidorum natura) secundum lineam LNP perpendicularem ad ipsam curvæ particulam Nn . Atque eadem hæc expressio indicabit quantum impetus ab edt amittatur ob resistantiam, quam aqua exerit secundum lineam LN . Sed quoniam $\frac{pn^2 e}{fc^2}$ ex constantibus quantitativus fit, exhibeatur per $\frac{h}{r}$; & erit $\frac{pn^2 e dx^2}{fc^2 dt} = \frac{h dx^2}{r dt}$.

Inventa autem quantitate impetus aquæ conveniente particulæ edt , nunc est inquirenda itidem illi conveniens quantitas impetus Navis secundum directionem GN , velocitate u motæ. Sed tum ex eo, quod impetus est velocitas ducta in massam, tum ex ante dictis (in Art. XVII.) satis profecto liquet, propositam quantitatem obtineri minime posse, nisi prius statuatur quanta massæ totius navis pars agat & respondeat respectu, ut loquuntur, particulæ edt . Quod supæte naturâ statutu arduum sane est ac perdifficile: atque illud insuper ad magnam illam difficultatem accedit, quod onera navibus imposita, non æque locentur in singulis navium partibus, unde prægravatæ partes aptæ fiunt ad majorem etiam in concipiendum.

directionem LN . Tum etiam ut est $\frac{h dx^2}{r dt}$ ad $g dt$, ita fiat NL ad NK ; & hæc NK repræsentabit impressionem æqualem illi, quæ, præter amissam ex conflictu cum resistente aqua, remanere debet in particula edt , quæ movetur velocitate u . Compleatur parallelogrammum $NKSL$ (quod Parallelogrammum Motus appellabo) & ducatur Diagonalis NS : quamobrem secundum hanc NS , quæ fiet impressio (ob regulas compositionis motuum) sola æquivaletur duabus illis impressionibus per NK , & per NL : & NS præstabit illud idem, quod præstare potuissent duæ NK & NL .

Manifestum autem est, ad eum motum producendum, quo prædita esse debet edt , tum requiri impressionem, quæ æquivalet aquæ resistantiæ, eidemque in directum opponatur (quamobrem impressio hæc destruat illam resistantiam; itaque fiat, quasi nulla resistentia esset;) tum vero præterea requiri impressionem, quæ motum generet secundum NF velocitate u . Sed impressio repræsentata a diagonali NS utrumque præstabit; ut paulo supra ostensum est. Ergo impressio per diagonalem NS nobis exhibebit eas, directionem rationemque, quas invenire propositum erat.

§. XIX.

Impressionem, superiore in Articulo constitutam, resolvere in duas, perpendicularem unam, alteram parallelam ad Navis carinam: & directionem impressionemque in totam propositam Navis zonam determinare.

EX puncto N ducatur NH parallela ad AD , producatursue SL , ut concurrat cum NH in H . Et erit triangulum NHL simile triangulo Nen ; atque ideo $Nn(dt) \cdot en(dx :: (\frac{h dx^2}{r dt}) \cdot LH = \frac{h dx^3}{r dt^2})$. Et $Nn(dt) \cdot eN(dy) :: NL (\frac{h dx^2}{r dt}) \cdot NH = \frac{h dx^2 dy}{r dt^2}$. Itaque si impressio per NS resolvatur in propositas duas, erit pars illa ad AD perpendicularis $NH = NK + LH$; & pars altera ad AD

parallela $= NH$. Igitur circa N impressio perpendicularis ad parallelam erit ut $g dt + \frac{h dx^3}{r dt^2}$ ad $\frac{h dx^2 dy}{r dt^2}$: & directiones impressionesque laterales, quibus tota zona CND urgebitur secundum NF velocitate u , erunt hujusmodi : nimirum ad AD perpendicularis erit $\int g dt + \int \frac{h dx^3}{r dt^2}$; & eidem AD parallela erit $\int \frac{h dx^2 dy}{r dt^2}$: quæ inquirebantur.

Quod si linea directionis itineris non GF , quam hætenus consideravimus, esset, sed (causa exempli) PN , quæ cum AD angulum $NP D$ comprehenderet ; hæc NP resolvenda esset in duas ; PG abscissa ex AD ; & GN normali ad eandem AD . Impressio autem per GN resolvenda foret in duas, puta, expressas per NH & SH : tum ex PG & NH una linea formanda, quæ latus unum efficeret Parallelogrammi Motus, & Parallelogrammi ejusdem latus alterum esset SH . Itaque, calculo adhibito, proposita paulo supra formula conformaretur pro angulo LPD . Porro ut ut locutus sim, vel loquar de parte CND ; satis tamen intelligi opinor, velle me, semper Formulam conformandam esse ad æquationem curvæ exprimentis figuram integræ zonæ navis, & ad ejusdem zonæ portionem, qualiscumque hæc data sit ; & quomodocumque ab impressione vis impellentis non modo urgeatur zonæ CND pars, sed etiam pars non delineatæ zonæ ad aliam plagam axis AD . Manifestissimum enim est, ad utramque partem axis illius semper propagari impressionem, præter eum casum, in quo impressio sit secundum GF , de qua superiore in Articulo, & in hujus principio verba fecimus. Proposita itaque ea integralia rebus hisce erunt fundamento.

Caute præterea ac diligenter impressiones exprimendæ sunt linearum ope ; nimirum ita accipienda est primaria aliqua linea pro primaria aliqua impressione, & ad primarias hæc reliquæ lineæ, & reliquæ impressiones conferendæ ; ut jugiter impressiones inter se, lineæque itidem inter se, in eadem proportionem esse comperiantur.

Quoniam vero est $g = \frac{g u M}{a n}$, & $\frac{h}{r} = \frac{p u^2 e}{f c^2}$; manifeste apparet, fieri necessario oportere, ut, si navis velocitas (quæ exprimitur littera u) mutetur, etiam si res reliquæ mutationem nullam subeant, varietur tamen ratio inter duas illas directiones secundum NH & SH .

Animadvertere etiam præstabit, differentiam NE (dy) existere aliquando positivam, aliquando vero negativam, ut bc , ubi bE perpendicularis ad curvam vergit ad partes contrarias iis, ad quas tendit NL : prætereaque perpendicularis ad curvam esse etiam potest perpendicularis ad AD . Quæ varietates ex natura curvæ CND proficiscuntur: atque, integrationibus constitutis, ita determinabuntur, ut compensentur inter sese; habeaturque directio, quasi media, quæ tota curva, seu tota zona moveri debet.

§. XX.

De Navium figura variæ propositiones.

Nimium sane difficilis definitu est navis figura; ut ut enim perfecte constitueretur curva ad aliquam navis sectionem pertinens; non tamen ideo figura genuina totius navis obtineretur. Si enim pluribus parallelis planis secaretur navis, ex illiusmodi intersectionibus cum navis ipsius superficie curvæ variæ orirentur. Sed utcumque sit, ne investigationes in immensum crescant, sectione quadam, veluti mediâ, contenti esse debemus.

Non autem ignoro, à doctissimis viris, pro huiusmodi sectione, figuram ortam ex combinatione duorum circuli segmentorum esse usurpatam; egregiaque inde Theoremata dimanavisse. Nihilominus tamen, cum illius figuræ extremitates arcu valde sint, similescque inter se, contra ac in navibus observatur; cogitavi, num daretur quæpiam alia ex curvis (ut ita dicam) facilibus, circuli loco, substituenda. Visumque mihi est, parabolicum segmentum magis quidem ad figuram sectionis navis accedere posse. Rem autem in

Apollonianâ Parabolâ tentari posse existimo: quamvis enim semiparabola altior, ut (causa exempli) ea, quæ exprimitur per $aax = y^3$, in hujusce comparationis experimento adhibenda fuisset; non tamen intererat, namque inde ad rem nostram nimium implicata perveniebat æquatio.

Itaque, rei tentandæ causâ, assumatur pro longitudine navis secundum carinam (Fig. 7.) AB partium, exempli gratia, 120; eique divisæ bifariam in D ponatur normalis DC partium 18 pro dimidiâ navis latitudine; & ab extremitate A erigatur AR partium 16 pro latitudine dimidiæ puppis: deinde vertice B describatur Parabola, quæ transeat per puncta C & R ; eritque segmentum $BCRAB$ id quod navis sectionem posset repræsentare: & curvæ BCR , tamquam ad axem BA relatæ, æquatio exprimitur ita: $bu - cz = \frac{b}{\varepsilon} uu + \frac{b}{h} uz + \frac{b}{p} zz$.

Porro si ea uti vellemus figura, rectas haberemus líneas BD , DA , DC , AR , BC , BR ; ut etiam Parabole proprietates, functionesque; ac præterea triangula SCD , ZRA , BSE , BZP similia inveniremus. Assumpta vero qualibet curvæ particula dt , ductisque ordinatis tum ad BA , tum ad parabolæ axem BP differentiæ coordinatarum ad BA cum differentiis coordinatarum ad BP assumi possent tamquam in ratione constanti. Et quamvis, ubi curvæ æquatio plures habeat terminos, peractis substitutionibus in formula nostra $fgdt$, &c. in Articulo VIII. proposita, termini quoque plures occurrere debeant (quod tædium parit) neque facile futuri sint termini omnes integrabiles (quod difficultatem ingerit) datum tamen est, seriebus adhibitis, numeros convenientes reperire. Quin, proprietatum functionumque Parabolæ subsidio, operationes nonnullæ compendio majore perfici possent.

Sed, notionibus hisce non neglectis, lubet tamen curvam ex eodem genere ita describere. Linea (Fig. 8.) DG datæ magnitudinis accipiat pro longitudine navis secundum carinam, cui applicatæ sint (causa exempli) tres líneas DC , PE , SF . Assumatur æquatio $au = bz + \frac{b}{\varepsilon} uu + \frac{b}{h} uz + \frac{b}{p} zz$.

in qua u exprimat abscissas GS , GP , &c. z vero applicatas SF , PE , &c. Tum constituatur, esse DG (hujusce exempli gratiâ) $= 100$; & ubi $SG = 12$, ibi itidem applicatam SF esse $= 12$: ubi $GP = 50$, ibi applicatam PE esse $= 14$: ubi $GD = 100$, ibi applicatam $DC = 10$: quomobrem tres prodibunt æquationes, ex quibus elicientur valores conficiendum a , b , g , & assumpta æquatio illa transmutabitur in numericam hanc $1780u = 700z + guu + 81uz$: qua adhibitâ, etiam per puncta (facilitatis gratiâ) curva $CEFG$ construi commode poterit. In hac autem erit Maxima Applicata ubi $u = -\frac{700}{81} + \sqrt{\frac{105336000}{59049}} = 33\frac{5}{8}$ circiter; eritque huic conveniens z , hoc est, Maxima Applicata $= 14\frac{1}{2}$ circiter. Quamvis autem hinc fiat, ut linea maximæ latitudinis navis non transeat per punctum P , quo carinæ linea bifariam dividitur; differentia exigua tamen est, & tantum $\frac{1}{28}$ totius latitudinis. Atque institutâ etiam comparatione cum duabus navium perite delineatis sectionibus, nostram illam curvam satis comprobari deprehendi. Sed aliis quoque rationibus pro applicatis illis uti possemus: & proræ extremæ partem exiguam pro recta habendo, res alio quoque modo perfici potest. Sed sufficit ostendisse, ad similitudinem formæ sectionis navis, haud difficili æquatione perveniri.

S. XXI.

De principiis hactenus constitutis aptandis ad constructionem Tabularum, ex quibus itineris navi confecti haberi possit æstimatio.

AD hujusmodi Tabulas construendas, data sit oportet navis figura, usurparique potest ea sectio, de qua ideo supra dictum fuit; seligendæque sunt, pro lineis (Fig. 8.) DG , DC , PE , SF , proportionibus illæ, quæ inter varias meliores intermediæ esse videantur. Dari etiam debet navis pondus, sive Massa (ut eam ideo jam adhibuimus) qua tamen in re illud facilitatem aliquam pariet, quod totius navis massa

computari potest ceu æqualis aquæ æquanti mole sua partem navis submersam. A litteris autem a, b, c, f, g, p , quas superius usurpavimus, ut formulam nostram (hunc in finem) construeremus, cum indicentur quantitates datæ constantelque, difficultas nulla creari poterit. Ac, pro littera e (de qua supra diximus) lubebit, perexiguam quamcumque quantitatem assumere.

Itaque, pro datâ sectionis Navis figurâ, & pro gradu quolibet inclinationis lineæ (Fig. 6.) GF ad AD (hoc est anguli FGD) exhibita jam (in Art. XIX.) Formula conformetur, eaque ad integrationem adducatur. Tum pro u adhibeatur velocitas, qua (causâ exempli) navis unâ horâ (secundum directionem illam) sex milliaria percurrit, & habebitur angulus SNH directionis vis impellentis; ratio autem, inter Parallelogrammi Motus latera & ejusdem diagonalem, indicabit rationem impressionis, qua navis agetur. Quæ omnia, convenientibus numeris expressa, ita in ordinem rediguntur; ut si pro dato angulo detur unum ex iisdem, reliqua eidem respondentia præsto sint futura.

Quoniam vero & infinitæ velocitates sunt, quæ in Tabulis omnes exprimi nullo modo possunt; & ex mutatione velocitatum oriuntur directionum quoque mutationes (ut in Art. XIX. dictum est) iccirco ad quemlibet gradum pro tribus vel quatuor variis velocitatibus computatio modo indicata esset repetenda: ut cuique gradui ter vel quater assumpto, tres etiam vel quatuor numerorum series responderent. Ex quibus, aut pro reliquis velocitatibus numeri, aut pro numeris velocitates reliquæ, ubi postularet occasio, proportionem invenirentur.

Satis itaque, nî fallor, apparet quale sit opus hujusmodi, & quam longum, neque inconsulto aggrediendum: tentans tamen rem non unum compendium inveni, quo imminui aliquantulo possit labor. Nec sane prætermittendum laborem reputabo, si longior consideratio, vel quodpiam lumen aliud, mihi commonstret, tantum in iis principiis, quæ tradidi, soliditatis, tantum in Tabulis utilitatis inefficacium quantum ego reor.

'Ast multa fuere quæ ego proposui ! sed prorsus ego existimo ; pauciora esse non posse principia adhibenda, ut concinnentur ejusmodi Tabulæ, ex quibus utilis usus ad itinerum navi confectorum mensuram dignoscendam possit promanare.

PARS TERTIA.

De tutioribus artificiis ad mensuram itineris
navi confecti investigandam.

§. XXII.

*De navis itinere æstimando, funiculi ope, ut Anglicæ fert
praxis.*

PAratur lignum figura naviculæ præditum, longitudinem habens unius circiter pedis, latitudinem pedis dimidii, inserto gravatum plumbo ; & huic annectitur funiculus distinctus pluribus nodis, qui inter se hexapedarum quinque vel sex intervallo æquidistant. Funiculus vero hic glomeratur circum ligneum cylindrum volubilem, ut facilius deglomeretur, ubi transfertur ad usum, qui hujusmodi est.

Projicitur navicula in mare ; & , si experimentum summa in puppi instituatur, finitur ut ad quatuor vel quinque nodos pertinens funiculus deglomeretur, cujus longitudinis nulla habetur ratio. Tum, quo temporis puncto primus adhibendus nodus a cylindro exit, invertitur clepsydra æquans, arenæ suæ fluxu, dimidiam sexagesimam horæ partem, hoc est, dimidium primum horæ minutum : numeranturque ii, qui integri clepsydre fluxus tempore deglomerantur, nodi ; ex quibus constat de funiculi longitudine hexapedis expressâ. Itaque instituitur analogia hæc : si tempori minuti dimidii respondet funiculi longitudo (causâ exempli) quinquaginta hexapedarum, minutis centum & viginti (nimirum integræ horæ) sex hexapedarum millia respondebunt ; atque hujusmodi

esse navis iter, si idem perseveret navis cursus totâ hoîâ, computatur.

§. XXIII.

De praxis modo descriptæ incommodis.

PRincipio certum est, funiculi partem, ab ultimo puncto, in quo funiculus aquam tangit, ad summum puppis, quò idem pertingit extensam, accommodari ad catenariæ curvaturam. Quod si etiam ea funiculi pars pro rectâ assumeretur, mensura tamen distantiae navis ab ultimo illo puncto, cum computanda sit prope aquam, considerari debet ceu latus trianguli rectanguli, cujus trianguli latus aliud est altitudo puppis supra mare, hypotenusa vero commemorata modo funiculi pars.

Navicula vero & funiculus, aquæ innatantes, a fluctibus agitabuntur, idque non sine aliqua funiculi curvatione continget.

Et quando navis iter rectum non erit, sed per curvam lineam centrum navis incedet, funiculus, demissus in mare ab eadem jugiter navis parte, ad viam navis, hoc est, ad curvam lineam, accommodabitur: cum certe rectâ dirigi deberet.

Sed etiam fluxus aquarum multos in mari esse, magnâ alicubi vi pollere, alicubi quasi latenter agere, temporibus aliis augeri, aliis imminui, nautarum nemo ignorat. Necessario igitur continget, ut navicula & funiculus a fluxibus hisce secundum proprios cursus transferantur; quamobrem augebitur vel imminuetur funiculi longitudo prout navicula recedet a navi, vel ad ipsam accedet: cum tamen ad optimam observationem instituendam necessarium prorsus foret, ut navicula immota perstaret.

Præterea, cum tota experientia hæc ad brevissimum tempus exigenda sit; sive clepsydræ, sive (ut aliis placet) pendula adhibeantur, vix fieri potest, ut, dum tempus destinatum observationi incipere, vel desinere computatur, haud raro
non

non irrepat error aliquis; quodammodo enim de momentis iudicium ferendum est.

Quod si tantum singulis horis experimenta instituantur; inter unum aliudve tentamen eæ velocitatis navis mutationes contingere queunt, quæ prorsus fallaces reddant æstimationes.

Quin cuncti errores supra recensiti, in minuti dimidii observationem illabentes, centies & vicies in æstimatione pertinente ad integram horam augerentur. Porro hæc omnia paulo fufius persecutus sum; quia si ab hisce incommodis purgari posset artificium hoc, id certe utilissimum foret, & ad propositas indagandas mensuras magna cum utilitate perduceret.

S. XXIV.

*De incommodis supra recensitis, partim minuendis,
partim tollendis.*

PRIMÆ difficultati originem ab altitudine puppis trahenti, plurimum medetur funiculi portio illa, ante numerationis initium deglomerata, de qua in Art. XXII. dictum est: ita enim fit, ut funiculi pars, a puppi ad mare oblique pertingens, sit computanda in portione hac, non in ea, cujus numerantur nodi. Quamvis autem illa quoque pars, ut ut sub mensurâ non cadat, sit curvaturis & motibus maris obnoxia, & quodammodo initium errorum portionis, quæ usui est; si tamen errores illi removeri possint, non amplius damnum a portione primum deglomerata proveniet.

Difficultates secunda, tertia, & quarta ad unum veluti genus referendæ sunt; cum omnes ab irregularibus motibus funiculo & naviculæ impressis oriantur. Qui motus cum vitari non possint, tentandum est, ut ipsâ in observatione perspiciantur; quamobrem, eorum cognitione adhibitâ, recte & ordine ipsâ deinde emendetur observatio. Putarem itaque, nodorum loco, adhiberi utiliter posse trocheolas ex subere; per quarum foramina, secundum axes earum insculpta, pertransiret funiculus arte; duobusque nodis in funiculo, prope faciem utramque

trocheolarum factis, hæc detinerentur æqualibus inter se diffitæ intervallis. Præterea addi vellem quatuor vel quinque tenuiores funiculos longitudinis hexapedarum (puta) quatuor æquis distantes portionibus; qui unâ extremitate annecterentur priori illi funiculo; alteri vero eorum extremitati alligatus esset globus, diametro pollicum quatuor circiter, ex ligno ejus gravitatis, ut mergeretur parte dimidiâ, formatus.

Ita enim fiet, ut extantes suberæ trocheolæ, quarum a summo puppis observari poterunt positiones, indicent funiculi curvaturam; qua visâ, de distantia secundum rectam lineam, hoc est, de curvaturæ subtensâ facile erit judicium. Globi autem in specie (ut aiunt) minus graves dimidiâ parte, quam navicula, fluxui aquæ marinæ magis obtemperabunt, atque ex eorum directione, de directione fluxus conjectura ducetur. Video tamen futurum, ut fluctus & venti agent in trocheolas globosque: sed quod attinet ad illas, si hinc major vel minor curvatura nascetur, major etiam vel minor subtensa esse judicabitur; & quod ad globos spectat, si nullus erit maris fluxus, hi videbuntur fluctibus & ventis prorsus obsecundare; si fluxus aliquis erit, quamvis non omnino globi ab hoc rapiuntur, sentient tamen hujus vim, & ex motu impresso non modo a fluctibus & ventis, sed etiam ab aquarum fluxu tertius sæpe orietur motus, qui viæ fluxus aliquod afferet indicium. At interdum tantum perspicere poterunt in aqua innatantia illa ligna. Verum quidem est: sed ita hoc ad plurimum experimentorum emendationes subsidium meliori temporis parti inserviet; & inde etiam datum erit de reliquis cautius cognoscere.

Sed ad rem ipsam redeundo: cum navicula ab extraneis impressionibus cogetur contra navim, tunc majus fiet funiculi curvamen, minorque æstimabitur subtensa: cum vero navicula a contrariis impressionibus cogetur a navi recedere, tunc magis etiam cogentur ipsâ leviores trocheolæ; atque inde crispatus funiculus recessum illum indicabit. In intermediis impressionibus modo intermedio res se habebit: indiciaque hæc a globorum directionibus præclariora.

Pro temporis vero mensurâ, horologio instructo rotis & elatere, cujus index pollicum trium, dimidii minuti tempore, integrum gyrum perficiat, utendum esse reor. Si enim horologio ad longum dimetiendum tempus (ut perscrutarentur, causâ exempli, longitudines) opus esset, difficultates notas illas plane viderem: at vel in mari tam exigui temporis dimensio apte a proposito horologio præstari poterit: atque in tam amplo gyro initium & finis observandi temporis manifestissime apparebit.

Nil autem facilius, quàm bis unâ horâ experimentum hoc sumere; ita enim mutationum periculum, quod ex intervallo inter duo tentamina oriri potest, plurimum minuetur.

Tandem qui errores, ex minuti dimidii observatione in integram horam traducti, maxime possent augeri, contrariâ ratione, adhibitis emendationibus, attenuabuntur. Quibus omnibus fiet; ut hoc, ad metiendum iter navi confectum; artificium quàm facile, tam aptum, aptius reddatur, atque conducibilis ad id, quod inquirere propositum est.

§. XXV.

Novum artificium pro navium velocitate æstimandâ proponitur.

Res hæc, cum sine stellarum observationibus sit peragenda, non melius, quàm instrumentis machinisque perfici posse videtur. In quibus tamen, propter navium agitationem, illud in primis animadvertendum est, ut simplices sint, facilisque usus. En autem Machinæ nostræ descriptio.

GZ (Fig. 9.) est columella parallelepipedæ figuræ, satis crassâ atque solida, desinens in partem *ZY* cylindraceam: punctis in Figurâ adumbrata est pars hæc.

MNO est lignea basis, quæ quatuor cochleis per imum scapum *NDO* trajectis firmissime connecti debet cum tabulato in eâ navis parte, in qua machina adhibebitur. Ideo autem columellæ pars *ZY*, quæ in hanc basim inferitur,

E ij

teris facta est; ut, ope anfarum *K* & *L*, ipsa columella torqueri possit in gyrum.

CBE est regula metallica circa axem insertum in columellam ad *B* perfecte volubilis, instructa semicirculo *ESN*, cujus limbo insculpti gradus. Ad extremum autem *C* regulæ ejusdem, quod in ampliorem figuram extenditur, superpositum intelligatur haud exiguum pondus. Semicirculi diameter, & margo *tm* portionis regulæ, congruunt cum una eademque linea recta; in qua etiam sunt centrum *B* circumvolutionis regulæ, & centrum *a* semicirculi.

AFB est circuli quadrans cujus centrum in *B*, & cujus superficies in eodem plano est cum columellæ facie *GZ*, & cujus sunt in limbo signati gradus.

ac est funiculus, hujusque una extremitas centro *a* semicirculi *ESN* firmiter (ut ita dicam) infixa est: altera vero extremitas connexa est cum globo *Q*.

Quod vero attinet ad harum partium mensuras, pars *BE* longitudinis duorum pedum, pars *BC* pedum trium & amplius, diameter globi *Q* uni pedi æqualis, esse possent; & ne nimis sum, reliquæ ipsius machinæ partes (præter funiculum, de quo dicitur infra) partibus Figuræ possent proportionem respondere. Sed plurimum in hujusmodi determinatione tribuendum erit experientiæ, qua duce ad utiliores magnitudinum partium rationes pervenietur.

§. XXVI.

Jam descriptæ Machinæ usus exponitur.

Firmetur cochlearum ope machina in navis situ, ex quo globus *Q* projici in mare faciliter possit: quod autem humilior erit situs, hoc est, quod centri *a* altitudo supra summam superficiem maris minor erit, eò aptius ad usum machina erit collocata. Ponit itaque posset e regione alicujus ex iis humilioribus fenestris, quæ bellicis tormentis excipiendis inserviunt. Eâ constabilità, projiciatur in mare globus *Q*; atque tanta sit funiculi *ac* longitudo, ut pars ad super-

ficiem maris accommodetur, & trahi globus commode possit: Columella autem circumvolvatur usquedum funis parum distet à semicirculi limbo.

Dum machina unà cum navi progredietur, trahetur globus Q , cui resistet aquæ $RTXV$ columna, basim habens æqualem maximo globi circulo. Tantaque erit velocitas navis, quanta velocitas globi, & quanta etiam (si nihil extrinsecus accedat) velocitas aquæ globo resistentis; cum perinde sit, sive globus incurrat in aquam, sive aqua in globum. Itaque, si ope machinæ cognosci poterit velocitas aquæ, cognoscetur etiam navis velocitas.

Patet autem, fieri oportere, ut ab aquæ resistentia contra globum trahatur funiculus, & ab hoc regula CE , quæ accommodabitur ad eum angulum, ut æquilibrium fiat inter vim aquæ resistentis, & pondus extremi regulæ C (cujus regulæ, dempto pondere C , partes supra B & infra B æqualium momentorum esse velim). At ubi fiet æquilibrium, pondus C ad resistentiam aquæ, hoc est ad actionem globi Q ita se habebit (quod ex mechanicis theorematis liquet) ut linea BI perpendicularis funiculo ap ad BP perpendicularem lineæ CP , quæ CP est perpendicularis horizonti, atque transit per centrum gravitatis ponderis C .

Sed ratio inter BI & BP data est. Namque anguli aBI , Bap , simul sumpti sunt æquales uni recto; itidem æquales uni recto anguli Sap , & Bap ; quare dempto communi angulo Bap , remanet angulus Sap , qui ex observatione limbi semicirculi notus erit, æqualis angulo aBI : itaque in triangulo rectangulo, cujus cognoscitur hypotenusæ Ba , & angulus aBI , cognoscetur etiam latus BI . Pari modo in triangulo rectangulo CPB ex data hypotenusæ CB , & observato angulo CBP elicietur latus BP .

Modo ex iis, quæ in Art. XV. dicta sunt, ostendi potest, vires aquæ resistentis futuras esse in duplicata velocitatum ratione: ergo, ubi ex noto pondere C notæ fient vires aquæ resistentis, nota fiet etiam ratio inter velocitates, quæ erunt (ut modo diximus) in subduplicata ratione virium earumdem.

Si igitur nonnullæ vires, & iisdem respondentes velocitates ab experimentis (habitis tempore satis tranquillo, & in maris locis ab aquarum fluxu immunibus) notæ fiant, reliquæ etiam velocitates ex observationibus, atque ex analogia cognoscuntur. Quin, facili ratione, construendæ essent, ad plurium angulorum combinationes, Tabulæ, quæ in actione ipsâ pro simplicis usus commoditate haud exiguum momentum haberent.

§. XXVII.

Observationes nonnullæ ad usum descriptæ machinæ pertinentes.

Nihil dicam de retardatione, quam navis cursui afferre possit globus G illius motui resistens: navis etenim magnitudo, cum magnitudine globi comparata, satis evincit, illiusmodi retardationem pro nihilo posse reputari. Nihil pariter adjiciam de velorum mutationibus, aut de eorum aucto numero, vel imminuto; de quibus nec supra verbum ullum feci. Res profecto in immensum cresceret, si singuli (ut aiunt) casus essent persequendi. Sed res ipsa abunde ostendit, pro variis mutationibus varium iudicium a prudenti æstimatore esse ferendum.

Illud vero non prætermittam, quod funiculus ac juxta lineæ rectæ extensionem haudquaquam directus erit; sed, vi propriæ gravitatis, ad curvam semetipsum componet. Cum tamen actio contra punctum a proventura sit quasi per curvæ tangentem spectantem ad ipsum curvæ initium, & exigua funiculi portio ap pro eadem tangenti haberi queat; fiet inde, ut ex eadem ap mensuram anguli Bap sumere liceat. Resistentiæ autem globi Q etiam parva illa resistentia portionis funiculi aquam radentis, & gravitatis portionis funiculi extra aquam extantis, in supputationibus erit addenda. Curandum tamen erit, ut firmus quidem, sed quàm minime fieri possit gravis, funiculus adhibeatur.

Insuper dissimulandum sane non est, futurum ut vel in

hujusce Machinæ usum, inordinatæ navis; fluctuum, & maris motiones perturbationis aliquid inducant: quandoquidem (ut ante dictum jam fuit) nequeunt illiusmodi motiones declinari: sed quod attinet ad navis & fluctuum agitationes, hæc quidem efficient, ut sæpe funiculi portio *ap*, & regula *CE* quodammodo oscillentur: sed nihilo minus partes illæ constanter recurrent ad eum situm, quem resistentiæ aquæ vis requireret, & opportunos quæsitos angulos commonstrabunt.

Motiones, quæ negotium facessere poterunt, a marinis provenientes fluxibus, qui navis motui obsecundantes, minorem reddent aquæ contra globum resistentiam; & adversantes navis motui, eandem augebunt. Quando tamen fluant maris aquæ, ac quando non fluant, propositæ machinæ usus facilius indicabit. Nam suapte natura globi *G* tractio erit ejusmodi; ut, quando nihil extrinsecus agat, semper funiculus parallelus ad viam navis (quæ aliunde proxime cognoscetur) futurus sit: & quando sola agitatio navis ac fluctuum vim exerceat, funiculus identidem, imo sæpe, sit (ut paulo supra indicatum est) rediturus ad eum situm, quem aquæ resistentia requirit. Quamobrem, si directio fluxus maris eadem non sit ac navis directio, transversim agatur globus *G*; atque ita, cum a via navis globum ipsum deviare cognoscetur, id maris fluxuum indicio erit. Quod si vero fluxuum directio eadem ac navis sit, cum haud raro navium itinera inflectantur; fiet, ut ex nova directione navis, & ex ea aberratione globi, quæ consequetur, maris fluxus manifestentur.

Porro, quando (ut ita dicam) latentes sunt maris motus; novisse, ejus machinæ subsidio, navigationem ibi fieri, ubi maris fluxus agunt, haud spernendæ erit utilitati; quin adhibita etiam navicula (de qua in Art. XXII. & seq. dictum est) ex hujusce & illius observationibus plura de directione atque viribus fluxuum notiora fient. Et sane, cum globi usus ferat ut hic moveatur, naviculæ ut hæc quiescat, de comparatione utriusque artificii nonnulla dici possent; sed sufficiet tum usum machinæ, tum comparationum commoda indicavisse. Hæc enim addam, in proposita machina illud

quoque inesse emolumentum, quod ejusdem usus haberi queat ceu perpetuum experimentum: cum, semel demisso globo, & machina prout requiritur conversa, observationes ad arbitrium institui possint. Concludam itaque ad mensuram itineris navi confecti valde conducere posse cognitionem virium venti, de qua in Artic. XI. dictum est, valde itidem conducere posse Tabulas industrie elaboratas quibus directio impressionis vis impellentis navim, & directio navis ipsius & velocitas hisce conveniens, & partes reliquæ de quibus in Art. XXI. dictum est contineantur; plurimum vero conducere posse Machinam paulo supra descriptam (indicantem navis velocitates ex quibus confectorum navi iterum mensuræ resultant) quæ Machina experientia perficiatur, & ejus usus identidem comparentur cum observationibus habitis ope naviculæ, & funiculi (de quibus in Art. XXII.) adhibitis tamen iis cautionibus quas in Art. XIII. exposuimus.



Fig. 3.

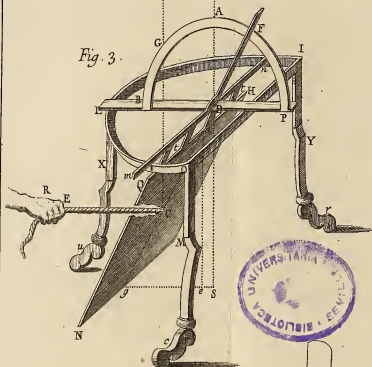


Fig. 4.

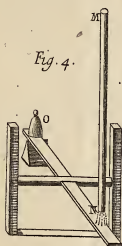


Fig. 1.

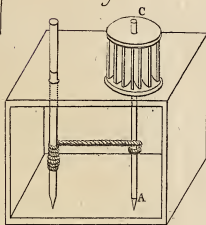


Fig. 2.

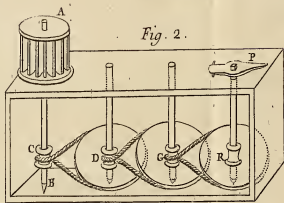


Fig. 5.



Fig. 8.

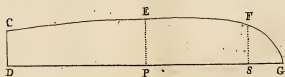


Fig. 6.

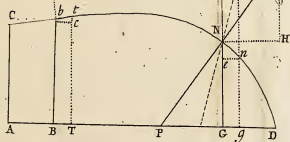


Fig. 9.

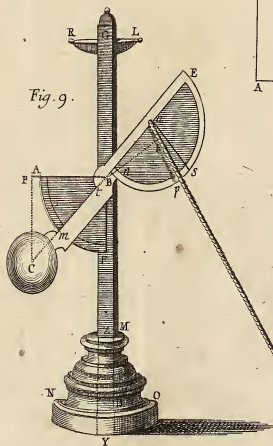
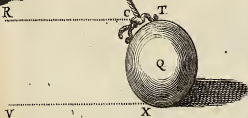
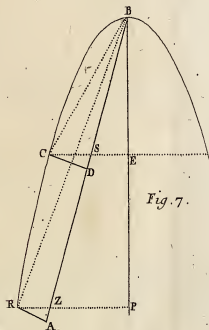


Fig. 7.



PIECES
QUI ONT REMPORTE'
LE PRIX DOUBLE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES,
EN M. DCCXXXIV.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXV.

ESSAI
D'UNE
NOUVELLE PHYSIQUE
CELESTE,

Servant à expliquer les principaux Phenomenes du Ciel,
& en particulier la cause physique de l'inclinaison
des Orbites des Planetes par rapport au plan de
l'Equateur du Soleil.

*PIECE DE M. JEAN BERNOULLI,
DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,
& de celles de Londres, Petersbourg, &c. Et Professeur
de Mathematique en l'Universitè de Bâle.*

Qui a partagé le Prix double de l'année 1734.



Avertissement de l'Academie.

L'ACADEMIE, lorsqu'elle proposa la question sur l'Inclinaison des Plans des Orbites des Planetes, en desiroit la solution plus qu'elle ne l'esperoit; aucun des ouvrages qui lui furent envoyés ne lui parut meriter le Prix de l'année 1732, & elle laissa encore pour deux ans la même matière proposée aux recherches des Sçavants avec un Prix double. L'Academie voit aujourd'hui le succès de son délai; parmi les Pieces qu'elle a reçues, elle en a trouvé deux qui meritent le Prix, & qui par des beautés différentes lui ont paru chacune y avoir un droit égal.

Dans ce cas, où l'égalité ne permet pas de choisir, & semble d'elle-même établir la loi de recompenser également des merites égaux, l'Academie est encore autorisée par l'Arrest du Parlement qui a expliqué le Testament de M. de Meslay; elle a donc jugé que le Prix double de cette année seroit partagé également entre les deux Auteurs des Pieces suivantes.

Cependant l'Academie avant que de prononcer son jugement, avoit resolu de renouveler dans cette occasion un avertissement qu'elle a déjà fait autrefois : *Comme elle ne restraint à aucun système les explications qu'elle demande des Phénomenes, le suffrage aussi qu'elle donne à ces explications n'est point une adoption des principes sur lesquels elles sont fondées, ni de toutes les conséquences qu'on en tire.*

Les trois Pieces qui ont le plus approché du Prix, sont

la Piece 26, dont la Devise est, *Deus autem noster in
cælo, omnia quæcumque voluit, fecit*, la Piece 17, dont la
Devise est, *Emendantur priora posterioribus*, & la Piece
28, dont la Devise est, *Inclinavit cælos, & descendit, &
caligo sub pedibus ejus*.

M. Jean Bernoulli, Professeur en Mathématique à Bâle,
& M. Daniel Bernoulli son fils, Professeur en Anatomie
& en Botanique, ont remporté le Prix de 1734.





ESSAI
D'UNE
NOUVELLE PHYSIQUE
CELESTE,

*Servant à expliquer les principaux Phenomenes du Ciel,
& en particulier la cause physique de l'inclinaison des
Orbites des Planetes par rapport au plan de l'E'qua-
teur du Soleil.*

Felices animæ, quibus hæc cognoscere primum,
Inque domos superas scandere, cura fuit.

Ovid. Fastor. lib. 1.

DISCOURS PRELIMINAIRE.

S. I.

L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, selon son
noble dessein de faire fleurir les Sciences & les beaux Arts,
invite les Sçavants de toutes les nations sans distinction, à travailler
Prix 1734.

A

sur les sujets qu'elle leur propose tous les ans, avec un prix destiné à celui qui aura le mieux réussi. Le sujet pour l'année 1732. n'ayant point été traité à la satisfaction de l'illustre Académie, elle l'a remis sur le tapis une seconde fois pour l'année 1734. & pour encourager davantage les curieux, elle a trouvé bon d'en doubler le prix.

La question est conçue en ces termes : *Quelle est la cause physique de l'inclinaison des Plans des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'Equateur de la révolution du Soleil autour de son axe, & d'où vient que les inclinaisons de ces Orbites sont différentes entre elles.* C'est, sans doute, une matière très-importante, & très-digne d'être approfondie avec une sérieuse application.

S. II.

Il n'y a eu jusqu'ici que deux systèmes de Physique, qui aient fait grand bruit, & partagé les opinions des Physiciens : l'un est le fameux système des *Tourbillons*, introduit par M. Descartes; l'autre est celui de M. Newton, qui se sert du *Vuide* & des *Attractions*, fondé d'ailleurs sur deux loix que la Nature suit dans le mouvement des Planetes, & de leurs Satellites.

L'un & l'autre de ces deux systèmes est très-bien imaginé, & chacun a ses beautés; mais aussi faut-il convenir qu'il y a de part & d'autre de grands défauts, & des difficultés que personne n'a encore entièrement levées : de sorte que je ne m'étonne point que les pièces données pour le dénouement de notre question, n'aient pas eu le bonheur de contenter le goût exquis de M.^{rs} les Juges : c'est apparemment que les Auteurs des pièces ont donné avec trop de déférence dans l'un ou l'autre de ces deux systèmes, sans assez de discernement du bon d'avec le mauvais. Car encore un coup, il faut denieurer d'accord que chacun a son mauvais côté, par lequel il faudroit l'envisager aussi avant que de s'y livrer entièrement.

S. III.

M. de Maupertuis, dans l'excellent Discours sur les différentes figures des Astres, qu'il donna au public vers la fin de l'année dernière, expose très-distinctement toutes les difficultés auxquelles les deux systèmes sont sujets, quoiqu'en qualité de Géomètre, il

admette celui de M. Newton, à cause de l'exactitude avec laquelle la plupart des phénomènes célestes s'expliquent dans ce système, & non point à cause de l'évidence des principes qu'on y adopte. Il a raison de dire, que tout effet réglé, nonobstant que sa cause soit inconnue, peut être l'objet des Mathématiciens, témoin Galilée, qui sans connoître la cause de la pesanteur des corps vers la terre, n'a pas laissé de nous donner sur cette pesanteur, une théorie très-belle & très-sûre, & d'expliquer les phénomènes qui en dépendent; témoin aussi lui-même, qui dans le chapitre penultième nous donne en habile Mathématicien la solution de deux problèmes difficiles, sur les figures que doivent prendre les fluides qui tournent autour d'un axe, & sur la nature d'un torrent de matière fluide circulant autour d'un axe hors du torrent: où il suppose la pesanteur du fluide comme une attraction, sans avoir besoin d'en indiquer la cause, ni de dire en quoi elle consiste. Il remarque fort bien que M. Newton avoit assez de candeur, pour ne regarder jamais l'attraction comme une explication de la pesanteur des corps les uns vers les autres, & pour avertir qu'il n'employoit ce terme que pour désigner un fait, & non point une cause.

Il n'en est pas autrement du Vuide parfait que M. Newton suppose; il lui est permis de le supposer, tant qu'il ne s'en sert que comme d'un milieu ou d'un fluide sans résistance, se mettant peu en peine si un tel milieu ou un tel vuide peut exister ou non. Un Géomètre en tant que tel, n'est pas obligé d'expliquer l'origine des faits: il peut les supposer, pourvu que, pour en découvrir les propriétés, il raisonne juste sur les hypothèses établies. Il seroit à souhaiter que les partisans de M. Newton eussent suivi l'exemple de leur maître, & qu'au lieu de prétendre que le vuide & l'attraction sont des réalités dans la nature des choses, & que ce sont des principes d'existence, ils les eussent seulement envisagés comme des manières de concevoir.

§. IV.

C'est donc au Physicien, qui veut chercher les causes des faits, à établir des principes d'existence, & ces principes doivent être clairs & intelligibles, si bien que leur possibilité se manifeste d'elle-même. Je ne pense pas que le principe d'attraction ait autant

4. NOUVELLE PHYSIQUE

d'évidence que celui d'impulsion : je vois, par exemple, avec une évidence entière, qu'un corps en mouvement qui en rencontre un autre en repos, doit le mouvoir aussi, non-seulement parce que les corps sont impénétrables, mais parce que le choc est une action, & que toute action doit avoir son effet, qui produit un changement dans l'état de celui qui le reçoit : mais il n'y a point d'autre changement d'état dans le corps choqué, que celui de quitter l'état de repos où il étoit pour se mouvoir ; car c'est une loi générale reçue dans la Statique & la Mécanique, que les corps pressés plus d'un côté que de l'autre, doivent céder vers où ils sont le moins pressés. Or le choc se fait par pression ; c'est donc une action dont il résulte un effet. Qui veut concevoir une action sans effet, il veut concevoir une chimère.

Tout au contraire, un corps sans mouvement ne peut pas agir ; puisque l'action d'un corps dépend uniquement de son mouvement ; ainsi je ne vois pas comment deux corps éloignés & en repos peuvent s'attirer mutuellement, c'est-à-dire, se mettre en mouvement d'eux-mêmes ; ce seroit un effet sans cause, & une action sans principe d'agir. Vouloir recourir à la volonté immédiate de Dieu, & dire que Dieu les pousse l'un vers l'autre avec une certaine force, lorsqu'ils sont à une certaine distance de l'un à l'autre, ce seroit bannir les causes secondes de la Nature ; il vaudroit autant dire que tous les phénomènes, & tout ce qui arrive dans l'univers, s'exécute immédiatement par la cause première, je veux dire, par la volonté divine, & que les causes secondes n'y contribuent que comme des occasions qui déterminent l'Etre souverain à agir d'une telle ou telle manière selon les diverses contingences : mais ce seroit introduire de nouveau le système des causes occasionnelles, qui n'a guères contenté les Philosophes de bon goût.

S. V.

Les inconveniens qui résultent de ces deux principes incompréhensibles pour un Physicien, je parle du Vuide & de l'Attraction, ne sont pas les seuls qui empêchent d'admettre dans la Physique le système de M. Newton : il y en a d'autres, par rapport à quelques phénomènes, qui restent inexplicables, quand même on accorderoit ces principes ; ce sont, par exemple, la rotation

des Planetes autour de leur axe; comme aussi la direction commune de leur revolution autour du Soleil, se faisant chacune sous le zodiaque d'Occident en Orient, ainsi que se fait aussi la revolution du Soleil sur son axe; item les mouvements irreguliers des Comètes, dont presque chacune a sa direction particulière, & souvent contraire l'une à l'autre. Il semble que le Vuide parfait, tel que M. Newton le suppose, devroit permettre aux Planetes aussi-bien qu'aux Cometes, de se choisir chacune une route particulière, & indépendante de la regularité de direction. M. Newton a si bien senti cette difficulté, qu'il avoué que ce phenomene est quelque chose de surnaturel.

S. VI.

Le système des Tourbillons imaginé à la maniere de M. Descartes, ne laisse pas d'être exposé aussi à de grandes objections: on sçait que la gravitation des Planetes vers le Soleil, attribuée à l'effet de la force centrifuge de la matière du Tourbillon, ne devroit pas se faire directement au centre du Soleil, mais perpendiculairement vers l'axe du Tourbillon, de même que les corps graves sur la terre devroient avoir une tendance perpendiculaire à l'axe, & ne point tendre au centre de la terre. Il semble aussi que les Planetes principales, si elles étoient simplement entraînées par le courant de la matière du Tourbillon solaire, devroient avoir la même vitesse & la même densité, qu'ont les couches du Tourbillon, dans la region où elles nagent, tout comme un vaisseau abandonné au courant d'un fleuve, acquiert enfin une vitesse commune avec l'eau qui l'emporte; de sorte que la force centrifuge des Planetes deviendroit précisément égale à celle qu'auroit un égal volume de matière du Tourbillon aux endroits où nagent les Planetes: donc à cause du parfait équilibre entre ces deux forces centrifuges, les Planetes, n'ayant point de gravitation plus ou moins grande dans un temps que dans un autre, ne variroient jamais de distance au Soleil. Il est vrai qu'on a proposé différents moyens pour faire voir comment les Planetes peuvent s'approcher & s'éloigner du Soleil, pendant que le Tourbillon les entraîne; mais tous ces moyens quelque vraisemblables qu'ils soient d'ailleurs, ne m'ont jamais paru assez naturels.

Il y a encore dans le Tourbillon à la Cartesienne une difficulté, qui consiste en ce que les vitesses de ses couches sont beaucoup trop grandes, par rapport à celle de l'Equateur du Soleil, pour que la circulation de cet astre & celle de son Tourbillon dépendent d'un même principe. Cela est si vrai, que Kepler avant la découverte des taches sur le disque du Soleil, soupçonnoit qu'il devoit avoir un mouvement de rotation, dont la période étoit de 3 jours au lieu de $25\frac{1}{2}$ jours, comme les observations des taches l'ont montré dans la suite.

§. VII.

Mais ce qu'il y a de plus fort contre le système des Tourbillons, comme le remarque très-à-propos M. de Maupertuis, résulte de l'incompatibilité pour ce système entre les deux loix de Kepler, qui s'observent pourtant généralement dans le cours des Planètes tant principales que secondaires. En vertu de la première de ces loix, les secteurs de l'orbe elliptique d'une Planète, formés autour du foyer qu'occupe le Soleil, sont constamment proportionels aux temps qu'elle emploie à parcourir les arcs de l'ellipse, compris dans ces secteurs. Par la seconde loi, il faut que les temps périodiques de différentes Planètes soient en raison sesquiquadrée de leurs distances moyennes au Soleil, ce qui s'étend aussi aux Satellites par rapport à la Planète principale autour de laquelle ils font leurs revolutions.

Si donc, selon l'hypothèse commune des Tourbillons, la vitesse des Planètes se règle sur celle des couches de la matière du Tourbillon, il faudroit, suivant la première loi des secteurs proportionels aux temps, que les vitesses réelles des couches fussent en raison inverse des distances au centre, c'est en quoi consiste la circulation harmonique de M. Leibnits. Mais en conséquence de la seconde loi, qui veut que les temps periodiques de différentes Planètes soient en raison sesquiquadrée des distances au centre, il faudroit que ces mêmes vitesses réelles des couches fussent en raison soudoublée reciproque de leurs distances. Les vitesses des couches auroient donc en même temps deux différentes raisons par rapport aux distances, ce qui impliqueroit une manifeste contradiction.

Pour la sauver, on pourroit peut-être inventer un nouveau Tourbillon qui satisfit à une des loix, pendant que l'autre satisferoit à l'autre; & chacun de ces deux Tourbillons devroit circuler suivant sa propre regle, sans s'interrompre mutuellement en se traversant, à peu près comme M. Bullfinger a voulu expliquer (d'une maniere plus ingénieuse que vraisemblable) l'effet de la pesanteur & la tendance vers le centre de la terre, en multipliant les Tourbillons. Mais c'est ici où l'on pourroit demander si la simplicité des operations de la nature permet de prodiguer si libéralement *des matières & des mouvements, sans autre raison que le besoin qu'on en a.* Il est vrai que c'est une libéralité qui ne coûte rien, mais aussi peu pardonnable que celles des anciens Astronomes, qui, pour suppléer à l'insuffisance de leurs hypothèses, n'ont point fait scrupule de créer de nouveaux cieux crySTALLINS, des épicycles, & d'autres ouvrages de cette nature, à mesure qu'on en avoit besoin pour expliquer de nouvelles irregularités qui se découvroient dans le mouvement des Astres, sans se mettre en peine si tous ces embarras étoient convenables à la simplicité, à la beauté, & à la symmétrie de l'Univers. Que n'auroient-ils pas encore fait, ces mêmes Astronomes, si déjà de leur temps on eût connu les merveilles du ciel, découvertes dans ces derniers siècles, que n'auroient-ils pas fait, dis-je, pour les expliquer à leur maniere? on ne verroit, je crois, qu'un labyrinthe d'une infinité de cercles nouveaux.

S. VIII.

Je reviens à nos deux systêmes donnés par Descartes & par M. Newton : de quelque côté que je me tourne, je rencontre dans chacun des difficultés presque insurmontables. J'ai donc crû qu'en voulant se dévouer aveuglement à l'un ou à l'autre de ces deux systêmes, on ne pourroit pas répondre d'une maniere satisfaisante à la question proposée. Un juste milieu entre les deux m'a paru le plus sûr; pour cette fin, j'ai choisi de l'un & de l'autre ce qu'il y a de plus naturel & de plus simple : j'ai abandonné dans chacun ceux des principes qui choquent ou la raison ou le bon sens, ne me servant que de ceux qui sont clairs & intelligibles : j'en ai tiré des conséquences, qui en découlent naturellement sans les forcer.

De cette maniere j'ai tâché de concilier ensemble les deux systêmes par leur beau côté, pour en former un nouveau. J'admets dans ce nouveau systême les Tourbillons des deux especes, tant ceux du Soleil & des Etoiles fixes, que les particuliers autour des Planetes principales. Je ne leur donne point d'autre mouvement que celui qu'ils ont reçu du même principe qui a fait tourner les Astres sur leur centre qu'ils environnent. C'est la maniere la plus simple de concevoir la circulation d'un Tourbillon.

La gravitation des Planetes vers le centre du Soleil, & la pesanteur des corps vers le centre de la terre, n'a pour cause ni l'attraction de M. Newton, ni la force centrifuge de la matière du Tourbillon selon M. Descartes; mais l'impulsion immediate d'une matière, qui sous la forme d'un Torrent, que je nomme *central*, se jette continuellement de toute la circonférence du Tourbillon sur son centre, & imprime par conséquent à tous les corps qu'il rencontre sur son chemin, la même tendance vers le centre du Tourbillon. De-là je rends raison de la propriété de cette gravitation des Planetes, necessaire pour qu'elles décrivent des ellipses autour du foyer, qui est le centre des tendances: Et tout ce qu'en déduit M. Newton par ses attractions, se déduit naturellement de ma théorie des impulsions du Torrent central.

Cependant mes principes ayant entre eux une liaison étroite, je ne pourrois pas commodément raisonner sur le sujet en question, sans faire préalablement une description de mon systême: ce que je fais d'autant plus volontiers, que j'aurai occasion d'expliquer en même temps les causes des principaux phenomenes du ciel, & de donner ainsi une idée generale d'une nouvelle Physique celeste.

Je partage mon ouvrage en quatre parties; les trois premières seront employées à l'exposition du nouveau systême, & à l'explication des faits; & la quatrième partie traitera en particulier de la Question proposée, où je ferai voir que la cause, qui fait que la route des Planetes principales s'écarte du plan de l'Equateur du Soleil, est semblable à celle qui détourne les vaisseaux sur mer de la direction de la Quille, ce que l'on appelle la *Dérive des vaisseaux*.

PREMIERE PARTIE.

S. IX.

IL y a long-temps que l'on a remarqué, que suivant l'idée que Descartes donne pour expliquer la cause de la pesanteur par l'action de ses Tourbillons, les corps graves ne devoient pas tendre directement au centre, mais perpendiculairement à l'axe de ces mêmes Tourbillons; les expériences faites depuis ont confirmé cette objection, en ce qu'on a vû qu'une sphère de verre remplie d'eau jusqu'à une partie qui contenoit de l'air, ou une matiere liquide de moindre densité que l'eau, étant tournée rapidement sur son axe, cet air ou cette matiere moins dense se rangeoit non point autour du centre en forme de globe, mais plutôt le long de l'axe, & formoit un noyau allongé, approchant de la figure cylindrique; conformément à la nature des forces centrifuges, qui veut que les parties qui en ont moins, comme sont les moins denses, cedent aux plus denses, qui ont plus de force centrifuge, & tendent par conséquent vers le centre du cercle parallèle à l'équateur de la sphère, c'est-à-dire, perpendiculairement à son axe. Qu'on lise pour cela le discours de M. Bulffinger.

M. Huguens voulant obvier à cet inconvenient, a imaginé une autre sorte de Tourbillon, dont la matiere se meut en tout sens sur la surface sphérique de chaque couche dont il conçoit composé son Tourbillon; de-là il prétend faire voir pourquoi les corps pesants tendent directement au centre du Tourbillon: mais ce mouvement prétendu souffre de très-grandes difficultés, parce qu'on ne sçauroit dire ce qui peut entretenir ce mouvement, d'autant qu'il semble que chaque particule du Tourbillon, étant rencontrée par une autre de masse & de vitesse égale directement opposée, toutes les deux devoient s'arrêter tout court, à moins qu'on ne veuille supposer un ressort parfait dans ces corpuscules élémentaires qui les repousse, sans pouvoir dire d'où leur vient ce ressort, & partant plus difficile à expliquer que la cause de la pesanteur elle-même.

S. X.

Selon mon système il faut concevoir deux sortes de matière, comme aussi deux mouvements principaux, dans un Tourbillon celeste; l'une de ces sortes de matière, est celle que je conçois comme parfaitement liquide, je veux dire, non seulement divisible à l'infini, ce qui est commun à tous les corps, mais divisée réellement à l'infini & sans bornes, ou plutôt c'est un fluide uniforme, qui n'est pas composé de corpuscules élémentaires, comme on conçoit les fluides ordinaires, qui selon la multitude & grosseur de ces corpuscules plus ou moins serrés, sont conçus être plus ou moins denses, & faire une plus ou moins grande résistance aux corps sensibles qui y nagent : au lieu que notre matière parfaitement liquide, en tant qu'elle est dépourvue de corpuscules élémentaires, est sans résistance, comme nous verrons plus amplement ci-après.

M. Descartes paroît avoir supposé quelque chose d'approchant; par sa matière qu'il appelle du *premier élément*, mais il y a une très-grande différence entre nos deux manières de concevoir la nature & l'origine de cette matière : la voici :

S. XI.

On sçait que ce Philosophe prétendoit, que lorsqu'un Tourbillon celeste devoit se former d'une masse de matière, au commencement, en repos & divisée en petits corpuscules qui se joignoient exactement les uns aux autres, ne laissant aucun vuide entre eux; que toute cette grande masse ayant pris par la volonté de Dieu, un mouvement de circulation autour d'un centre, ces corpuscules ont dû quitter leurs places, & se choquer de toutes parts, d'où il est arrivé selon lui, que par la fréquente attrition de leurs angles & prominences avancées ils se sont enfin écornés, jusqu'à s'arrondir parfaitement en petits globules très-solides, & dépourvus de pores; car Descartes croit que la solidité ou la dureté des corps n'a point d'autre cause que le repos relatif de leurs parties entre elles.

C'est l'amas de tous ces petits globules qu'il a voulu nommer la matière du second élément, & qui par la continuation de son

mouvement circulaire une fois imprimé, forme un des Tourbillons celestes. Le déchet, ou la raclure provenüe après l'arrondissement des globules, est ce que Descartes a nommé matière du premier élément, dont les particules incomparablement plus petites que les globules, n'ont aucune figure régulière ni déterminée, mais servent en partie à remplir les interstices triangulaires des globules, & en partie à s'amasser autour du centre du Tourbillon dans l'espace qui seroit resté vuide par la formation & diminution des globules, lesquels par leur force centrifuge se sont éloignés du centre. Cet amas de matière du premier élément qui occupe la region centrale du Tourbillon, est, selon Descartes, la substance du Soleil, ou d'une autre étoile.

§. XII.

Je ne veux pas m'amuser à faire l'histoire de toutes les conséquences que ce grand Philosophe a tirées de cette hypothese, pour en composer tout son système du monde. Il me suffit de faire voir que sa matière du premier élément n'est pas actuellement divisée à l'infini, puisqu'il veut que chacune de ces particules ait été séparée d'une plus grande, dont elle faisoit partie; elle est donc encore un corpuscule entier & indivisé; quoique sujet à des changements infinis de grandeur & de figure. De-là il suit que nôtre Philosophe a regardé la solidité ou la dureté des particules élémentaires, c'est-à-dire, ce repos relatif de leurs parties internes, comme un attribut essentiel ou attaché à leur nature.

§. XIII.

Mais moi tout au contraire, je pense que la dureté des corps, quelque petits qu'ils soient, est une qualité accidentelle, qui n'est point comprise dans l'idée que nous devons avoir du corps. La cohésion des parties, soit parfaite ou imparfaite, est un phenomene qui a sa cause comme tous les autres phenomenes de la nature. Qui dit corps, ne dit autre chose que ce qui est étendu, mobile & impénétrable; voilà tout ce que l'idée du corps doit renfermer; il n'est pas même nécessaire de faire entrer la divisibilité dans la définition du corps, comme étant déjà comprise dans la seule notion de l'étenduë.

§. XIV.

Cela étant, il est visible que la matière, en tant que matière, est non seulement divisible à l'infini, mais qu'immediatement après sa création elle pouvoit être réellement divisée à l'infini, j'entends ici une *infinité* absolue, en sorte qu'il n'y a pas même des particules infiniment petites, ou pour parler ainsi, des différentielles de matière, dont on puisse dire qu'elles ont une solidité nécessaire, car encore une fois la solidité n'entre pas dans la nature du corps, & n'en est point du tout essentielle. Je sçais bien qu'il y a des Philosophes, & presque la plupart, qui croient que les corpuscules élémentaires qui composent les corps sensibles, sont solides de leur nature, comme si la petitesse pouvoit changer la nature du corps, mais c'est un préjugé tout pur, dont on devroit se défaire.

Ainsi je conçois très-clairement, qu'il peut y avoir sans contradiction dans le monde, une telle matière que je viens de décrire, & que j'appellerai, prise dans ce sens, *matière première*, ou matière du *premier élément*, dont la nature est d'avoir une division, ou plutôt une dissolution de parties qui va à l'infini absolu. En effet, qu'est-ce qui m'empêche de supposer l'existence de ce premier élément? car après la création de la matière en général, le créateur n'avoit qu'à en laisser une partie dans son état naturel, & cette partie étoit déjà ce premier élément, sans que le créateur y ajoutât une nouvelle qualité.

§. XV.

L'autre partie de la matière aura été employée primitivement à en former des corpuscules, en prenant pour chacun une petite quantité de matière du premier élément, ramassée ensemble, & qui par le seul mouvement conspirant dans tous ses points, fait une massule dont les parties sont par cela même cohérentes, sans dire qu'elles soient invinciblement dures. Ce sont donc ces corpuscules élémentaires que je qualifierai du titre de *matière du second élément*. Je ne prétends pas, à l'exemple de Descartes, montrer comment par les différentes combinaisons de la matière du second élément avec le concours du premier s'est formé la matière du troisième élément, & de-là comment les corps terrestres & celestes ont pu prendre leur origine; ce seroit une entreprise trop hardie

& trop presomptueuse pour moi. Mon but est seulement de faire voir que par la nature & par l'action de la matière du premier & du second élément, tels que je les ai expliqués ici, je me trouve en état de rendre raison des principaux phénomènes célestes que l'Astronomie a observés, & partant aussi de celui qui fait le sujet de la question de l'illustre Académie.

§. XVI.

La matière du premier élément étant parfaitement liquide, & n'ayant point de parties cohérentes, on voit bien qu'elle ne fait aucune résistance aux corps qui s'y meuvent; car la résistance des fluides ne vient que de l'inertie des molécules dont les fluides sont composés, & dont un corps qui y nage, doit à tout moment remuer, & déplacer une certaine quantité, ce qui ne se peut faire sans leur communiquer une partie de son mouvement, & en perdre par conséquent tout autant. Et c'est en quoi consiste la résistance, qui, la vitesse étant égale, sera toujours proportionnelle à la densité du fluide indépendamment de la grosseur des molécules, car c'est le volume entier, & non pas le nombre, que le corps mû déplace dans un petit temps donné, qui doit déterminer la quantité de la résistance.

Ainsi on accorde à M. Newton, que faisant abstraction de la tenacité & du frottement du fluide contre le corps, ce qui cause une autre espèce de résistance, & ne regardant que la résistance qui vient de l'opposition & du déplacement d'un volume de molécules que le corps rencontre, cette résistance sera en raison composée de la densité & du carré de la vitesse: on accorde donc aussi, qu'une plus ou moins grande subtilité de ces molécules, ne fait rien à l'estimation de la résistance, étant visible que les plus subtiles molécules peuvent être si serrées, que le fluide qui en est composé sera beaucoup plus dense, qu'un autre dont les molécules (peut-être plus grossières) ne laissent pas de composer un fluide d'une rareté fort grande; tel est, par exemple, l'air dont les molécules élémentaires, selon toutes les apparences, ont plus de grosseur que celles du vif-argent, quoique le vif-argent soit bien dix mille fois plus dense que l'air.

Mais selon l'idée que nous avons de nôtre matière du premier élément, puisqu'elle n'est pas un amas de molécules solides comme un autre fluide, il est évident qu'elle n'a pas cette inertie requise pour opposer de la résistance aux corps qui s'y meuvent. C'est donc une matière liquide d'une continuité & homogénéité parfaite, qui cède avec une facilité infinie au moindre mouvement d'un corps; qui ne fait que remplir le vuide, & s'accommoder à tout moment aux différentes situations des corps qu'elle environne. Cela fait que les corps y peuvent continuer leur mouvement sans en rien perdre, tout comme ils feroient, s'ils nageoient dans un vuide parfait, tel que le supposent les partisans rigides de M. Newton.

S. XVIII.

Suivant ma theorie, la nature & la formation d'un Tourbillon celeste se fait, comme je vais l'expliquer : il faut concevoir une prodigieuse quantité de matière fluide, mais non pas de celle que Descartes appelle des globules celestes; je suppose que la plus grande partie soit faite de cette matière du premier élément parfaitement liquide; dans laquelle soit mêlée une bonne partie de matière du second élément, dispersée par toute la masse, en sorte que les particules du second élément, quoique bien proches les unes des autres, ne laissent pas d'avoir des intervalles, qui sont bien grands en comparaison des diametres de ces particules, à peu près comme je conçois, que le peu de fumée qui sort d'un grain d'encens mis sur un charbon ardent remplit tout l'air d'une chambre, ou comme un grain de cochenille peut teindre une grande quantité d'eau claire. Donc toute cette masse de matière parfaitement liquide, mais impregnée de particules du second élément; commençant à être tournée autour du centre en forme d'un Tourbillon, continuera de se mouvoir avec la vitesse une fois acquise; mais cette vitesse, qui sera vers l'équateur du Tourbillon à peu près en raison reciproque de la racine quarrée de la distance au centre, comme on a démontré ailleurs que la nature du Tourbillon le requiert, n'est pas à beaucoup près si rapide que se l'imaginent ceux qui croient avec Descartes, que les Planetes sont

emportées par le Tourbillon autour du Soleil. Car je feroi voir que les Planètes ont un tout autre principe de leur mouvement annuel, & que la circulation de la matière du Tourbillon est destinée à un autre usage qu'à celui d'emporter les Planètes.

§. XIX.

Je reviens à considérer le Tourbillon dans l'état de génération : dès le moment donc qu'il a commencé à circuler, les particules du second élément ont à la vérité acquis un peu de force centrifuge, je dis *un peu*, parce que leur mouvement circulaire est très-lent par rapport à celui qui seroit requis pour entraîner les Planètes suivant l'idée de M. Descartes; cependant cette force centrifuge, quelque petite qu'elle soit, a fait monter un peu les particules du second élément, en s'éloignant du centre; s'étant ainsi rapprochées entr'elles, elles ont composé le corps du Tourbillon plus dense qu'il n'étoit, & la densité introduite a été différente selon les différents éloignements du centre, & la diversité des particules, soit dans leur grosseur, figure, ou autres circonstances, ce qu'il n'est pas à propos d'approfondir, comme ne faisant rien à mon dessein. Il suffit que je dise que la densité la plus grande qui se trouve dans le Tourbillon, peut être conçue de si peu de conséquence, que malgré cette densité, la matière du second élément est encore si rare, que le mouvement d'une Planète n'en sçauroit être retardé sensiblement pendant un grand nombre de siècles.

§. XX.

Cependant par l'éloignement du centre & par la condensation de la matière du second élément, il resta un espace autour du centre du Tourbillon, qui fut rempli de matière du premier élément d'une liquidité parfaite, entremêlée pourtant de particules grossières, qui par l'irrégularité de leurs figures se sont accrochées en partie, & n'ont pas acquis assez de force centrifuge, pour sortir de cet abysme de matière du premier élément.

§. XXI.

C'est cette matière infiniment liquide, accumulée & renfermée dans l'espace central de chaque Tourbillon, qui fait ce qu'on appelle

une étoile fixe, ou le Soleil qui est au centre du Tourbillon solaire, dont je veux entretenir mon lecteur; tout ce que j'en dirai pouvant être appliqué aux autres Tourbillons, dont chacun est parmi les autres, comme entouré de ceux qui lui sont les plus voisins tout à l'entour.

§. XXII.

La masse totale du Soleil, ramassée autour du centre de son Tourbillon, aura acquis par la première impression ce mouvement de rotation sur son centre, dont une revolution (comme on le connoît par les taches) s'achève dans le temps de $25\frac{1}{2}$ jours par rapport aux étoiles fixes, mouvement trop tranquille & trop lent pour produire une force centrifuge de quelque considération; comme je le ferai voir ci-dessous.

§. XXIII.

Mais la matière du Soleil, qui est infiniment subtile, & dont la moindre portion l'est aussi, par conséquent susceptible d'une extrême agilité, cette matière, dis-je, n'auroit-elle point d'autre principe de mouvement, que celui dont je viens de parler, en vertu duquel tout le globe solaire tourne sur son axe d'une vitesse assez uniforme, de même que son tourbillon dans chacune de ses couches? Il ne faut pas douter que la matière du Soleil, outre son mouvement rotatif, ne soit encore dans une agitation très-violente; qu'elle a reçûe dès le commencement de son existence, & qui ne sçauroit diminuer par la longueur du temps, quoique cette agitation se fasse confusément & en tout sens: car comme ce liquide parfait est d'une nature à ne point faire de résistance aux corps qui y nagent, ainsi que nous l'avons dit, il s'ensuit que les parties n'ayant point de connexion entr'elles se mouvront aussi très-librement, sans s'empêcher, ni se résister en aucune maniere.

§. XXIV.

Voyons ce qui doit arriver aux corpuscules grossiers & irréguliers, que j'ai dit (§. XX.) être mêlés par-ci par-là dans cet océan du premier élément; & qui par l'irrégularité de leur figure; & par la lenteur du mouvement de rotation de la masse du Soleil;
n'acquiescent

n'acquièrent pas assés de force centrifuge pour sortir & s'éloigner du Soleil, ou s'il y en a qui s'éloignent, cet éloignement ne s'étendra qu'à une certaine distance, par exemple, tout au plus jusqu'à l'orbite de la terre, peut-être dans un temps plus que dans un autre. Enfin selon la constitution & l'agilité de ces corpuscules, une partie ira assés loin, une autre se rangera plus ou moins haut à proportion de la force centrifuge que les corpuscules reçoivent par le tournoyement du Soleil.

§. XXV.

C'est peut-être de cette matière qui s'échappe du Soleil, que se forme une espece d'atmosphère plate autour de cet astre, & particulièrement sur le plan de son équateur, puisque c'est ici où le mouvement de circulation est le plus vîte, & où par conséquent la force centrifuge est la plus grande. Ainsi il n'y a nul doute que ce ne soit cet atmosphère qui cause la lumière zodiacale, que M. Cassini le pere observa la première fois le soir du 18. Mars 1683. comme il l'a annoncé lui-même dans le Journal des Sçavants du 10. Mai de la même année. Après lui, M. Fatio de Duiller remarqua aussi cette lumière dans l'Automne le matin avant le lever du Soleil, d'où il conjectura d'abord, qu'elle devoit paroître le plus sensiblement dans ces deux saisons, sçavoir dans le Printemps après le coucher du Soleil, & dans l'Automne avant son lever, parce qu'alors dans nos climats, l'écliptique (ou plutôt le plan de l'équateur solaire) sur lequel la lumière (qu'on appelle zodiacale) se répand, s'élève le plus droit sur l'horizon, ou s'approche le plus d'un cercle vertical.

§. XXVI.

Après cette petite digression je reviens à mon système, qui se développera par l'explication des principaux phénomènes astronomiques, entre lesquels celui qui est en question demande le plus d'attention, vu l'extrême difficulté qui se présente de tout côté en voulant chercher une cause physique probable, qui fasse détourner la route des Planètes du plan de l'équateur solaire, d'autant qu'il paroît être contre le cours & l'ordre de la nature, que les corps mûs ne suivent pas la direction de la cause mouvante, là où les

corps célestes ont un champ libre d'aller en tel ou tel sens, vers où la force motrice les détermine.

C'est ici en effet, que l'action des Tourbillons à la Cartésienne souffre un horrible échec; car le mouvement du Tourbillon & celui du Soleil sur son axe, se faisant chacun d'Occident en Orient, prennent sans doute leur origine d'une même cause: le Tourbillon & le Soleil font un tout, ainsi la même force primitive qui a fait tourner l'un, a aussi fait tourner l'autre; donc l'équateur de l'un & l'équateur de l'autre devroient être dans un même plan; donc aussi les Planètes, qui flottent tranquillement (selon l'idée de Descartes) dans la matière du Tourbillon, devroient suivre absolument sa direction, tout comme un bateau dans une rivière abandonné à lui-même, est bientôt entraîné par l'eau, & dirigé suivant le fil du courant. Cependant les Planètes ne marchent pas sur les traces du courant du Tourbillon, elles s'en écartent, & décrivent des routes particulières, dont les plans coupent le plan commun du Tourbillon & du Soleil dans la ligne des Nœuds qui passe par leur centre commun. Voilà le point capital de la difficulté.

§. XXVII.

Pour me préparer à y répondre convenablement, je continue à faire mes réflexions sur les effets que doit produire la véhémence agitation de la matière du premier élément, dont j'ai commencé à parler (§. XXIII.) je regarde d'abord cette agitation comme la plus forte ébullition que l'on puisse concevoir, & d'autant plus forte que la quantité de corpuscules irréguliers du second élément qui s'y trouvent dispersés, ne sauroit ralentir ni diminuer en rien la violence de cette ébullition, parce que quelque copieuse que soit cette matière hétérogène des corpuscules, elle est comptée pour rien en comparaison de toute la masse du Soleil, & n'y fera pas plus qu'une pincée de poussière que je jetteroie dans un grand chauderon rempli d'eau bouillante.

Cependant ces corpuscules ne laissent pas d'être la cause de plusieurs effets considérables tant au dedans qu'au dehors du Soleil; car comme ils sont obligés de subir la même agitation confuse, ils ne peuvent que se choquer très-fréquemment avec une grande impetuosité, par où il arrive qu'une partie des plus grossiers &

irreguliers, pouvant résister à la rupture, s'accrochent ensemble, & forment enfin de gros pelotons, à peu près comme se font les avalanches de neige, qui grossissent en roulant avec précipitation du haut d'une montagne. C'est de-là sans doute, que tirent leur origine les taches de différente grandeur & figure, que l'on observe sur le disque du Soleil, qui vraisemblablement ne sont autre chose que ces gros pelotons, expulsés quelquefois vers la surface du Soleil, & ensuite derechef engloutis.

L'apparition de ces taches a été d'un grand secours aux Astronomes, qui par leur mouvement sur le disque solaire ont eu l'avantage de déterminer deux choses : 1.^o le temps periodique d'une revolution du Soleil sur son axe; & 2.^o la situation de son équateur par rapport aux étoiles fixes. Par où ils ont connu que ce mouvement de rotation se fait en même sens que la revolution des Planetes autour du Soleil, sçavoir suivant l'ordre des signes; marque certaine que ces mouvements sont les effets d'une même cause. Quant à l'équateur solaire, ils ont aussi trouvé par leurs fréquentes observations, qu'il n'est pas dans un plan commun avec l'écliptique ou l'orbite de la terre, ni avec les orbites des autres Planetes, mais que toutes ces orbites sont différemment inclinées, tant entre elles que par rapport à l'équateur du Soleil. Or comme cette différence ne paroît pas bien s'accorder avec la mutuelle dépendance qui devoit regner entre le mouvement de rotation du Soleil, & celui de son tourbillon, c'est justement ce qui a occasionné l'illustre Academie d'en demander la cause physique; mais avant que d'en venir à la solution de cette importante question, il faut nécessairement achever d'expliquer mon système, afin que la liaison entre tous les phenomenes, dont l'explication en découle si naturellement, soit exposée dans un plus grand jour. Je me flatte que la simplicité, aussi bien que la fécondité des principes dont je me sers, sera agréable à tous ceux qui aiment qu'un système soit clair & intelligible.

S. XXVIII.

Nous avons considéré l'effet que produisent les corpuscules grossiers & crochus, en formant par leur rencontre & leur confluence les taches du Soleil; je passe maintenant à mediter sur

ceux qui sont moins grossiers, & d'une consistance friable : je vois avec une évidence entière, que ceux-ci ne pouvant pas résister à l'impetuosit   & frequente collision, sans se rompre de plus en plus, deviendront d'une subtilité qui surpasse la force de l'imagination. C'est donc dans l'agitation incroyablement violente, & la collision perpetuelle de ces petites massules, que consiste la lumière éclatante, & la chaleur excessive du Soleil. Il n'y a qu'à voir comment l'une & l'autre est port  e au dehors du Soleil à une distance immense, & avec une rapidité prodigieuse.

  . XXIX.

Je ne sçais si on ne m'accordera pas facilement, que ces massules reduites à une petitesse quasi infinie, & mises dans une effervescence extraordinaire, ne pouvant plus se contenir dans leurs bornes, seront chass  es & jett  es hors du Soleil avec une vites  se incomparablement plus grande que tout ce qu'on peut imaginer de plus rapide, & cela en direction droite du centre vers tous les points de la surface extrême, & au de-là même (comme nous l'entendrons bientôt) du Tourbillon. Nous voyons au moins une foible image de telles explosions dans les liqueurs spiritueuses faites par la chymie, lesquelles étant fortement secou  es & agit  es, rendent une odeur beaucoup plus forte & plus au loin que quand elles sont dans un état calme, marque certaine que par le mouvement d'agitation les particules spiritueuses sont pouss  es dehors, & dispers  es de toute part à la ronde jusqu'à une distance considerable.

Je conçois donc, que ces effluves qui sortent du Soleil sans cesse en ligne droite par l'effet d'une explosion très-violente, sont ce qu'on appelle les rayons du Soleil, qui portent sur tout ce qu'ils rencontrent la lumière & la chaleur de la maniere qu'on sçait a  s  s, sans que je m'y arrête long-temps.

  . XXX.

Je dois plûtôt répondre à deux objections qu'on peut me faire ; la première est, pourquoi par ce continuel découlement de ces massules, qui dure déjà depuis la création du Monde, la source qui est dans le Soleil, ne tarit pas à la fin, & que la matière ne

lui en manque jamais? La seconde objection consiste en ce qu'on me demandera, d'où vient que les rayons qui traversent les vastes étendus du ciel, ne perdent rien de leur rapidité? Pour ce qui est de la dernière de ces objections, à laquelle je répondrai en premier lieu, je dis sans détour, que chaque Tourbillon n'étant qu'une masse de matière du premier élément, mais sans agitation intestine qui se trouve seulement dans celle du Soleil & des autres étoiles fixes, & que dans cette masse du Tourbillon y ayant bien quantité de particules du second élément, mais qui sont fort dispersées les unes des autres; on voit bien, que puisque la matière du premier élément ne résiste pas, les rayons y passeront sans aucun obstacle de la part de cette matière, & à cause des grands interstices que laissent entre elles les particules du second élément, l'extrême subtilité des masses dont les rayons sont composés, fait aussi qu'il n'y a point d'empêchement à craindre pour leur passage; & que si par hazard il y en a, l'une ou l'autre de ces particules, qui se rencontre sur leur chemin, sera bien vite refoulée, & écartée par le flux continu du rayon.

§. XXXI.

Mais quant à la première objection, elle merite plus d'attention, d'autant que la réponse que j'y donnerai, m'ouvre justement le chemin pour parvenir à la connoissance de la cause physique d'un des plus importants phenomenes, je parle de la pesanteur. On renvoie donc la réponse, pour la donner lorsque j'aurai à expliquer la pesanteur dans toute son étendue; il suffit que je dise en passant, que la perte de la matière du Soleil qui se fait par l'écoulement des rayons, est à tout moment réparée par une égale quantité d'autre matière qui s'y jette de tout côté, venant des extrémités du Tourbillon vers le Soleil, de la maniere que j'indiquerai.

Revenons donc aux rayons du Soleil, dans le progrès desquels consiste la propagation de la lumière. Il y a long-temps que l'on est desabusé de croire avec Descartes, que cette propagation soit instantanée comme un effort qui se communique à la fois d'un bout à l'autre par toute la longueur d'un bâton, quand il est pressé par l'une des extrémités. L'observation qu'a faite M. Romer,

montre évidemment que le progrès de la lumière est succésif; quoique prodigieusement rapide, puisqu'elle parcourt le diametre de l'orbe annuel de la terre dans le temps de 22 minutes horaires; en sorte que dans une seule minute elle fait un chemin de mille diametres de la terre, & $16\frac{2}{3}$ diametres dans une seconde. Une telle vitesse, qui est six cent mille fois plus grande que celle du son, a paru à M. Huguens trop énorme pour croire que la propagation de la lumière se fasse par un transport actuel d'une matière qui depuis l'objet lumineux s'en vienne jusqu'à nous. Il a donc mieux aimé concevoir cette propagation sur le pied que se fait celle du son, qui s'étend par des ondes sphériques, comme on le voit dans son *Traité de la Lumière*, d'ailleurs très-ingenieux; où il prétend que les particules qui composent le rayon, sans sortir loin de leur place, se poussent succésivement, comme feroient de petites boules élastiques mises bout à bout sur une longue file en ligne droite, dont la première en mouvement choqueroit la seconde, celle-ci la troisième, & ainsi de suite, tout le mouvement de la première boule seroit transmis à la dernière par les boules intermediaires.

§. XXXII.

Mais sans parler de l'impossibilité du hazard, qui demanderoit que toutes ces petites boules fussent mises très-exactement & à la rigueur géométrique en ligne droite; car ce qu'il dit, que si une des boules en rencontroit à la fois trois ou plusieurs autres, la communication du mouvement en ligne droite ne laisseroit pas de se faire sur les suivantes avec la même vitesse, est très-faux, & contre les regles de la communication du mouvement; sans parler donc de cet inconvenient, on voit bien que par-là il ne gagneroit rien pour sauver la difficulté qu'il y auroit à comprendre cette énorme vitesse, qu'il faut supposer en statuant que la matière des rayons se transporte effectivement depuis l'objet rayonnant jusqu'à la plus grande distance où la lumière se porte; car quand on lui accorderoit cette sorte de transmission de mouvement d'une boule à l'autre, ne faut-il pas que chacune reçoive succésivement la même vitesse par l'impression de la précédente? & la rapidité de cette succession de l'une à l'autre n'est-elle pas plus incomprehensible,

que si la vitesse une fois imprimée à chacune des boules ne fait que perséverer, puisqu'il n'y a rien en leur chemin qui leur résiste, comme nous avons fait voir?

Outre cela, l'élasticité des boules d'où leur viendrait-elle, vu que les corps sont naturellement sans ressort, & s'ils en ont, il faut qu'il y ait une cause qui le produise, car certainement l'idée que l'on a du corps, ne renferme pas celle de l'élasticité, autrement tout corps devrait être élastique, ce qui est contre l'expérience; donc, selon M. Huguens, il faudroit supposer encore un autre genre de matière, qui fût incomparablement plus subtile que ces boules qui composent les rayons de lumière, lesquelles sont déjà d'une si grande subtilité, qu'elles passent librement les pores les plus étroits, tels que sont ceux du verre, du cristal, du diamant; ce seroit donc cette autre matière qui entrant avec une rapidité inconcevable dans les globules de la lumière, leur devroit procurer cette parfaite élasticité.

Ainsi M. Huguens, bien loin d'éviter la difficulté, qui selon lui, se rencontre en supposant un transport effectif des globules de lumière avec une si grande vitesse, est réduit à supposer dans la matière qui leur donne le ressort, une vitesse infiniment plus grande; ou veut-il peut-être, que l'élasticité leur soit innée ou essentielle, sans qu'on ait besoin de supposer pour cela une cause étrangère? mais ce seroit attribuer à la matière une qualité aussi incompréhensible que l'est la vertu attractive que donnent si libéralement aux corps M.^{rs} les Newtoniens, se mettant peu en peine qu'on l'entende ou non. En fait de Physique, on a raison de rejeter la coutume de ceux, qui pour expliquer quelque phénomène, ont recours à des principes chimeriques, plus obscurs que ce qui est en question.

§. XXXIII.

Après cette discussion, nous ne balancerons plus à établir pour hypothèse, que les petites masses très-fines (que je nommerai *massules*) formées dans le Soleil par cette agitation violente, sont continuellement chassées hors du Soleil avec une rapidité nécessaire pour parcourir mille diamètres de la terre dans une minute de temps. Et comme cette explosion se fait de tout côté, ou vers toutes les

plages du Monde, il est visible qu'il y a autant de rayons partants du Soleil, que l'on peut s'imaginer de lignes droites tirées du centre vers toute la circonférence de son Tourbillon, & que chaque rayon est une file rectiligne d'une infinité de massules qui se suivent immédiatement les unes après les autres avec cette prodigieuse vitesse.

Rien n'empêche donc de concevoir, qu'à cause de leur extrême petitesse elles penetrent librement les pores des corps grossiers sur lesquels elles tombent, comme sont les Planetes & leurs atmosphères, sans y produire d'autre effet que la lumière & la chaleur; la lumière se termine sur la surface des corps, à moins que leurs pores ne soient disposés en ligne droite, auquel cas la lumière passe plus outre avec les rayons; car ceux-ci passent toujours (au moins pour la plupart) de part en part, quoiqu'ils soient obligés d'aller en serpentant par les corps qu'on nomme *opaques*, à cause des détours & des sinuosités obliques des pores, mais néanmoins sans rien perdre de leur rapidité; car les pores sont assez larges pour donner un libre passage, ils changent seulement la direction, & interrompent par-là l'effet de la lumière, qui demande la continuation en ligne droite. Mais pour la chaleur, qui est causée par le frottement continuel que souffrent les pores intérieurs ou leurs parois, quand les rayons y passent, & agitent les petits filaments qui avancent hors de ces parois; il est clair que les parties des corps opaques en étant ébranlées en diverses manieres, reçoivent cette qualité qu'on appelle *chaleur*.

S. XXXIV.

Ce n'est pas mon dessein de m'arrêter plus long-temps sur l'explication de ces deux effets, j'entends de la lumière & de la chaleur; je n'en eusse même point du tout parlé comme hors de mon sujet, si la petite description de mon système (que je dois faire préliminairement avant que de donner une solution probable de nôtre question) ne m'y eût conduit directement.

Je reprends donc le fil de mon discours, pour voir ce qui arrive de plus, lorsque les rayons du Soleil, après avoir passé au travers des Planetes, aussi bien que tous ceux qui ne les traversant pas, sont parvenus au-dessus de la region de Saturne, où ils ne rencontrent plus

plus de Planetes jusqu'à l'extrémité du Tourbillon : à moins que dans cette vaste étendue, il n'y ait peut-être encore quelques autres Planetes, mais qui pour être trop éloignées ou trop petites, ne sont pas visibles.

§. XXXV.

Les massules, dont les files composent les rayons, étant ainsi parvenues à l'extrémité du Tourbillon, sont d'une très-grande rareté, puisque toutes celles qui partoient à la fois en lignes droites depuis la surface du Soleil, sont présentement répandues par toute la surface du Tourbillon; par conséquent les densités étant en raison reciproque des espaces qu'une même quantité de massules occupe, il est évident que la densité de leur masse totale dans l'instant qu'elles partent du Soleil, est à la densité de cette même masse répandue sur toute la surface du Tourbillon, réciproquement comme le quarré du demi-diametre du Tourbillon est au quarré du demi-diametre du Soleil. D'où il paroît qu'à cause de cette grande rarefaction de la matière des rayons solaires, la lumière doit être affoiblie dans la même raison directe; avec tout cela les rayons ne laissent pas de continuer leur route avec la même rapidité, & de pénétrer non seulement dans les Tourbillons voisins, mais de les traverser, & encore d'autres plus éloignés, pour porter leur lumière, quoiqu'affoiblie extrêmement, à des distances immenses; il faut bien que cela soit ainsi, car sans cela les étoiles fixes, qui dardent leurs rayons dans nôtre Tourbillon au travers de plusieurs autres qui sont entre deux, ne seroient pas visibles.

§. XXXVI.

Cependant considerons maintenant un autre effet qui doit arriver à la matière des rayons, lorsqu'elle est portée à l'extrémité de son Tourbillon, & qu'elle est prête à entrer dans celui qui le touche immédiatement : il est très-probable, & moralement certain, que parmi tant de millions de milliards de ces massules qui se présentent à chaque instant sur toute la superficie du Tourbillon, & dont le plus grand nombre passe plus outre, il y en a pourtant aussi une multitude très-considerable, qui sont rencontrées par tout autant de massules semblables, lesquelles chassées du fond des Tourbillons qui environnent le nôtre, viennent fondre sur les

premières avec la même force. D'où il s'ensuit que ces massules n'ayant naturellement point de ressort, comme je l'ai dit ci-dessus, il faut que toutes les fois que deux de ces massules de différents Tourbillons viennent à se choquer directement, elles perdent toutes deux leur mouvement, & s'arrêtent tout court colées ensemble, & forment ainsi une nouvelle massule en repos deux fois plus grosse que chacune n'étoit auparavant. Il peut même arriver sans beaucoup de hazard, que plusieurs de ces nouvelles massules en repos, viennent à être choquées à la fois par deux autres primitives, l'une d'un côté, & l'autre du côté opposé, auquel cas il est derechef manifeste par les regles de la communication du mouvement des corps sans ressort, que ce second choc détruisant le mouvement opposé de ces deux nouvelles massules, & les colant aux deux premières, il s'en formera un petit peloton en repos, & quatre fois plus gros qu'une des massules primitives.

De cette maniere je conçois clairement, que ces pelotons peuvent grossir de plus en plus, avant que d'être chassés de leur repos par des chocs qui viennent d'un seul côté, soit pour retourner ensemble au Soleil, si le choc vient du côté d'un Tourbillon voisin, soit pour pénétrer plus avant dans un des Tourbillons voisins, lorsque le choc vient du côté du Tourbillon solaire.

§. XXXVII.

Ainsi voilà nôtre Tourbillon solaire, & chacun des autres, terminé par une espece de voile d'un tissu fort rare & poreux, dont les parties ne sont point liées ensemble, en sorte que le plus grand nombre des massules qui composent les rayons y passent librement, pour sortir & entrer d'un Tourbillon dans l'autre : mais à cause de leur multitude infinie, il y en aura toujours assés que le hazard dirige à tomber centralement sur autant de pelotons, qui sont là dans l'inaction & en repos, par consequent dans un état d'indifférence à être emportés vers où ils sont poussés, c'est-à-dire, les uns pour descendre au Soleil, les autres pour rentrer dans un autre Tourbillon. Il peut même arriver, qu'en chemin faisant quelques-uns de ces pelotons se joignent à d'autres qu'ils entraînent avec eux, & grossiront par ce nouvel accroissement.

De cette maniere nous concevons qu'il doit descendre conti-

nuellement du ciel une pluie abondante & impetueuse de pelotons repoussés en bas par le choc des massules, qui sortent des Tourbillons circonvoisins.

§. XXXVIII.

Je vais faire à present mes reflexions sur la nature & l'effet de ce déluge de pelotons qui tombe de toute part de la circonference du Tourbillon vers le centre, & que j'appellerai pour cela *Torrent central*, parce qu'effectivement la matière est assez copieuse pour qu'elle se jette avec précipitation comme un Torrent perpétuel sur le Soleil. C'est donc de cette matière, que le Soleil recouvre sa nourriture pour reparer la perte qu'il fait sans cesse par l'émanation des files de massules, je veux dire par les rayons; à peu près comme les eaux qui sortent de l'Océan, soit par l'évaporation, ou par la filtration par les pores de la terre, lorsque de manière ou d'autre, moyennant la chaleur, elles se résolvent en vapeurs; dont ensuite plusieurs parcelles se joignant ensemble en gouttes, retombent en forme de pluie, ou sortent des lieux élevés de la terre pour composer de petits ruisseaux, qui eux-mêmes par leur concours forment de grands fleuves pour regagner les mers.

Ou bien ne pourroit-t-on pas faire cette autre comparaison, prise de ce que nous voyons que la fumée qui s'élève de la matière combustible, & dont une partie s'attache au tuyau de la cheminée, & fait la fuye, laquelle reprenant peu à peu par la réunion des petites particules de la fumée une consistance plus grossière, se détache enfin, & retombe au foyer. C'est donc ainsi qu'on répond à la première objection formée dans le §. XXX. Or il est assez intelligible, sans que je le dise, que les pelotons rentrés dans le Soleil sont d'abord contraints de suivre la violente agitation confuse, qui se trouve dans toute la masse du Soleil, & ne seront pas longtemps sans être réduits par la fréquente collision dans leur premier état de petitesse, c'est-à-dire, dans la forme des massules propres à subir l'explosion nécessaire pour le dardement des rayons, tout comme la fuye retombée dans le feu, se brûle, & se dissout une seconde fois, en fumée, & remonte.

En tout cela je ne vois rien qui puisse choquer l'imagination; mais il se présente une difficulté dans la maniere de concevoir la

descente du Torrent central jusqu'au Soleil, sans que les files de pelotons s'empêchent mutuellement de descendre avant que d'arriver à la surface du Soleil; car si les pelotons encore en repos occupent toute la vaste étendue de la circonférence du Tourbillon, & qu'ils viennent ensuite se précipiter sur la surface du Soleil, où ils doivent occuper une étendue quasi infiniment plus petite, il faut sans doute que la densité des files près du Soleil devienne comme infinie par rapport à celle que les pelotons ont entre eux pendant qu'ils sont dispersés à l'extrémité du Tourbillon: ainsi il semble que les files devoient enfin en descendant se toucher par les côtés avant que d'achever la descente totale; mais cela se faisant, il est sensible que les files du Torrent ne pourroient plus descendre davantage, sans que les pelotons se pénétrassent, d'où il s'ensuit que le Torrent s'arrêteroit, & demeureroit suspendu à une bonne distance du Soleil.

Pour lever cette difficulté, on n'a qu'à dire que, quoique les files soient assés serrées autour même de la circonférence du Tourbillon, rien n'empêche pourtant qu'on ne puisse supposer que leurs interstices peuvent être diminués tant que l'on veut, pourvu que l'on conçoive que la somme de tous les diamètres des pelotons situés autour de la circonférence du Tourbillon, n'excede pas la circonférence du Soleil: de cette maniere nous comprendrons aisément que le Torrent descendra jusqu'au Soleil, sans que les files viennent à se toucher. Il est vrai que pour que cela soit, il faut que les pelotons soient supposés d'une subtilité extrême, nonobstant que le plus petit d'entre eux ait une masse trois fois plus grosse, qu'une massule du rayon solaire. La divisibilité de la matière à l'infini permet de donner aux particules une telle subtilité que l'on jugera convenable. Il n'y a donc point de contradiction de statuer que nos pelotons occupant toute la surface du Tourbillon, & serrés entre eux si près que l'on voudra, ils pourront néanmoins étant transportés sur le soleil, trouver assés d'espace sur sa surface, pour y être situés au large, & sans se toucher les uns les autres.

S E C O N D E P A R T I E.

S. XXXIX.

A PRÈS avoir donné une idée, ce me semble, affés intelligible de la generation de nos pelotons, qui doivent former le Torrent central, je poursuis ma théorie, pour en déduire les causes des phenomenes & des faits celestes; je commence par expliquer la cause de la pesanteur. A cette fin, je ferai mes remarques sur les grosseurs respectives, & les vîtesses que peuvent acquerir les pelotons, lorsqu'ils sont mis en mouvement par l'impulsion des massules qui viennent des Tourbillons du dehors. De ce que je viens d'expliquer, il est d'abord manifeste que les plus petits pelotons qui forment le Torrent central, sont composés pour le moins de trois massules, sçavoir de deux qui par leur choc direct se sont mis en repos, & de la troisième qui leur donne l'impulsion, & vont conjointement descendre vers le Soleil, ne faisant plus qu'un seul petit corps que j'ai nommé *peloton*, dont la commune vîtessé sera (par les regles de la communication du mouvement pour les corps sans ressort) le tiers de la vîtessé d'une massule avant le choc.

La seconde sorte de pelotons, sont ceux qui sont composés de 5 massules, lorsqu'après que deux ont perdu leur mouvement par le choc direct, deux autres les heurtent en même temps, & en direction opposée, par où elles perdent aussi leur mouvement, & ne font qu'augmenter la masse du peloton, qui sera par conséquent composé de 4 massules, & encore sans mouvement, jusqu'à ce que la 5.^{me} vienne du dehors les choquer, & descendre ensemble comme une masse commune avec la 5.^{me} partie de la vîtessé d'une massule. La 3.^{me} la 4.^{me} la 5.^{me} sorte de pelotons, & ainsi de suite, seront composés de 7 massules, de 9, de 11, &c. & descendront avec $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{11}$, &c. de la vîtessé d'une massule. Je ne prétends pas cependant que la formation de nos pelotons soit justement si régulière, que nous venons de le dire; il peut arriver qu'un des pelotons déjà mis en mouvement, en rencontre sous lui un autre qui est encore en repos, ou qui a une vîtessé plus petite, auquel cas il s'en

fera un peloton plus gros, qui acquerra une vitesse selon la combinaison de la différente grosseur & vitesse de leur masse particulière. Concevons en general un peloton de masse A avec la vitesse m , qui choque sous lui un peloton de masse B , qui a déjà une vitesse, mais plus petite n ; la masse du peloton composé, qui sera $A+B$, prendra une vitesse $= \frac{mA+nB}{A+B}$ suivant les regles de la communication du mouvement pour les corps non-élastiques. Enfin mon but étoit de faire comprendre que le Torrent central doit être composé de pelotons de toutes sortes de grosseur & de vitesse avec laquelle ils se portent vers le Soleil.

§. XL.

Nous pouvons prendre de tous ces pelotons de différente grosseur & vitesse, un d'une grosseur & d'une vitesse moyenne quelle qu'elle soit; par exemple, qu'il soit dix ou cent fois plus gros qu'une des massules, & qu'il ait la centième ou la dixième partie de la vitesse de celle-ci: une exacte détermination de cette circonstance n'est nullement nécessaire pour mon dessein; c'est assez que je puisse concevoir l'existence d'un Torrent central en forme d'un fluide, composé de ces pelotons, qui sont poussés de haut en bas depuis toute la surface du Tourbillon jusques dans le Soleil; & que ce fluide du Torrent, qui, comme nous l'avons montré, ne manque jamais de matière, se précipite avec une grande rapidité.

Car quand même cette rapidité seroit mille fois plus petite que celle d'une seule massule, qui est celle de la lumière; cette rapidité du Torrent central ne laisseroit pas d'être encore très-considérable, puisque selon ce que nous avons remarqué (§. XXXI.) elle seroit assez grande pour parcourir dans le temps d'une minute la longueur d'un diametre entier de la terre. Le Torrent central avec une telle vitesse sera donc en état de produire un effet tout particulier sur un corps qu'il rencontre dans son chemin, & cet effet est précisément la gravitation des Planetes vers le Soleil: voici comme je conçois que la chose se fait.

§. XLI.

Les pores & les interstices entre les parties élémentaires terrestres qui composent les Planetes, sont suffisamment larges pour

laisser passer sans obstacle les files des massules qui partent du Soleil; mais après qu'à leur retour une bonne quantité de ces mêmes massules se sont accumulées en petits pelotons, qui fournissent la matière au Torrent central, & desquels le plus petit est pour le moins trois fois plus gros qu'une massule; il est déjà assés évident que les pelotons n'enfileront plus si aisément les mêmes pores des corps terrestres; d'où il arrive que le Torrent central fait un effort continuel sur la Planete qu'il rencontre, pour la pousser en bas vers le centre commun du Tourbillon, de la même maniere qu'un courant d'eau donnant contre un obstacle, fait un effort continuel pour l'entraîner, égal à la force avec laquelle cet obstacle résiste.

Il n'y a point d'autre difference entre ces deux actions, sinon que l'eau frappe seulement les surfaces extérieures des corps qui lui résistent, au lieu que notre Torrent ayant des pelotons de toutes sortes de grosseur, les plus petits penetreront jusqu'aux moindres pores avant que de perdre leurs forces, & les imprimeront par conséquent aux moindres parties des corps terrestres, pendant que les plus gros pelotons consomment leurs forces en frappant la première superficie de la Planete, après en avoir déjà employé une partie à penetrer, en vainquant la résistance de l'atmosphère qui enveloppe le corps de la Planete.

Les pelotons, qui conservent un reste de mouvement après leur passage à travers la Planete, poursuivront leur route vers le Soleil, mais ceux qui consomment tout-à-fait leur force, en donnant ou sur l'atmosphère seulement, ou sur la superficie extérieure du corps de la Planete, resteroient là sans mouvement, si par la succession continuelle de la nouvelle matière du Torrent, ils n'étoient obligés de faire place en esquivant à côté, & de se laisser entraîner par le fluide lateral du Torrent, qui ne fait plus que friser la Planete, ou son atmosphère.

S. XLII.

Je ne crois pas qu'on puisse rien prétendre de plus pour la cause de la pesanteur des Planetes vers le Soleil; l'explication courte, mais claire, que nous en avons donnée, comprend tous les

éclaircissements qu'on pourroit demander sur diverses particularités & circonstances qui accompagnent la nature de cette gravitation. Car on voit 1.^o que non seulement le corps de la Planete pris dans son total doit être pesant, mais que chacune de ses parties en son particulier le doit être aussi à proportion de sa masse, parce que la matière du Torrent central penetre & agit sur la Planete selon toutes ses dimensions, sur les parties intérieures aussi bien que sur les extérieures. On s'apperoit 2.^o pourquoy les forces de la gravitation, que M.^{rs} les Newtoniens attribuent à une vertu attraitrice, doivent être entre elles en raison reciproque des quarrés des distances au Soleil, puisqu'il est évident que les filets du Torrent se retrecissent par les côtés à mesure qu'ils s'approchent du Soleil; & partant que leur densité, dont dépend l'estimation des forces absolues, observe cette proportion, tout comme les rayons aussi produisent une lumière dont les vivacités sont comme leur densité; c'est-à-dire, reciproquement comme les quarrés des distances du point lumineux. Il est clair 3.^o que les particules élémentaires des corps grossiers (j'entends les plus petites qui sont solides & sans pores) ne reçoivent l'action de la pesanteur que par leur surface; puisque ces particules n'ayant point de pores ne peuvent pas admettre dans leur intérieur la matière du Torrent, qui doit les rendre pesantes.

Il me semble que cette seule consideration fait voir clairement la nullité de la prétendue attraction. Car si les corps avoient de leur nature cette qualité essentielle de s'attirer l'un l'autre, il est certain que les particules élémentaires seroient pesantes en raison de leur solidité, & non pas de leur surface; & qu'ainsi une même particule élémentaire à un éloignement double du corps dont il est attiré, en recevroit une force qui ne seroit pas sous-quadruple; mais sous-octuple de celle qu'elle reçoit à une distance simple, puisque la densité, ou la multitude des rayons qui partent du corps attirant, & qui saisissent la particule, devroit être estimée par la quantité de sa masse & non point de sa surface; d'où il s'ensuit que la force de cette attraction diminueroit en raison triplée, ou comme les cubes, & point du tout comme les quarrés des distances : de-là on peut démontrer aisément, que les masses entières
des

des Planetes n'auroient point d'autre gravitation sur le Soleil, que celle de ses particules élémentaires, dont la diminution se feroit en raison des cubes des distances.

Que deviendra donc le système de M. Newton par rapport à la Physique, si son fondement principal tombe en ruine? Je m'étonne que pas un de ses partisans outrés ne se soit aperçû de l'inconvenient qui resulte de l'hypothèse des attractions, que l'on veut attribuer, comme une qualité essentielle, non seulement aux corps grossiers, mais aussi à leurs particules élémentaires destituées de pores, ce qui ne peut subsister, ainsi que nous l'avons démontré, avec la loi suivant laquelle la gravitation des Planetes doit varier par rapport aux éloignements du Soleil, pour qu'elles décrivent des orbites elliptiques autour de cet astre placé dans un de leurs foyers.

§. XLIII.

Il n'y a nul doute que ce que nous avons dit jusqu'à présent sur la cause & la nature de la pesanteur des Planetes vers le centre du Soleil, ne doive être appliqué aussi aux pesanteurs particulières qui agissent sur les corps enveloppés dans les Tourbillons secondaires, pour les pousser vers les centres de ces Tourbillons. Car naturellement chaque Planete principale, comme, par exemple, la Terre qui tourne sur son propre axe, sera munie d'un Tourbillon particulier, & aura dans son centre une espece de petit Soleil, je veux dire un amas de cette matière parfaitement liquide & bouillante, laquelle avec les autres circonstances, doit produire en petit ce que la force du Soleil fait dans un degré beaucoup plus éminent.

Ainsi tous les corps, & même la Lune, qui sont de la dépendance du Tourbillon terrestre, seront poussés par un Torrent central qui s'y forme, vers le centre de la terre, avec des forces reciproquement proportionnelles aux quarrés des distances. C'est donc aussi dans l'action de ces forces, que consiste la pesanteur des corps graves terrestres. Je n'en dis pas davantage, de peur d'ennuyer mon lecteur par une longue répétition de ce qui a été expliqué sur la cause generale de la pesanteur.

§. XLIV.

Je ne sçauois m'empêcher à cette occasion, de communiquer

Prix 1734.

E

mes pensées sur la maniere d'expliquer la pesanteur, que l'on voit dans le petit livre de M. Villemot, intitulé *Nouveau Système, ou Nouvelle explication du Mouvement des Planetes*; où l'Auteur expose son système, établi aussi sur le bouillonnement d'un feu central, mais dont la nature, l'origine & les effets diffèrent insiniment de l'idée sous laquelle je le conçois, outre qu'il le donne dans une tout autre vûe pour en tirer les phenomenes celestes, que je ne le fais dans mon système. On n'a qu'à lire l'un & l'autre pour en voir la difference : le seul chapitre de la pesanteur fait déjà connoître que les principes de Statique & d'Hydrostatique ne lui étoient pas assés familiers. Voici de quelle maniere il raisonne, p. 182. Après avoir supposé que rien ne peut sortir de la matière bouillonnante au centre de la terre, cette matière, selon lui, ne fait que tendre ou s'efforcer à s'en éloigner en ligne droite, » sans s'en éloigner effectivement, « mais on conçoit, dit-il, qu'elle » pousse, ou plutôt qu'elle presse toute la matière voisine, & qu'ainsi » elle doit pousser vers le centre les corps grossiers, par la même » raison que l'eau tendant en bas fait monter le liege dont elle » prend la place.

M. Villemot considère cette matière voisine, répandue jusqu'à l'extrémité du Tourbillon, comme un fluide renfermé de toute part, lequel venant à être pressé par un bout, cette pression se communique d'abord à l'extrémité opposée, & de-là ne pouvant aller plus loin, elle rejaillit sur le corps grossier qui s'y trouve, & l'oblige, à ce qu'il croit, de s'approcher vers le principe de la pression : mais ne devoit-il pas voir que par la loi d'Hydrostatique la pression se communiquant également sur toutes les parties du fluide, le corps qui en est environné, doit soutenir une compression uniforme tout à l'entour, & sera par conséquent pressé pardevant tout autant qu'il l'est par derrière, ce qui lui fera garder un parfait équilibre. Si quelqu'autre que M. Villemot, eût allégué la compression prise du liege que l'eau fait monter, comme un exemple, pour expliquer la cause de la pesanteur, je dirois que ce seroit commettre le Sophisme, que l'on appelle dans les écoles *Petition de principe*, puisqu'il supposeroit que l'eau est pesante, & que le liege est moins pesant, sans expliquer la cause pourquoi l'un & l'autre est pesant. Car si on pouvoit ôter à l'eau & au liege sub-

mergé leur pesanteur naturelle, & qu'au lieu de cela on pressât de haut en bas la superficie horizontale de l'eau, on auroit beau presser, on verroit que le liege ne bougeroit pas de sa place.

S. XLV.

Pour en être convaincu, on n'a qu'à prendre un tuyau de verre *AB* fermé en *B*, & ouvert en *A*: qu'on le remplisse d'eau jusqu'en *P*; & qu'étant mis dans la situation horizontale, on y mette vers le milieu un petit morceau de liege *L*, qui puisse nager librement dans l'eau sans aucun frottement sensible contre le verre; que l'on fasse entrer par l'ouverture *A* le piston *PC*, & qu'on presse fortement le cylindre d'eau *CB* de *C* vers *B*. C'est-là justement le cas de M. Villemot, car la pression de la matière bouillonnante est ici représentée par la pression du piston *PC*; la matière voisine pressée, qui se termine par l'extrémité du Tourbillon, doit être comparée au cylindre d'eau *PB*, dont la pression se termine en *B*; le corps grossier dont il veut expliquer la pesanteur, se représente par le morceau de liege *L*: donc si son explication avoit lieu, il faudroit que par l'effort du piston *PC*, le liege *L*, s'en approchât, & vînt à s'y joindre. Mais la saine Hydrostatique m'apprend, sans en faire l'expérience, qu'avec la plus grande force du piston que le tuyau puisse soutenir, on ne déplacera jamais le morceau de liege *L*, bien loin de le faire approcher du piston *PC*.

Ainsi l'explication donnée par M. Villemot sur la cause de la pesanteur, n'est qu'une pure illusion, aussi évidente que celle qui se trouve à la page 186. de son livre, où, pour prouver que la terre est plus élevée vers l'équateur que vers les poles, c'est-à-dire qu'elle est un sphéroïde applati, il recourt à l'observation de M. Cassini, qui a observé que les degrés de la terre diminuent en allant de l'équinoxiale vers les poles; car cette observation supposée exacte, comme il n'en faut pas douter, prouve justement le contraire, sçavoir que la figure de la terre doit être un sphéroïde allongé: la raison en est, parce que les meridiens d'un tel sphéroïde ont leur plus grande courbure aux poles, ce qui fait que les degrés de latitude diminuent à mesure qu'ils s'éloignent de l'équinoxiale, au lieu que dans un sphéroïde applati, par une raison contraire, leur plus grande courbure se trouvant où les meridiens

croisent l'équateur, y racourcit le plus sensiblement la longueur des degrés, qui ensuite s'allongent en allant vers les poles. La sçavante Dissertation sur ces deux sortes de sphéroïdes, publiée par M. de Mairan dans les Memoires de 1720, merite d'être lûë, parce qu'elle contient des raisonnemens solides touchant la figure de la terre.

§. XLVI.

Quoi qu'il en soit, il faut avouer qu'une simple pression; telle que M. Villemot l'a imaginée, n'est point du tout propre à en tirer la cause de la pesanteur; & comme nous avons déjà vû (§. IX.) que les Tourbillons conçûs à la maniere de M. Huguens, desquels il fait mouvoir la matière sur des surfaces sphériques en tout sens, ne pourroient pas subsister, parce que leurs particules s'entre-choquant, & n'étant point élastiques, s'arrêteroient mutuellement, d'où il arriveroit dans peu, que toute la matière d'un Tourbillon de cette nature se changeroit en une masse immobile.

D'ailleurs le Tourbillon fait selon l'idée de M. Descartes, que nous adoptons aussi, mais pour un autre usage (comme nous le verrons) que pour causer la pesanteur par la force centrifuge de sa matière, prévalente à celle des corps terrestres; ce Tourbillon, dis-je, n'étant point du tout suffisant pour expliquer les propriétés de la pesanteur, puisque les corps grossiers devroient être chassés, non point au centre, mais perpendiculairement à l'axe du Tourbillon; outre plusieurs autres inconveniens qui resultent de cette hypothèse, dont nous avons indiqué quelques-uns (§. VI. & VII.) l'unique remede, qui reste pour avoir une idée générale de la cause de la pesanteur, & de toutes ses propriétés, à moins qu'on ne veuille recourir aux attractions de M. Newton, c'est d'admettre nôtre Torrent central, par lequel on explique si naturellement & si intelligiblement tout ce qu'il a voulu expliquer par ses attractions; & bien davantage, ainsi qu'on le verra bientôt, par la raison que je rendrai de la rotation des Planetes principales autour de leur axe, où il paroîtra très-clairement que cette rotation (difficile à expliquer par le système de Newton) n'est qu'une suite de l'action du Torrent sur la Planete.

§. XLVII.

Je vais donc contempler de plus près les Tourbillons de Descartes, afin de tirer de leur nature ce qui sert principalement à perfectionner ma théorie. J'ai déjà dit au commencement de ce discours, qu'un Tourbillon celeste est 1.^o un amas ou une quantité prodigieuse de matière parfaitement liquide, qui ne fait point de résistance aux corps qui s'y meuvent; 2.^o que cette matière, quoique de la même nature que celle du Soleil, n'a pas ce bouillonnement excessif dont celle-ci est agitée; mais 3.^o qu'elle tourne d'un mouvement tranquille autour du Soleil, avec une vitesse que je déterminerai; 4.^o que ce Tourbillon de matière parfaitement liquide charrie avec lui une multitude infinie de particules du second élément, que je veux bien nommer avec M. Descartes *globules celestes*, sans s'entre-toucher pourtant, comme il les a conçûs, mais séparés & dispersés, laissant entre eux des intervalles, si vous voulez, cent ou mille fois plus grands que le diametre d'un globule; je fais cette supposition dans cette seule vûë, que l'on puisse concevoir comment les masses des rayons & les pelotons du Torrent passent à travers des distances immenses fort librement, sans rencontrer de frequents obstacles, en heurtant contre des globules celestes, & que s'ils en rencontrent par-ci par-là, ils les écartent facilement par la rapidité de leur mouvement, & rendent le passage libre à ceux qui les suivent de près.

§. XLVIII.

Pour ce qui est de la vitesse avec laquelle le Tourbillon doit tourner autour du Soleil, on a démontré ailleurs que la vitesse (quelle qu'elle soit) des parties du Tourbillon sous son équateur; doit être à peu près reciproquement proportionnelle à la racine quarrée de leurs éloignements du centre du Soleil, d'où dépend la regle de Kepler, qui veut que leurs temps periodiques soient en raison sesquiquarrée de ces mêmes éloignements. Mais pour avoir une idée distincte de la vitesse actuelle à chaque distance, je fais cette reflexion: le mouvement de circulation de la masse du Soleil; & celui de son Tourbillon, se faisant en même sens, sçavoir d'Occident en Orient, il n'y a pas lieu de douter que ces deux

mouvements ne viennent d'un même principe, en sorte que l'un doit être la règle de l'autre. Or la vitesse d'un point de l'équateur du Soleil est telle, qu'il achève sa circulation autour du centre en $25\frac{1}{2}$ jours, ce qu'on connoît par le mouvement des taches solaires. Donc concevant le Tourbillon divisé en une infinité de couches concentriques d'une épaisseur infiniment petite, il faut que la première couche contiguë à la surface du Soleil, ait la même vitesse, c'est-à-dire qu'elle fasse sa rotation conjointement avec le Soleil; car quelle raison auroit-on de lui donner une vitesse différente & beaucoup plus grande, sans forger un nouveau principe de mouvement de circulation, indépendant de celui du Soleil? & que pourroit-on imaginer de capable d'entretenir cette grande diversité de mouvements entre deux fluides, qui se touchent immédiatement, sans qu'ils se confondent enfin en un mouvement commun?

Supposons donc comme une chose raisonnable, que la première & plus basse couche fasse sa circulation avec le Soleil en $25\frac{1}{2}$ jours; pour en tirer la vitesse réelle d'une autre couche, par exemple, de celle qui a pour demi-diamètre la distance moyenne de la terre au centre du Soleil, que l'on compte ordinairement de 22000 demi-diamètres de la terre; le demi-diamètre du Soleil contenant 100 demi-diamètres terrestres, il faut faire en vertu de la règle de Kepler (car on a démontré dans une autre occasion, que le Tourbillon a la propriété, que les vitesses réelles de différentes couches sont à peu près réciproquement proportionnelles à la racine quarrée de leurs distances au centre, & non pas aux simples distances, comme quelques-uns l'ont avancé) il faut faire, dis-je, cette analogie; comme $\sqrt{22000}$ est à $\sqrt{100}$, ainsi la vitesse d'un point de l'équateur solaire, que je nomme V , est à la vitesse de l'équateur de la couche, pour la distance moyenne de la terre; mais on a à fort peu près $\sqrt{22000} . \sqrt{100} :: 150 . 10 :: 15 . 1$; Donc la vitesse de l'équateur de cette couche $= \frac{1}{15} V$, c'est-à-dire 15 fois plus petite que celle de l'équateur du Soleil, de sorte qu'il lui faut 15 fois $25\frac{1}{2}$ ou $382\frac{1}{2}$ jours pour parcourir un arc égal en longueur à la périphérie du Soleil; cet arc est donc contenu dans toute la circonférence autant de fois que le demi-diamètre du Soleil est contenu dans le demi-diamètre de la couche, c'est-à-dire

220 fois; ainsi il faut prendre $382\frac{1}{2}$ jours 220 fois, & nous aurons 84150 jours, ce qui fait 230 années & 143 jours pour le temps d'une revolution entière de la matière du Tourbillon à la distance moyenne de la terre au Soleil.

Ce calcul appliqué à toutes les Planetes, on trouvera les temps periodiques de la matière du Tourbillon pour la distance moyenne de chacune; voici le resultat de mon calcul, en negligeant les jours à adjôter :

Pour Saturne.....	6744. années.
Jupiter.....	2715.
Mars.....	428.
Terre.....	230.
Venus.....	140.
Mercure.....	54.

La conclusion que j'en tire, est que chaque Planete a son mouvement moyen sur son orbite plus de 230 fois plus vite que n'est la vitesse avec laquelle circule la matière du Tourbillon dans la region moyenne où se trouve la Planete : voici maintenant les remarques que je fais là-dessus.

§. XLIX.

Le principe du mouvement des Planetes autour du Soleil ne vient pas de celui de la matière du Tourbillon qui l'emporte, comme l'eau d'une riviere emporte un tronc d'arbre, selon le sentiment de Descartes; car la Planete se laissant entraîner par le courant du Tourbillon, ne pourroit acquerir tout au plus que la vitesse du fluide où elle nage, comme je l'ai déjà dit.

Il faut donc que la grande vitesse avec laquelle les Planetes circulent autour du Soleil, ait un autre principe; c'est pourquoi je ne fais point de difficulté de statuer ici avec M. Newton, que cette vitesse est primitive, qui leur a été imprimée dès le commencement de leur formation. Cette vitesse dure encore aujourd'hui, & durera sans doute jusqu'à la fin du monde, sans que la résistance de la matière du Tourbillon puisse lui causer le moindre retardement sensible : car la plus grande partie de cette matière

étant parfaitement liquide, ne résiste pas, & les globules celestes qui y nagent fort au large, sont encore d'une petitesse & d'une rareté plus que suffisante, pour que leur choc contre les corps d'une grosseur énorme, comme sont ceux des Planetes, ne puisse rien gagner sur eux, ni retarder leur mouvement d'une maniere sensible, durant le cours de plusieurs centaines de siecles.

On peut donc considerer sûrement les Planetes, comme si elles se mouvoient dans un vuide parfait, tel que M. Newton l'a supposé, quoique veritablement tout soit rempli de matiere.

S. L.

Par-là nous ne tombons pas dans l'embarras où se trouvoit M. Newton à l'occasion de la regularité du mouvement de toutes les Planetes, qui se fait suivant la commune direction d'Occident en Orient. M. de Mairan dit très-judicieusement dans les Memoires de 1729, qu'on est fondé à demander raison de ce mouvement commun des Planetes d'Occident en Orient dans le système de Newton, cette uniformité n'étant nullement requise là où il y a un grand vuide, qui permettroit aux corps celestes de se mouvoir en tout sens, sçavoir à chacun selon sa propre direction, comme il arrive actuellement aux cometes qui suivent leurs routes particulières. On en a même observé, qui faisoient leurs cours contre l'ordre des signes.

Cette regularité, dis-je, du mouvement des Planetes sous le Zodiaque a tellement réduit à l'étroit M. Newton, qu'il fut obligé d'avouer ingenuement, que dans son système on ne peut point donner de raison physique de ce phenomene, qu'il regarde presque comme un miracle; voici comme il s'exprime sur cet article (pag. 527. Princ. phil. edit. 3.) *Feruntur, dit-il, cometae motibus valde excentricis in omnes caelorum partes, quod fieri non potest nisi vortices tollantur; perseverabunt quidem in orbibus suis per leges gravitatis, sed regularem orbium situm prinitus acquirere per leges hasce minime potuerunt planetae & cometae. Hi motus regulares (planetarum) originem non habent ex causis mechanicis.*

Si ces causes ne sont pas mechaniques, elles ne sont donc pas naturelles ou physiques, il prétend donc qu'elles soient surnaturelles ou miraculeuses : mais sied-il bien à un grand Philosophe de crier

au

au miracle, quand il s'agit de donner l'explication d'un phenomene que la nature nous presente.

S. L I.

Par la théorie que je viens d'établir, on trouve un expedient assés facile pour montrer la cause de ladite regularité du mouvement des Planetes, & de l'irregularité de celui des Cometes : car quant au premier point, supposons que les Planetes commencent d'exister, chacune avec sa direction & vitesse particulière, selon que le hazard l'a voulu; qu'en arrivera-t-il? Je vois d'abord que chacune poussée par le Torrent central vers le Soleil, pendant que sa vitesse primitivement acquise, la transporte au travers d'une colomne du Torrent à l'autre, elle sera obligée de décrire une ligne courbe, plus ou moins éloignée du Soleil, selon que la direction & la vitesse primitivement imprimée le demande, afin que la force centrifuge, qui dépend de la courbure & de la vitesse, puisse contre-balancer l'effort central du Torrent, derivé perpendiculairement sur la courbe; lors donc que la Planete est parvenue dans cet état d'équilibre, elle continuera en vertu du principe de Statique, de décrire toujours la même courbe, sçavoir son orbite autour du Soleil.

Mais les forces centripetes, qui sont dans ma théorie les pressions du Torrent central, étant en raison réciproque du quarré des distances au Soleil, il est visible par la démonstration indirecte de M. Newton, & par celle qu'on en a donnée ensuite *à priori*, que cette orbite doit être une ellipse, dont un des foyers est dans le centre du Soleil. Nous avons donc autant de differentes orbites elliptiques, dont les plans passent necessairement par le centre du Soleil, qu'il y a de Planetes principales.

Cependant jusqu'ici nous ne voyons pas encore pourquoi tous ces plans sont resserrés ou renfermés entre deux plans parallèles, qui terminent dans le firmament une zone peu large, qu'on appelle le zodiaque, partagée en deux selon la largeur par un 3.^{me} plan, qui est celui de l'écliptique ou de l'orbite de la terre; & pour quoi le mouvement de toutes les Planetes, qui décrivent leurs orbes elliptiques sur ces plans, est dirigé regulièrement d'Occident en Orient, & pas un en sens contraire; je parle du mouvement

réel, & non point de l'apparent qui est quelquefois retrograde.

S. LII.

Voici ma pensée là-dessus : s'il n'y avoit point de Tourbillon, je veux dire, si toute la matière qui remplit cette vaste étendue autour du Soleil bien loin au de-là de Saturne, n'avoit point de mouvement de circulation, je tiens pour incontestable, que les directions des Planetes seroient encore comme au commencement purement fortuites, & sans aucune regularité, en sorte que les plans de leurs orbites couperoient le firmament en de grands cercles qui seroient situés sans ordre par rapport aux plages du Monde, de même que cela s'observe encore aujourd'hui dans le mouvement des Cometes, dont presque chacune a sa direction particulière, par la raison que je dirai ci-après.

Mais puisqu'il y a un Tourbillon, quoique fort tardif & fort foible, il aura eu, quelque foible qu'il soit, assez de force pour changer peu à peu la direction de la Planete, sans alterer sensiblement sa vitesse, jusqu'à ce que cette direction soit devenuë à peu près conforme à la direction du Tourbillon, qui va d'Occident en Orient, je dis *à peu près*, pour marquer qu'il y a une cause que j'expliquerai, qui empêche l'entière conformité de direction; c'est justement en quoi consiste le noeud de la question proposée, pour le dénouement duquel il m'a fallu faire tout ce discours, afin de faire voir la connexion des phenomenes qui découlent si naturellement des principes de mon système.

S. LIII.

On voit donc déjà par quelle raison les Planetes ont pu changer leurs directions primitivement irregulières en direction regulière & commune d'Occident en Orient, qui est celle du Soleil sur son axe, & aussi celle de son Tourbillon : on m'objectera peut-être, que j'ai ôté à la matière du Tourbillon toute force sensible de résister au mouvement des Planetes, pendant que je lui en accorde assez pour en changer les directions; mais on se levera cette difficulté, si on daigne faire cette reflexion, qu'il faut incomparablement plus de force, pour augmenter ou diminuer la vitesse d'un corps qui est déjà en mouvement, que pour en changer seulement

la direction. Nous voyons, par exemple, qu'une fusée, qui vole tout droit dans les airs avec beaucoup de vitesse, change considérablement de direction par le moindre vent qui souffle, sans une perte sensible de sa vitesse : aussi voyons-nous qu'une balle de plomb chassée avec une extrême rapidité par la force de la poudre, ne laisse pas, malgré toute sa densité, d'être détournée de sa direction par un petit vent à peine sensible, qui vient de côté.

Ce qui rend cette explication plus probable, c'est justement l'irregularité des directions des Comètes, qu'elles ont pu garder depuis leur origine jusqu'à nos temps; tant s'en faut que cette irregularité serve d'argument pour détruire le système des Tourbillons, comme M. Newton l'a voulu insinuer à l'endroit cité; voici de quelle manière j'en prouve le contraire : comme les orbites des Comètes sont des ellipses extrêmement longues en comparaison de leur largeur ayant le Soleil dans leur foyer, quasi infiniment plus près du perihelie que de l'aphelie, selon le sentiment même de M. Newton; il faut que le temps que la Comète emploie à parcourir la partie supérieure de son orbite allongée, qui s'étend à une énorme distance au-dessus de Saturne, soit de beaucoup plus grand que le reste du temps periodique, qu'elle emploie à passer par la région des Planètes, & qui ne peut qu'être fort court, tant à cause de la grande vitesse que la Comète acquiert en approchant du perihelie, qu'à cause de la petitesse du chemin à parcourir dans la basse région par rapport à l'extrême longueur de la partie supérieure, où il faut passer par l'aphelie avec un mouvement très-tardif. Puis donc que dans ces grands éloignements du Soleil les circulations du Tourbillon doivent être si lentes, que sa matière peut bien être considérée comme immobile, elle ne fera par conséquent point d'effet sensible pour changer la direction de la Comète, pendant tout le temps qu'elle séjourne dans ces endroits si élevés : mais le séjour qu'elle fait dans notre voisinage, est trop court pour se laisser détourner beaucoup de sa route par la circulation du Tourbillon.

S. L I V.

Cela étant, il n'y a pas lieu de s'étonner qu'on n'observe pas dans le cours des Comètes cette regularité de direction, qui se

voit dans celui des Planètes : c'est plutôt une conséquence naturelle de nôtre théorie, que chaque Comète doit suivre sa route particulière, que le cas fortuit lui a assignée dans le premier commencement sans aucune alteration perceptible. Si le Monde eût déjà duré quelques milles siècles, ou qu'il durât encore autant, pour permettre aux Comètes de parachever plusieurs centaines de revolutions, je ne doute pas que leur direction ne s'accommodât enfin aussi peu à peu à suivre le zodiaque d'Occident en Orient.

La fameuse Comète de 1680, dont M. Newton fait la description avec beaucoup d'exactitude, se trouva dans son perihelie le 8 Decembre selon son calcul, laissant un si petit intervalle entre elle & le Soleil, qu'à peine la sixième partie du diametre du Soleil eût pû être mise entre deux : cependant le 5 Janvier suivant, c'est-à-dire en moins de 30 jours elle étoit déjà hors de la region du grand orbe, & après le 5 Mars elle disparut, en allant s'enfoncer dans les plus hautes regions du Tourbillon, où elle passera 575 années (suivant la supputation de M. Halley) avant que de redescendre dans nos quartiers, où pareillement elle ne restera visible que 5 ou 6 mois : elle sera donc pour le moins 574 années sans souffrir la moindre alteration sensible dans sa direction de la part du Tourbillon, ni dans l'inclinaison de son orbite sur le plan de l'écliptique, laquelle inclinaison est, selon le même M. Halley, de 60 degr. 56 min. & les 6 mois, ou, si on veut, le double, qu'elle est à passer par les regions planetaires, ne sont pas à beaucoup près suffisants, pour que la force du Tourbillon circulant puisse la troubler dans sa direction ; à moins que ce ne soit l'atmosphère du Soleil, par laquelle cette Comète passe en allant vers son perihelie (comme le croit M. Newton) qui y puisse apporter quelque petit changement, mais ce n'est pas de quoi il s'agit ici.

Enfin les Planètes qui ne sortent jamais des regions où elles sont sans cesse exposées à l'action du Tourbillon qui tend à rendre par petits degrés leur direction uniforme, quand elle ne l'est pas déjà, que sçait-on si d'abord après leur création il ne falloit pas des siècles entiers pour leur procurer cette uniformité permanente ; à laquelle nous les voyons aujourd'hui reduites ? N'est-il donc pas probable que l'unique raison pourquoi les directions des Comètes

font si irregulières, est parce que se trouvant la plus grande partie du temps de leur revolution hors de cette action du Tourbillon, il s'en faut beaucoup qu'il n'y ait eu assés de temps pour conformer leurs directions à la regularité de celles des Planetes? & cela d'autant plus que les Cometes qui descendent plus souvent vers nous, c'est-à-dire qui achevent leur revolution en moins de temps, ne paroissent pas entièrement exemptes de l'effet que la circulation du Tourbillon peut faire sur elles, en ce que les plans de leurs orbites approchent plus de celui de l'équateur du Tourbillon, que ne font ceux des Cometes, dont les revolutions sont d'une durée excessive. Il y a effectivement une Comete, que M. Halley croit être la même qui parut dans les années 1531, 1607, 1682, & qui, selon lui, avoit aussi paru l'an 1456, & reparoitra l'an 1758, laquelle par conséquent n'employe que $75\frac{1}{2}$ années pour parcourir sa periode; cette Comete, dis-je, a son orbite inclinée seulement de 17. degr. 56. min. sur le plan de l'écliptique, suivant la remarque de M. Halley, au lieu que l'inclinaison de l'orbite de la Comete de 1680 sur l'écliptique, est, comme nous avons vû, de plus de 60 degrés. Il est vrai que la difference de ces inclinaisons peut provenir du hazard des directions primitives, mais rien n'empêche que la cause alleguée n'y puisse avoir aussi sa part. Le meilleur moyen de s'en assurer, seroit que les Astronomes qui viendront après nous, observassent, à chaque retour, la Comete qui doit reparoitre en 1758, si tant est qu'elle revienne tous les $75\frac{1}{2}$ ans, pour voir si l'angle du plan de son orbite avec celui de l'écliptique, ou plutôt avec le plan de l'équateur solaire, ne diminuëra pas peu à peu après plusieurs de ses revolutions. Si cela arrivoit, ma conjecture deviendroit une verité certaine.

TROISIEME PARTIE.

S. LV.

AVANT que d'entrer dans le point essentiel du sujet de la Question, il reste encore à examiner un des plus importants phenomenes : c'est le mouvement diurne des Planetes principales, ou la rotation sur leur axe, dont j'entreprends d'expliquer la cause physique par les principes établis de ma théorie; je le fais d'autant plus volontiers, que je n'ai point lû d'Auteur qui m'ait donné là-dessus une entière satisfaction. M. Villemot dans son Traité (chap. 1 part. 2.) croit de ce que la terre est emportée par le Tourbillon, & se meut moins vite par le bas de son globe que la matière du Tourbillon, mais plus vite par le haut, que le fluide reflue (comme il dit) d'un hémisphère à l'autre, d'où il prétend prouver que la terre doit tourner sur son axe d'Occident en Orient, comme fait le Tourbillon lui-même.

M. de la Hire lui a fort bien objecté, que selon ce principe la terre devoit tourner dans un sens contraire; l'Auteur lui a voulu répondre par un éclaircissement, que l'on voit à la fin de son Traité, mais il n'y a pas assés de solidité dans sa réponse, & la difficulté subsiste toujours.

J'ai lû dans les Memoires de l'Academie de 1729, une piece excellente de la façon de M. de Mairan, où il rejette aussi l'explication de M. Villemot, & lui substitue la sienne, qui est à la verité très-ingenieuse. Il deduit la cause de la rotation des Planetes d'Occident en Orient, de ce que l'hémisphère inferieur de la Planete doit être plus pesant que le superieur, par cela seul, que celui-ci est plus éloigné du Soleil que celui-là, d'où il conclud que l'impulsion du fluide contre l'hémisphère superieur, comme le moins pesant, devoit avoir plus d'effet pour l'entraîner, que celle sur l'hémisphère inferieur, qui ayant plus de poids, a aussi plus d'inertie pour résister. Or les deux hémisphères inégalement pesants, ne l'étant pas constamment par leur nature, mais par leur position seule; il est visible que l'inferieur qui est le plus pesant quand il monte, perd son avantage, & devient le plus leger, &

au contraire le superieur en descendant prend cet avantage de devenir le plus pesant du plus leger qu'il étoit. De cette maniere le fluide du Tourbillon ayant une fois ébranlé le superieur avec plus d'efficace que l'inférieur, cette action se renouvelant toujours, il falloit que le superieur se précipitant en avant, c'est-à-dire d'Occident en Orient, fût enfin tourner par degrés la Planete sur son axe, jusqu'à ce que la rotation eût pris une vitesse constante, qui dure encore aujourd'hui.

Mais quelque déférence que j'aye pour les sentiments de l'illustre Auteur de cette explication, je dois dire que j'ai de fortes raisons, que le temps ne me permet pas d'exposer tout au long, de douter que la rotation des Planetes puisse être l'effet de l'inégalité perpetuelle de pesanteur des deux hémisphères; car sans rien dire des autres difficultés qui se présentent contre cette conjecture si subtilement imaginée, il me semble que l'inégalité de pesanteur des hémisphères est trop insensible pour produire un effet si considerable, tel que seroit la grande vitesse de rotation imprimée à la prodigieuse masse de Jupiter pour lui faire faire une revolution entière sur son axe en moins de dix heures. Si on veut prendre la peine de faire le calcul, on trouvera que cette vitesse du mouvement diurne d'un point pris sur l'équateur de Jupiter, est presque égale à la vitesse du mouvement annuel de cette Planete autour du Soleil, par conséquent aussi presque égale à la vitesse même du fluide du Tourbillon, qui l'emporte suivant le sens du système de M. Descartes : il faudroit donc que l'impulsion faite par le fluide sur l'hémisphère inférieur, sans doute contraire à la rotation, ne l'eût ou point retardé ou fort peu, de sorte que toute la force du fluide eût été uniquement employée à la rotation, sans rien contribuer ni à pousser l'hémisphère inférieur, ni à transporter tout le corps planetaire sur son orbite; cependant il s'y meut librement d'un mouvement progressif, & tourne en même temps sur son axe; comment accorder tout cela?

§. LVI.

Voyons s'il n'y auroit pas moyen de s'en éclaircir par quelque expérience, qui nous mît devant les yeux l'effet que pourroit produire l'action d'un fluide à faire tourner un corps sphérique qui

y nage, & dont la partie inferieure fût par sa position seule constamment plus pesante que la superieure.

Pour cette fin on prendra une boule creuse d'une matière moins pesante que l'eau, par exemple, de bois : on y versera par une petite ouverture une liqueur plus pesante, par exemple, du vis-argent, autant qu'il en faut pour donner à la boule avec le vis-argent au dedans un poids presque égal à celui d'un volume d'eau, que la boule entièrement enfoncée y occuperoit, afin que la boule ainsi chargée de vis-argent, mise dans l'eau, s'y plonge jusqu'au niveau, sans pourtant descendre au fond. Cela fait, & après avoir bouché le trou par lequel on a fait entrer le vis-argent, on se choisira une riviere dont le courant soit uniforme, & la surface bien unie comme la glace d'un miroir; on y plongera doucement la boule jusqu'à son sommet : voilà donc la boule dans un état semblable à celui que M. de Mairan attribue aux Planetes, quand elles ont commencé d'être emportées par le fluide du Tourbillon.

Car l'hémisphère inferieur de notre boule, chargé de vis-argent, est aussi constamment & par la position seule plus pesant que l'hémisphère superieur, en sorte qu'elle peut tourner sur son axe, & avoir néanmoins l'hémisphère d'enbas toujours plus pesant que celui d'enhaut, tout comme le sçavant Auteur le conçoit dans les Planetes, avec cette seule différence, qu'au lieu que dans les Planetes l'inégalité de pesanteur des hémisphères est quasi infiniment petite, ici dans notre boule on peut faire cette inégalité aussi sensible que l'on voudra, & ce qui plus est, la vitesse de l'eau qui donne contre l'hémisphère superieur de la boule, est pour le moins aussi grande, si elle n'est pas plus grande, que celle avec laquelle est frappé l'hémisphère inferieur, au lieu que dans le Tourbillon la première est plus petite que l'autre; d'où il devoit resulter par cette double cause une rotation bien prompte dans la boule : cependant je serai bien surpris quand j'apprendrai (car je n'ai pas fait cette experience) que la boule venant à être plongée dans le courant de la riviere, & abandonnée à elle-même, aura fait autre chose que suivre simplement le mouvement progressif de l'eau qui l'entraîne, sans subir la moindre rotation.

Croyant avoir de bonnes raisons de prévoir quel sera le succès de cette expérience, je puis m'être trompé, ce qui est très-facile en fait de Physique, auquel cas je declare que j'adopterai volontiers l'explication ingenieuse de M. de Mairan. En attendant que je sois convaincu d'un succès contraire, il me sera permis de dire à mon lecteur, que j'ai cherché ailleurs la cause du mouvement diurne des Planetes, & que je crois l'avoir trouvée dans nôtre Torrent central; voici comment: Je considère d'abord la Planete comme n'ayant point encore de mouvement progressif sur son orbe, dans cet état je vois que le Torrent la pousse de toute sa force en ligne droite vers le Soleil avec une acceleration, que doit produire la pression du Torrent, qui est reciproquement proportionnelle aux quarrés des distances au Soleil: Je vois aussi que durant la descente, la Planete ne tournera nullement sur son centre, non plus qu'une pierre sphérique qui tombe verticalement sans pirouetter, parce que la pression du Torrent se repandant également sur toutes les parties de la Planete, les retiendra en équilibre; & donnera le parallelisme à leur mouvement.

Mais s'il survient à la Planete une vitesse laterale primitivement imprimée, qui lui fait décrire son orbe elliptique, de la maniere que nous l'avons expliqué ci-dessus, alors l'équilibre & le parallelisme du mouvement des parties ne peut plus se soutenir; la raison en est manifeste; car il est très-clair que les parties anterieures de la Planete, qui se trouvent du côté où elle tend, vont en quelque façon au devant & à la rencontre des filets du Torrent que la Planete est prête à traverser, au lieu que les parties de l'autre côté fuyent en quelque maniere ceux des filets qu'elles vont quitter, ce qui fait que la Planete est frappée sur le devant avec plus de force que sur le dos. Il faut donc que le côté antérieur cede au Torrent, c'est-à-dire qu'il descende, & que le côté postérieur monte contre l'action du Torrent; & cela continuant toujours, la Planete à mesure qu'elle avance sur son orbe, est obligée de pirouetter avec une vitesse proportionnée à cet excès de force. On voit donc d'abord, sans l'expliquer davantage, que ces deux mouvements, le diurne & l'annuel, doivent se faire en même sens, sçavoir d'Occident en Orient.

Ceci bien entendu, on ne doit pas s'imaginer que ce soit seulement la surface extrême de la Planete, dont la partie superieure souffre une plus forte impulsion pardevant que par derriere : mais la même chose arrive à toutes les couches parallèles autour du centre dont on conçoit composé le corps planetaire, parce que les pelotons du Torrent étant de toutes sortes de grandeur (§. XXXIX.) il y en aura toujours, qui après avoir penetré les pores des couches les plus éloignées du centre, tomberont sur une qui a assés de densité, par conséquent ses pores assés étroits pour ne leur pas donner le passage libre, en sorte que cette autre couche doit aussi bien que la première, soutenir l'impulsion du Torrent; & par la raison alleguée, une impulsion plus forte sur la partie qui va devant, que sur celle qui suit.

Il faut même étendre cette explication jusqu'aux couches exterieures qui environnent le corps de la Planete, je parle de celles qui doivent composer son Tourbillon particulier, & qui seront sans doute frappées par les plus gros pelotons du Torrent. Par où on voit non seulement pourquoi le Tourbillon particulier doit avoir la même direction pour tourner d'Occident en Orient qu'à le Tourbillon general, mais que toutes ces couches tant de la Planete que de son Tourbillon s'entre-aident à suivre cette commune direction, chacune contribuant de sa part à la rotation par la prevalente impulsion qu'elle reçoit sur le devant.

Cette force du Torrent central, qui frappe avec plus d'énergie la partie anterieure de la Planete & de son Tourbillon particulier pour lui procurer la rotation, peut fort bien être comparée à la force de l'eau d'une cataracte, laquelle se précipitant sur les aîles d'une rouë de moulin la fait tourner sur son axe; car quand même à l'opposite de cette cataracte, il y en auroit une autre mais moins forte, tombant sur les aîles diametralement opposées, celle-ci seroit à la verité un effort sur la rouë pour la faire tourner à contre-sens : mais la première l'emportant sur l'autre ne laisseroit pas de faire pirouetter la rouë de son côté, quoiqu'avec moins de vitesse qu'elle ne seroit sans son antagoniste.



§. LIX.

Dans cette nouvelle théorie, je regarde la Planete comme ayant déjà acquis par la longueur du temps la commune direction permanente du grand Tourbillon solaire, de la maniere dont je l'ai expliqué ci-dessus. Car il est bien vrai que pendant ce temps-là elle étoit déjà contrainte en passant continuellement à travers le Torrent, de pirouetter, mais à cause de l'irregularité de sa route, l'axe de sa rotation a dû changer à tout moment de situation dans le globe, jusqu'à ce qu'enfin se conformant avec la direction du Tourbillon general, la situation de l'axe se fixât. Quant à la vitesse du mouvement de rotation, on s'apperçoit bien qu'elle ne dépend pas seulement de la rapidité ou de la force avec laquelle le Torrent central agit sur la Planete, & sur son Tourbillon particulier, mais de plusieurs autres circonstances, comme, par exemple, de la densité de la matière dont le corps planetaire est composé : puisqu'il est notoire, toutes choses d'ailleurs étant égales, qu'un corps plus dense est plus difficile à remuer, à cause de la plus grande inertie, qu'un corps moins dense; item de l'éloignement du Soleil, car dans une plus grande distance les filets du Torrent ont plus de rareté, par conséquent moins de force pour faire tourner la Planete, en même raison que la pesanteur est plus petite que dans une moindre distance : aussi la differente grosseur des Planetes peut faire varier la vitesse de rotation, non pas tant parce que le Torrent a plus de prise sur les grandes couches à cause de leurs plus grandes surfaces, que parce que la même force étant appliquée à la circonference d'une grande rouë, fait plus d'effet qu'étant appliquée à celle d'une plus petite. Adjoûtés y l'obliquité de l'axe de rotation par rapport à la direction du Torrent; cette obliquité devant nécessairement diminuer l'action du Torrent pour faire tourner la Planete autour de son axe.

La complication de toutes ces causes peut faire que la rotation se fait plus ou moins vite, que n'exigeroit la distance de la Planete au Soleil, selon que les unes ou les autres de ces causes sont les prévalentes.

§. LX.

Ainsi Jupiter qui est environ 5 fois plus éloigné du Soleil que
G ij

la Terre, & partant la force du Torrent dans cette region 25 fois plus foible qu'elle n'est dans la region de la Terre, néantmoins Jupiter acheve une de ses rotations en dix heures de temps, au lieu que la Terre a befoin de plus du double de ce temps pour une seule revolution sur son centre; la raison en est manifeste par ces trois circonstances : 1.^o l'équateur de Jupiter represente une rouë dont le diametre est 10 fois plus grand que celui de la Terre; donc si ces deux corps n'étoient que des disques plats de même épaisseur, il y auroit par la nature du levier dix fois plus de facilité à faire tourner Jupiter que la Terre. Mais puisque ce sont des globes, dont les surfaces exposées à l'action du Torrent, sont comme les quarrés de leurs diametres, il y aura, tout le reste étant égal, dix fois dix ou cent degrés de facilité pour le tournoyement de Jupiter contre un degré pour celui de la Terre : mais comme par-contre l'action du Torrent à la distance de Jupiter est 25 fois plus foible qu'à la distance de la Terre, il faut combiner ces deux raisons de 100 à 1 & de 1 à 25, d'où résulte la raison de 4 à 1, qui marque que si Jupiter & la Terre étoient d'une même densité, la facilité de rotation dans Jupiter ne seroit plus que quadruple de celle dans la Terre. Mais 2.^o la matière qui compose le corps de Jupiter, étant, si nous nous en rapportons au calcul de M. Newton, 5 fois moins dense que le corps de la Terre, cela fera la raison quadruple encore 5 fois plus grande, de sorte qu'à ces deux égards la facilité de rotation, c'est-à-dire la vitesse qui en résultera dans l'équateur de Jupiter, doit être 20 fois plus grande que celle de l'équateur de la Terre. Outre cela, 3.^o les observations montrent que l'axe de Jupiter est presque perpendiculaire au plan de son orbite, par conséquent aussi à la direction du Torrent central, au lieu que l'axe de la Terre incline de $23\frac{1}{2}$ degrés, ce qui diminue encore, comme il est aisé à prouver, la vitesse de rotation de la Terre en même raison que le quarré du sinus du complément de $23\frac{1}{2}$ degrés est plus petit que le quarré du sinus total. Or les Tables des sinus font connoître que ces deux quarrés sont à peu près comme 5 est à 6.

Composant donc la raison de 20 à 1 avec celle-ci de 5 à 6; la vitesse rotative absoluë de l'équateur de Jupiter est à celle de la Terre comme 20 est à $\frac{5}{6}$, ou comme 24 à 1. Ainsi puisque les

temps periodiques de deux globes qui tournent sur leur axe, sont en raison directe de leurs diametres, & inverse des vitesses absolües de leurs équateurs, nous aurons le temps d'une revolution de Jupiter sur son axe à celui de la terre :: $\frac{10}{24} \cdot 1 :: 10 \cdot 24$ conformément aux observations.

§. LXI.

De tout cela nous tirons cette regle generale pour le mouvement diurne des Planetes : *Il faut composer ou multiplier ensemble ces quatre raisons, sçavoir, la raison inverse du quarré des distances au Soleil ; la raison directe du quarré des diametres ; la raison simple inverse des densités ; & la raison directe du quarré des sinus du complement des inclinaisons des axes sur les plans des orbites : le produit donnera la raison des vitesses rotatives des équateurs.*

Mais n'y ayant aucune observation qui puisse nous apprendre les densités des Planetes, il faudra se contenter de quelque conjecture probable. Or si on veut accepter ce que M. Newton a trouvé par sa supputation, que la densité de Jupiter est à celle de la Terre à peu près comme 1 est à 5, c'est-à-dire reciproquement comme leurs distances au Soleil ; & comme d'ailleurs il paroît fort probable que les Planetes les plus denses occupent les plus basses regions dans le Tourbillon solaire ; on seroit porté à établir pour un principe general, que *les densités des corps planetaires sont reciproquement proportionnelles à leurs distances au Soleil.* La même chose devroit s'entendre des Satellites par rapport aux distances à leurs Planetes principales.

Cela posé, on pourroit abreger la regle que je viens de donner ; car les deux raisons qui entrent dans cette regle, sçavoir la première inverse du quarré des distances au Soleil, & la troisième simple inverse des densités, donneroient toujours par leur composition la simple raison inverse des distances ; ainsi il n'y auroit plus que ces trois raisons à multiplier ensemble, sçavoir *la raison simple inverse des distances ; la raison directe doublée des diametres ; & la raison directe doublée des sinus du complement des inclinaisons des axes : le produit donneroit la raison des vitesses rotatives des équateurs.*

Voyons ce qui resulteroit en appliquant cette regle à la Planete de Venus, & en adoptant ce qu'il y a dans la *Connoissance des Temps*, où je trouve que 1.^o la distance moyenne de Venus au Soleil est à celle de la Terre environ comme 5 à 7, dont la raison inverse est de 7 à 5; que 2.^o leurs diametres sont égaux, & par conséquent leurs quarrés sont comme 1 à 1; & 3.^o par l'observation de M. Bianchini, l'inclinaison de l'axe de Venus sur le plan de son orbite est de 75 degrés: mais puisque M. Bianchini adjoûte qu'il y a des temps dans la periode de Venus, où l'axe de rotation paroît se confondre entièrement avec l'axe d'illumination, c'est-à-dire que l'inclinaison est totale, ou de 90 degrés; nous prendrons un juste milieu entre 75° & 90°; prenons donc 80° pour l'inclinaison la plus ordinaire de l'axe de Venus, en sorte que son complement étant de 10 degrés, & le complement de l'inclinaison de l'axe de la Terre de 66 $\frac{1}{2}$ degrés, on trouve dans les Tables que les sinus de ces deux complements sont à peu près en raison de 3 à 16, dont la raison doublée sera de 9 à 256; c'est pourquoi selon la regle il faut multiplier les exposants de nos trois raisons, & nous aurons $\frac{7}{5} \times \frac{1}{1} \times \frac{9}{256} = \frac{63}{1280}$, d'où il suit que la vitesse de rotation de l'équateur de Venus seroit à celle de l'équateur de la terre comme 63 est à 1280, par conséquent les globes de ces deux Planetes étant posés égaux, les temps periodiques de leurs revolutions diurnes sont reciproquement comme 1280 à 63, ou bien près comme 20 $\frac{1}{3}$ à 1; on auroit donc 20 jours & 8 heures pour une rotation entière de Venus, ce qui est un peu moins de 23 jours comme il est marqué dans la *Connoissance des Temps*.

Mais en donnant un seul degré de plus à l'inclinaison mediocre de l'axe de Venus, en sorte qu'elle soit de 81° au lieu de 80°, nous trouverons par nôtre regle, que la revolution diurne de cette Planete seroit environ de 25 jours; ce nombre surpasse celui de 23 jours presque autant que celui-ci surpasse les 20 jours 8 heures; que nous avons trouvés par la première supposition. Nous voilà donc réduits à prononcer que la veritable inclinaison moyenne de l'axe de Venus entre la plus petite de 75 degrés & la plus grande de 90 degrés, est un peu plus grande que de 80 degrés, mais un peu moindre que de 81 degrés. C'est beaucoup que nos

principes nous aient mené à une si grande précision dans un cas où l'inclinaison de l'axe est variable dans chaque revolution annuelle, ce qui est un phenomene étrange, & tout particulier à Venus; les autres Planetes, que je sçache, ne changeant point sensiblement d'inclinaison de leurs axes, pendant leur cours autour du Soleil, si ce n'est peut-être cette petite nutation ou libration, s'il y en a une; dont parle M. Newton, mais qui est si insensible, qu'elle ne merite point d'attention.

§. LXIII.

Dans cette recherche on a supposé que la matière, qui compose le globe d'une Planete, est uniformement dense par toute son étendue, ou que tous les corps particuliers, qui pris ensemble font le total, sont homogenes; mais comme l'experience fait voir que le globe terrestre que nous habitons, est composé d'une infinité de parties heterogenes, plus ou moins denses les unes que les autres selon leur differente nature, il est bien à présumer qu'il en est de même dans les autres Planetes, quoiqu'il y en ait peut-être où la diversité n'est pas si considerable, ou dont les parties heterogenes sont arrangées autour du centre, d'une telle maniere que le total fera le même effet par une espece de compensation du plus & du moins, que s'il étoit uniformement dense: dans un tel cas nôtre regle ne s'écarteroit pas beaucoup de la verité du fait.

Quant au reste, si les parties heterogenes d'une Planete sont trop inégalement distribuées autour du centre du globe, en sorte que le centre de gravité que je nommerois plutôt le centre d'*inertie*, de toute la masse differe beaucoup du centre de figure, je dis que c'est justement cette inégale distribution, qui est la cause de l'obliquité de l'axe de rotation, ou qui fait pancher cet axe sur le plan de son orbite; voici la maniere dont je conçois la chose.

§. LXIV.

J'ai déjà démontré que dans ce système, aussi bien que dans celui de M. Newton, les orbites des Planetes doivent être des ellipses qui ont leur foyer dans le centre du Soleil, vers lequel tendent directement les filets du Torrent central; il est visible que la direction des filets qui donnent sur une Planete, est située toujours sur le plan de son orbite; il fera donc son effort pour

faire tourner la Planete sur une ligne droite, qui passe par son centre perpendiculairement au plan de l'orbite; c'est pourquoi si le globe de la Planete se trouve dans une entière indifférence d'obéir au mouvement rotatif en telle ou telle direction, selon qu'il est frappé, il faut de nécessité que cette ligne droite devienne effectivement l'axe de rotation.

Or cette indifférence se trouve, lorsque le centre de gravité ou d'inertie est dans le centre même du globe, ce qui peut arriver en deux manieres; sçavoir 1.^o quand la matière du globe est réellement homogene, ou uniformement dense; 2.^o quand ses parties, quoique non uniformement denses, sont tellement distribuées que leur commun centre d'inertie tombe dans le centre du globe, comme, par exemple, quand on conçoit le globe composé de couches, dont chacune soit d'une densité uniforme, mais de différente densité entre elles. Mais si le centre d'inertie est éloigné du centre de figure ou du globe, alors cette indifférence au mouvement rotatif n'a plus lieu, étant sensible par les loix de la Méchanique, qu'il y a plus de facilité à tourner un globe, de façon que son centre d'inertie demeure immobile pendant le tournoyement, qu'il n'y en a lorsqu'on le veut tourner dans un autre sens, qui ne se peut faire sans mouvoir le centre d'inertie, parce que de cette maniere n'y ayant plus d'équilibre entre les inerties partiales, on est obligé de vaincre l'inertie totale de la masse, ce qui demande plus de force à mesure que le centre d'inertie fait plus de chemin par la rotation.

S. LXV.

Cela bien entendu, considérons la Planete comme n'ayant point encore de rotation, mais prête à la subir par l'impression du Torrent: je conçois le diametre tiré par les deux centres, d'inertie & de figure; si ce diametre par un coup de hazard se trouve perpendiculaire sur le plan de l'orbite, il est évident que la rotation commencera à se faire autour de ce diametre, qui enfile les deux centres, qui sera par conséquent l'axe de rotation, parce que de cette maniere le mouvement ne rencontre nulle opposition de la part du centre d'inertie, qui étant dans l'axe même demeure immobile; mais si le diametre qui passe par les deux centres, est oblique

oblique au plan de l'orbite, alors l'impression du Torrent ne tournera plus le globe autour de la ligne perpendiculaire sur le plan de l'orbite, à cause de l'obstacle que lui oppose l'inertie totale de la masse. Cet obstacle devoit être vaincu pour mettre aussi le centre d'inertie en mouvement de rotation, ce qui ne pouvant pas se faire aisément, & sans quelque perte de la force du Torrent, la rotation changera plutôt de direction, en évitant, autant qu'il est possible, la difficulté de faire tourner le centre d'inertie, je veux dire que le globe se prêtant à la plus facile détermination, tournera, ou exactement, ou peu s'en faut, sur le diametre qui passe par les deux centres, qui sera par cela-même l'axe de rotation.

La situation oblique de cet axe, que le hazard lui a une fois donnée, doit ensuite se conserver toujours, parce que le corps planétaire étant constamment dans son équilibre par la force centrifuge contre-balancée par la gravitation causée par l'impulsion du Torrent, l'axe de rotation ne peut que garder son parallélisme, d'où il ne fortiroit jamais s'il n'en étoit détourné insensiblement par une cause étrangère, dont nous parlerons dans la suite, qui fait qu'après un grand nombre de revolutions autour du Soleil, le changement de situation devient un peu sensible, en sorte que l'axe prolongé jusqu'aux étoiles fixes, son extrémité, ou le pole de l'équateur paroît décrire un petit cercle autour du pole de l'écliptique, qui se fait dans le ciel, en étendant par la pensée le plan de l'orbite jusqu'au firmament.

§. LXVI.

Après cette longue deduction, on ne peut plus demander dans notre système pourquoi le mouvement diurne ou de rotation se fait, ni pourquoi il se fait selon la même direction dans la partie supérieure de la Planete, selon laquelle se fait son mouvement periodique autour du Soleil. Les difficultés qui se presentent à cet égard dans l'hypothèse des attractions, sont entièrement levées par l'action du Torrent, plus forte sur l'hémisphère antérieur qui va au devant de son action, que sur le postérieur qui la suit.

On peut former une autre demande dans le système de M. Newton, pour le moins aussi importante que la première, qui est que l'hypothèse des attractions étant jointe à celle du grand

vuide, on est en droit de demander pourquoi l'orbite de chaque Planete change insensiblement de place, en tournant d'un mouvement très-lent & uniforme autour de son foyer qui est dans le centre du Soleil, & pourquoi ce mouvement se fait aussi d'Occident en Orient, ce qui cause qu'après une longue suite d'années on remarque que les apsides s'avancent un peu vers l'Orient. L'existence du vuide supposée, & les forces centrales en raison inverse doublée des distances, exigent necessairement que les orbites soient des courbes rentrantes en elles-mêmes, qu'elles soient des ellipses parfaites, dont l'axe ou la ligne des apsides soit absolument immobile. Il est vrai que pour rendre raison de leur mobilité, M. Newton a recours aux influences que les Planetes ont les unes sur les autres par leurs attractions mutuelles, par lesquelles il croit devoir arriver que la regularité de leur mouvement se trouble, & que par-là les aphelies deviennent mobilisées: mais on a démontré ailleurs l'insuffisance & la foiblesse de cette raison, puisqu'on a fait voir que, par exemple, Jupiter, qui par sa grosseur doit exercer le plus de force d'attraction sur une autre Planete, devoit tantôt avancer, tantôt faire reculer l'aphelie de celle-ci, selon que l'un ou l'autre précède, bien-loin de produire un mouvement toujours en avant, égal & uniforme.

§. LXVII.

Nôtre théorie nous fournit une explication de ce phenomene très-simple & très-naturelle, quoique differente de celle qu'on a donnée dans une autre occasion; voici cette nouvelle explication tirée des principes établis dans ce discours. Nous avons vû ci-dessus, que le grand Tourbillon solaire est d'une nature à ne point faire de résistance aux corps celestes, qui puisse être tant soit peu sensible en plusieurs milliers d'années; que sa circulation d'Occident en Orient doit être tranquille & uniforme dans chaque couche; & que la vitesse de cette circulation est 230 fois moins grande, qu'on ne la doit supposer dans le système de Descartes, qui veut que la Planete qui y nage n'ait point d'autre mouvement autour du Soleil, que celui qu'elle emprunte de la matière du Tourbillon qui l'emporte, au lieu que, selon M. Newton, & selon mes principes, le mouvement annuel de la Planete n'a pas son origine de

celui du Tourbillon, mais qu'il lui a été primitivement imprimé, en sorte que l'origine est intrinsèque, & indépendante de toute autre cause que de la première, tout aussi-bien que les Cartesiens rigides sont obligés de reconnoître que la circulation tant du Soleil, que celle du Tourbillon autour d'un centre commun, tirent immédiatement leur origine de la première cause, je veux dire, de l'Auteur du premier mouvement.

De plus, nous avons vû (§. LII. & suiv.) que, quoique le Tourbillon n'ait pas assés de force pour augmenter ou diminuer sensiblement les vitesses des Planetes sur leurs orbites que demande la regle de Kepler, il en a pourtant assés pour causer quelque changement dans leurs directions, jusques-là même que les orbites ayant eu au commencement leurs positions sur differents plans sans ordre & sans regularité, les directions de leurs cours, & par-là les positions de leurs orbes se sont rangées peu à peu par le mouvement du grand Tourbillon, dans l'espace du Zodiaque. Après donc que le plan d'une orbite a été réduit ainsi dans sa situation convenable & permanente, la Planete continueroit éternellement à décrire la même orbite, & repasseroit dans chaque revolution par les mêmes apsidés tout comme dans le vuide parfait, sçavoir si le Tourbillon venoit à cesser de se mouvoir.

Mais comme il circule toujours d'Occident en Orient, & ne cesse jamais; son effet sera non pas de changer la vitesse sensible de la Planete, mais au moins d'en faire anticiper un peu la direction en chaque point de l'orbite; d'où il s'ensuit visiblement que l'orbite elle-même paroîtra circuler d'un mouvement uniforme, mais très-lent, autour de son foyer, & transporter par conséquent les apsidés avec la même lenteur uniforme, & dans la même direction d'Occident en Orient.

Voilà une explication, ce me semble, bien simple & pas moins claire, d'un phenomene, qui par son importance fut trouvé digne par l'illustre Academie d'être proposé pour le sujet du prix de 1730.

QUATRIEME PARTIE.

S. LXVIII.

JUSQU'ICI j'ai traité des principaux phenomenes, que l'Astronomie moderne a observés avec le plus d'exactitude & d'application; les raisons physiques que j'ai tirées de ma théorie pour expliquer ces faits, me paroissent telles qu'on les pourra envisager pour le moins comme des conjectures très-probables, sur-tout à cause de la simplicité & de la clarté des principes sur lesquels j'ai bâti mon système. Je soumets cependant le tout à la décision de mes Juges sages & éclairés, accoutumés à ne prononcer leur sentence qu'en faveur de la solidité du raisonnement.

Il est temps presentement, que je tâche de satisfaire aussi à la question qui revient sur le tapis, à cause que selon ce qu'insinue le programme publié pour l'année 1734, on n'a rien trouvé dans les pieces qui ont été envoyées la première fois, d'assés précis ni d'assés clair sur le sujet en question, & que c'est pour cela qu'on n'a pas cru devoir adjuger le prix, mais qu'une matière aussi importante pour l'Astronomie physique étant très-digne d'être approfondie, l'illustre Academie a jugé qu'il étoit utile de proposer de nouveau le même sujet pour l'année 1734, en y attachant un prix double de l'ordinaire. Cette generosité & louable attention pour le bien public doit exciter les Sçavants, & particulièrement ceux qui portés par eux-mêmes pour l'avancement des Sciences, ont toujours tâché d'y contribuer, independamment même du profit qui leur en pourroit revenir.

Animé de cet esprit, je vais produire mes pensées sur la cause physique de l'inclinaison des plans des orbites des Planetes par rapport au plan de l'équateur & de la revolution du Soleil autour de son axe; & indiquer ensuite d'où vient que les inclinaisons de ces orbites sont différentes entre elles. Ce sont-là les propres termes dans lesquels la Question est proposée. Je me flatte que la solution que j'en donnerai, sera d'autant plus goûtée, qu'elle a une liaison parfaite avec les principes de ma théorie.

Aussi est-ce dans cette seule vûe que j'ai communiqué un peu

au long cette théorie, afin qu'on ne trouve pas étrange que je m'y sois étendu à expliquer des faits astronomiques, qui semblent avoir peu de connexion avec le sujet dont il s'agit presently. Si on veut examiner une partie d'un édifice, on fait bien de contempler auparavant tout l'édifice en son entier, & ensuite les parties séparément, pour juger si celle dont il s'agit est dans l'ordre & dans la symmetrie avec les autres; c'est en quoi consiste la beauté de tout l'édifice: ainsi je crois n'avoir pas mal fait d'avoir exposé à la vûe un système avec les principales particularités qui en rehaussent le prix: outre que les œuvres surerogatoires, comme je pense, ne sont pas désagréables, lorsqu'elles donnent un lustre au devoir essentiel.

§. LXIX.

Pour en venir donc à la Question proposée: elle consiste en deux parties. On demande 1.^o la cause physique des inclinaisons des orbites; 2.^o la raison de la diversité de ces inclinaisons. Il n'y a qu'à bien satisfaire à la première partie par une réponse convenable, on verra que la réponse à la seconde s'ensuivra d'elle-même.

A cette fin, je prie mon lecteur de prêter le plus d'attention à mes raisonnements sur le premier de ces deux points, comme sur le plus essentiel, & de se souvenir avant toutes choses de la nature du Tourbillon solaire, auquel j'ai attribué par de bonnes raisons une vitesse 230 fois plus petite qu'on ne la suppose dans le système Cartésien, & avec cela une force très-insensible de résister, ou de diminuer la vitesse des Planètes, à cause que la plus grande partie de la matière du Tourbillon est un liquide parfait, divisé actuellement à l'infini & sans borne, ou plutôt n'ayant point de parties élémentaires sans division (§. X. & suiv.) par conséquent incapables de faire la moindre résistance aux corps qui s'y meuvent; mais que le reste de la matière, savoir les globules célestes, qui entrent pour une très-petite partie dans la composition du Tourbillon, sont d'une rareté extrême, je veux dire, si dispersés par tout le vaste océan du Tourbillon, que les corps énormes des Planètes y passent librement comme dans un vuide parfait, avec les vitesses qu'ils doivent acquérir dans les divers endroits de leurs orbites elliptiques en vertu de la règle de Kepler.

¶ Cependant si la résistance de cette matière doit être comptée pour rien, nous avons démontré qu'il n'en est pas de même du changement de direction que doivent subir les Planètes sur leurs routes selon la diversité des circonstances, quoique sans rien perdre de leur vitesse (§. LII. & LIII.) Or c'est ce changement de direction, provenant de l'opposition des globules celestes, qui peut devenir sensible, & même considérable par la longueur du temps, pour faire que les plans des orbites, après avoir été réduits dans une situation permanente, comme je l'ai expliqué ci-dessus, ne se trouvent pas précisément dans le plan commun de l'équateur du Tourbillon, mais qu'ils s'en écartent, en sorte que les orbites couperont cet équateur sous des angles plus ou moins grands selon la diverse constitution des Planètes, c'est ce que je me mets en devoir d'expliquer plus amplement & en détail.

§. LXX.

D'abord je me figure que le plan de l'équateur du grand Tourbillon n'est point différent de celui de l'équateur du Soleil même. Je regarde le Soleil & son Tourbillon comme un tout, dont celui-ci est, pour ainsi dire, la continuation de celui-là; de sorte que le Soleil ayant reçu une fois son mouvement de circulation autour d'un axe, ce mouvement a été communiqué peu à peu à la matière qui l'environne, & forme presentement son Tourbillon, dont la circulation ne fait que suivre celle du Soleil dans la même direction d'Occident en Orient, & partant autour du même axe, mais avec plus de vitesse dans les couches plus voisines que dans les éloignées, jusqu'à ce que ces différentes vitesses soient enfin parvenues à l'état d'uniformité, sçavoir chacune convenable à la distance au Soleil, telle que la demandoient les loix de la Méchanique dans la formation d'un Tourbillon, comme on l'a démontré autrefois.

C'est-là l'idée la plus simple & la plus naturelle qu'on puisse avoir au sujet de la formation & du mouvement d'un Tourbillon; car quelle contrainte ne faut-il pas se donner pour s'imaginer avec les Cartesiens outrés, que la première couche du Tourbillon solaire fasse la circulation 230 fois plus rapidement que la surface du Soleil à laquelle la première couche est contiguë? & quelle

peine n'a-t-on pas aussi à concevoir que le Tourbillon particulier terrestre dans la plus basse region contiguë à la surface de la Terre, circule 17 fois plus vite que ne fait la Terre elle-même par son mouvement diurne? c'est pourtant ce qu'il faut dire, si on veut soutenir que les Planetes autour du Soleil, & la Lune autour de la Terre empruntent leur mouvement de celui des Tourbillons par lesquels on prétend que ces corps celestes sont entraînés.

Ne seroit-on pas fondé à demander pourquoi à l'endroit où le Tourbillon solaire touche le Soleil, & où le terrestre touche la Terre, les deux mouvements ne se confondent pas enfin, ou ne se conforment pas l'un à l'autre? Quelle cause pourroit-on inventer, qui entre-tint cette grande inégalité de vitesse de deux matières fluides, qui se frotteroient continuellement, sans qu'il en resultât le moindre retardement dans la plus vite, ni d'acceleration dans la plus lente? le bon sens n'en est-il pas choqué? Nôtre hypothèse remédie à tous ces inconveniens : ainsi continuons à nous en servir pour l'explication du fait en question, d'une maniere qui en rende la cause précise & claire, telle qu'on la demande.

§. LXXI.

On m'accordera donc, puisque j'ai fait voir que cela convenoit mieux à la simplicité de la Nature, que le mouvement du Tourbillon est la production de celui du Soleil, ou plutôt que celui-là n'est autre chose que la continuation de celui-ci; d'où il suit qu'il ne se fait point de saut subit de la vitesse de l'un à la vitesse de l'autre; mais que déjà depuis le centre, la diminution de vitesse circulante se fait graduellement vers la circonférence suivant la loi d'un Tourbillon, au moins jusqu'à une vaste distance au-dessus de la region des Planetes; que par conséquent toutes ses parties sans exception circulent autour d'un même axe, qui est celui du Soleil; ce sont donc les mêmes poles & le même plan des équateurs de toutes les couches qui composent le Tourbillon : car quelle raison auroit-on de croire, comme quelques-uns se le sont imaginé, que les couches à différentes distances changent de direction dans leur circulation? il n'y a là aucune cause physique à alleguer, qui soit solide. Je me fonde toujours sur la simplicité, & tiens pour un principe general, qu'il ne faut jamais s'en écarter sans une extrême nécessité.

Cela étant, je vois avec une entière évidence qu'après que les Planètes ont une fois acquis la direction permanente, de la manière que je l'ai expliqué, cette direction devroit être exactement conforme à celle du Tourbillon, puisque celle-ci a produit l'autre, cela veut dire que toutes les orbites devroient se trouver parfaitement sur le plan commun de l'équateur du Soleil & du Tourbillon : cependant les observations font connoître qu'elles s'en écartent un peu, & que leurs plans coupent le plan de l'équateur solaire en differents endroits, & sous differents angles, dont le plus grand monte à $7^{\circ} 30'$, qui est celui que fait l'orbite de la Terre.

Cette deviation m'a donc fait juger que sa principale cause ne doit pas être cherchée uniquement dans la matière du Tourbillon qui environne immédiatement la Planete par un contact immédiat; & qui devroit plutôt, comme nous l'avons vû, l'entretenir dans le mouvement commun sur le plan de l'équateur. Mais faut-il peut-être recourir à une autre cause, qui agisse de loin sur la Planete, pour la détourner de la direction du Tourbillon, selon le sentiment de Kepler, & de quelques autres après lui, qui ont introduit une espece de magnetisme immateriel émanant du Soleil, & capable de changer la situation & le cours des Planètes ? mais cette vision qui ne vaut pas plus que les attractions, est aussi obscure que les qualités occultes.

N'allons donc pas si loin, & cherchons la véritable cause de nôtre phenomene dans le corps même de la Planete; on l'y trouvera sûrement, d'autant plus recevable, qu'elle ne developpe pas seulement le fait, mais aussi les circonstances qui l'accompagnent indiquées par les observations les plus exactes; marque indubitable qu'il y a ici quelque chose de plus qu'une simple conjecture plausible.

§. LXXII.

Je commence par examiner ce qui arriveroit au mouvement annuel d'une Planete, en supposant que sa figure est une sphere parfaite. Je vois qu'un tel corps a une entière indifférence à obéir avec une égale facilité en telle ou telle direction que le fluide ambiant lui imprime. Or, comme je l'ai déjà dit plus d'une fois, le Tourbillon, quoiqu'il n'ait pas de force suffisante pour changer sensiblement les vitesses des corps celestes, ne laisse pas d'en disposer.

disposer les directions. (si elles sont d'abord différentes de la sienne) qu'elles deviennent peu à peu conformes à la direction commune de toutes les parties du Tourbillon.

Il ne faut donc pas douter qu'une Planete parfaitement spherique (s'il y en avoit) ne demeurât continuellement dans le plan de l'équateur solaire, dont elle ne s'écarteroit jamais, en sorte que le plan de cet équateur & celui de l'orbite planetaire ne feroient point d'angle, & ne feroient qu'un même plan : cela me paroît clair sans autre explication plus ample.

§. LXXIII.

Mais on sçait aujourd'hui que les corps des Planetes n'ont pas la figure d'un globe parfait. Quant à la Terre, il y a des Philosophes qui lui attribuent la figure d'un spherôide allongé vers les poles; au contraire M.^{rs} Newton, Huguens & d'autres disent qu'elle est un spherôide applati. On convient generally par les observations, que l'axe de Jupiter est plus petit que le diametre de son équateur en raison environ de 12 à 13. Il n'y a pas à douter en reflexissant sur les causes physiques qu'on allegue de part & d'autre, qu'une telle inégalité de diametres plus ou moins grande ne se trouve aussi dans la figure des autres Planetes.

Je suis donc en droit de demander qu'on m'accorde que les Planetes sont des spherôides : & je démontrerai que cette figure supposée emporte necessairement, que 1.^o les Planetes ne peuvent pas se mouvoir exactement sur la direction du Tourbillon, je veux dire que les plans de leurs orbites seront différents du plan de l'équateur solaire, qui est aussi celui du Tourbillon, & que c'est dans cette différente position que consiste l'inclinaison des orbites par rapport au plan de l'équateur solaire : que 2.^o cette inclinaison sera plus ou moins grande, selon que le spherôide diffère plus ou moins d'une sphere parfaite. Ces deux points démontrés formeront la réponse à la première & à la seconde partie de la Question.

§. LXXIV.

Je dis donc que l'une & l'autre espece de spherôide, tant applati qu'allongé, doit causer que la direction du mouvement de la Planete se détourne de la route qu'elle prendroit sur le plan

commun de l'équateur solaire, si la Planete étoit une sphère; avec cette différence, que les nœuds de ces deux sphéroïdes sur l'équateur du Soleil seront de noms contraires, je veux dire que là où se fera le nœud ascendant ou Boreal dans le cas du sphéroïde applati, il deviendra nœud descendant ou Austral si on suppose que c'est un sphéroïde allongé, & reciproquement le nœud descendant du sphéroïde applati se change en ascendant pour le sphéroïde allongé : j'en donne l'explication tirée de la navigation.

On sçait que les vaisseaux poussés obliquement par le vent, au lieu d'aller dans la direction de la quille, en sont insensiblement détournés en prenant une autre route, dont la direction fait avec celle de la quille un angle, que les Marins appellent la *dérive* du vaisseau.

La nature & la cause de cet effet est connuë & traitée amplement dans la manœuvre des vaisseaux : c'est que si le corps du vaisseau avoit la figure d'un cercle ou d'une sphère, par conséquent indifferente à se mouvoir avec une égale facilité en tout sens, il iroit sans doute, abandonné à lui-même, dans la direction que lui donneroit la ligne moyenne de la force mouvante, & cette direction pourroit passer aussi pour celle de la quille, puisque chaque diametre la pourroit être : tout au contraire un vaisseau fort long, mais infiniment peu large, suivroit constamment la direction de sa longueur ou de sa quille, quelle que fût l'obliquité de la direction de la force mouvante. Car un tel vaisseau ne trouvant point de résistance sensible à la prouë, & toute la force de l'eau donnant sur le côté, il est visible qu'il doit se mouvoir exactement sur la direction de la quille sans la moindre dérive. Mais comme il est impossible dans la structure des vaisseaux, de faire en sorte que la prouë ne souffre dans le sillage quelque résistance que l'eau lui oppose; cela est la cause que le vaisseau est obligé de prendre une route moyenne entre la direction de la quille & celle de la force mouvante; c'est-à-dire de subir une dérive plus ou moins grande, selon que la résistance de l'eau contre la prouë est plus ou moins sensible.

Je dis donc qu'il se fait la même chose dans le mouvement des Planetes, lorsqu'elles n'ont pas la figure d'une sphère exacte : ainsi il me sera permis d'y faire l'application, dont le resultat montrera

combien mes raisonnemens sont conformes aux observations faites sur cette matière.

§. LXXV.

Soit GC une portion de l'équateur du Tourbillon, & supposons d'abord qu'une Planete $BDAE$ ait son centre C sur la ligne GC avec un mouvement de G vers C . Je vois clairement, que si la Planete étoit une sphère parfaite, elle continueroit son mouvement sur la même ligne de C vers N , nonobstant l'opposition de la matière du Tourbillon comprise entre les tangentes extrêmes ML ; SR paralleles à GC : car cette opposition qui n'auroit pas de force pour diminuer sensiblement la vitesse de la Planete, n'en a pas non plus pour changer la direction du mouvement; parce que les deux arcs OBM , OES , étant en ce cas deux quarts de cercle d'une situation semblable au-dessus & au-dessous de CO , il est évident que pour chaque filet tel que TF contre lequel donne l'arc supérieur OBM , & qui feroit impression suivant $F\phi$ perpendiculaire à la courbe, il y a un autre filet semblable, qui donne sur l'arc inférieur, & qui fait une pareille impression, mais de bas en haut, au lieu que le premier l'a fait de haut en bas; en sorte que toutes ces impressions se trouvant en équilibre par rapport à la direction GC , la Planete continuera toujours à se mouvoir sur cette direction, & n'en fera jamais détournée.

Fig. 2.
& 3.

§. LXXVI.

Si le corps planetaire $BDAE$ est un sphéroïde soit applati ou allongé, mais dont l'axe de rotation ou du mouvement diurne BA est exactement perpendiculaire sur GC , ou sur le plan de l'équateur du Tourbillon, de sorte que l'équateur DE de la Planete, & celui du Tourbillon GC , ne sont que sur un même plan; alors le point E tombant sur O , les oppositions de la part du fluide contre EB & EA sont encore semblables & égales, d'où il suit aussi que la direction du centre C suivant GC ne sera point changée. Donc une Planete sphéroïdique, qui auroit son axe de rotation perpendiculairement érigé sur le plan de l'équateur solaire, ne sortiroit jamais de ce plan, c'est-à-dire, que le plan de l'orbite planetaire & le plan de l'équateur du Soleil ne feroient point d'angle. Voilà les deux cas uniques où il n'y auroit point d'inclinaison.

§. LXXVII.

Fig. 2.

Mais considérons présentement la Planete comme ayant la figure d'un sphéroïde applati, dont l'axe de rotation BA soit oblique sur la direction GC , que je regarde toujours comme une partie de l'équateur du Tourbillon, & voyons si la Planete pourra se soutenir sur la direction GC , ou si elle sera obligée de s'en écarter peu à peu pour prendre une autre route gc . Pour cette fin, soit le point V le plus avant vers le côté où va la Planete, par lequel si on conçoit tirée la tangente HVI , cette tangente sera perpendiculaire aux directions ML , ON , SR , & le point d'attouchement V sera au-dessous de la direction GCN ; tellement que l'arc total MOS exposé à l'action des filets du fluide compris entre ML & SR est partagé en deux parties inégales VOM , VES , dont la plus grande VOM reçoit aussi le plus grand nombre de filets, qui conspirent tous à pousser la Planete obliquement de haut en bas, & la moindre partie VES reçoit le plus petit nombre de ces filets, qui agissent conjointement sur la Planete pour la repousser obliquement de bas en haut.

Donc ces deux forces sur VBM & VES étant inégales, la plus petite cederà à la plus grande, d'où il suit que le centre C quittera la direction GC , & en suivra une autre gc au-dessous de la premiere. Ce qui arrive déjà dès lors que l'angle BCO commence à devenir aigu: car il faut considerer que cet angle BCO , que fait l'axe de rotation BC , toujours parallele à lui-même, avec la direction CO , toujours dans une autre position, change continuellement de grandeur, comme nous le verrons ci-après plus particulièrement.

§. LXXVIII.

Si nous supposons maintenant le cas où la Planete, après avoir fait le demi-tour depuis un des nœuds jusqu'à l'autre, se meut dans un sens contraire au premier, sçavoir de C vers G , en sorte que l'angle BCG soit obtus, on voit évidemment que la plus forte impression du fluide du Tourbillon, qui se déploie sur la partie découverte $MDAS$, vient de bas en haut, & détournera par conséquent le centre C de la direction CG , pour lui faire prendre

la direction cy au-dessus de CG , ce qui arrive aussi d'abord que l'angle BCG commence à devenir obtus.

Il est à remarquer que les deux points d'intersection, où les deux lignes cg , yc coupent la ligne CG prolongée de part & d'autre, représenteront les deux nœuds de la Planete, sçavoir, la premiere intersection donnera le nœud austral, & la seconde le nœud boreal.

Il reste à expliquer l'effet que produira l'opposition du fluide du Tourbillon contre une Planete qui auroit la figure d'un sphéroïde allongé, d'où nous verrons que cet effet sera renversé par rapport au premier dans l'ordre du mouvement de la Planete sur son orbite, je veux dire, que le nœud descendant ou austral se change ici en boreal, & reciproquement le boreal en austral.

§. LXXIX.

Soit donc une Planete en forme de sphéroïde oblong $BDAE$; Fig. 3.
l'axe de rotation BA plus grand que le diametre de son équateur DE ; son pole Boreal B , & Austral A ; le centre C . Soient tirées toutes les autres lignes comme dans la figure précédente; nous voyons d'abord que le point d'attouchement V , qui partage l'arc MVS exposé à la pression du fluide contenu entre les filets extrêmes LM , RS , est au-dessus de la direction de l'équateur du Tourbillon: c'est pour cela que la pression exercée sur la partie inferieure VES , dont la direction moyenne va de bas en haut, est prévalante à celle qui s'exerce sur la superieure VBM , dont la moyenne direction tend de haut en bas. Ainsi le centre C ne pouvant pas se soutenir sur la direction GC , en sera detourné vers le superieur c , & suivra la route gc au-dessus de GC . Et comme cette inégale pression, dont l'inferieure est la plus forte, commence dès que l'angle BCO devient aigu, on voit que CG , cg prolongées doivent se couper du côté de G , g , d'où la Planete vient, & que par consequent le point d'intersection sera le nœud Boreal, puisque ce sera dans ce point, comme nous le verrons, que l'angle BCO étant droit va devenir aigu.

§. LXXX.

Mais au contraire, si tout le reste demeurant le même, on suppose le cas où la Planete se meut de C vers G , & où l'angle BCG

est obtus; on prouve par un raisonnement semblable à celui que nous avons fait dans §. LXXVIII. que la Planete sera obligée de descendre vers le pole austral du Tourbillon, & que son centre décrira la route *cy*, qui étant prolongée du côté d'où elle vient, coupera *GC* dans un point vers *N*, qui sera le noeud Austral. Car ce sera ici où l'angle *BCG*, de droit qu'il est, commence à se changer en angle obtus.

Il faut remarquer pour l'une & l'autre espece de sphéroïdes, que l'axe de rotation étant incliné sur le plan de l'orbite, il arrive deux fois dans chaque revolution annuelle, que les angles *GCB* & *BCO* deviennent droits, je veux dire, que la direction du centre de la Planete soit perpendiculaire à la position de l'axe *BA*, sçavoir, une fois lorsque la Planete parvient à l'endroit de son orbite où son axe de rotation prolongé rencontre ou coupe l'axe de l'équateur solaire vers le pole Boreal, & une fois encore lorsqu'après une demi-revolution ces deux axes prolongés se rencontrent vers le pole Austral.

§. LXXXI.

C'est donc dans ces deux points que les angles *BCG*, *BCO* sont droits; ils sont par conséquent comme le passage où la direction de l'action du fluide sur la surface du sphéroïde change d'obliquité, & fait que la partie qui donnoit plus de prise à cette action, commence à devenir celle qui en donne moins, & reciproquement la partie qui y estoit moins exposée, va l'être plus que l'autre: cela est évident, en faisant attention au parallélisme que l'axe de rotation conserve pendant sa revolution autour du Soleil.

De là il paroît que les noeuds des Planetes à l'égard de l'équateur du Soleil se trouvent dans les points où les Planetes parviennent à leurs solstices; puisque c'est visiblement dans ces points, que l'axe du Tourbillon & l'axe de rotation d'une Planete sont dans un même plan, & que les angles *BCG*, *BCO* deviennent droits: en considérant au moins l'orbite de la Planete comme un cercle parfait, dont le centre seroit dans celui du Tourbillon; mais étant veritablement une Ellipse, quoique fort approchante du cercle, nous verrons plus bas que cela fera que les noeuds seront un peu éloignés des points solstitiaux.

§. LXXXII.

Jusqu'ici nous avons considéré le mouvement de la Planete comme se faisant dans un fluide calme & en repos, dont la seule opposition doit la faire écarter de la direction qu'elle auroit si elle étoit parfaitement ronde, ou si son mouvement se faisoit dans le vuide; de la même maniere que les vaisseaux souffrent une dérive, lorsque la tendance de leur route n'est pas directement opposée à la direction moyenne de la résistance de l'eau: tellement que le lieu d'un vaisseau s'éloigne de plus en plus de l'endroit où il se trouveroit, si on pouvoit éviter la cause de la dérive.

Mais puisque le fluide du Tourbillon a lui-même un mouvement, quoique 230 fois plus lent que celui de la Planete, qui se fait de même côté d'Occident en Orient, & dont j'ai démontré que l'effet est de la diriger insensiblement à prendre une conformité de direction commune dans le plan de l'équateur solaire, il est sensible que plus la Planete s'écarte de cette direction à cause de l'inégalité de pression qu'elle rencontre pardevant, plus aussi sera-t-elle obligée par cette autre cause, de regagner le dessus, & de se rapprocher de l'équateur du Tourbillon.

La premiere de ces deux causes, qui dépend de l'inclinaison de l'axe *BA* de la Planete sur la direction de sa route, va en augmentant depuis le moment que les angles *BCC*, *BCO* sont devenus droits, jusqu'à ce qu'ils deviennent le plus inégaux qu'ils peuvent, l'un devenant le plus obtus & l'autre le plus aigu, autant que l'autre cause, qui cherche à redresser la dérive, le leur permet; c'est-à-dire, depuis le nœud jusqu'à la limite de la Planete, ou depuis l'intersection de l'équateur & de l'orbite jusqu'au point de leur plus grand éloignement.

Ce point passé, le parallélisme de l'axe *BA* fait que les angles *BCC*, *BCO* se rapprochent chacun de l'angle droit, par où il arrive que l'inégalité de pression du fluide contre les deux parties *VBM*, *VES* diminue, pendant que l'autre action tend continuellement à remettre la Planete sur la direction du fluide; elle fera donc repoussée en chemin faisant vers le plan de l'équateur solaire, qu'elle traversera dans le nœud opposé où derechef l'axe *BA* est perpendiculaire à la direction du mouvement de la Planete sur

son orbite; par conséquent nulle inégalité d'impression du fluide contre les deux parties *VBM, VES*.

Après que la Planete a passé ce noeud opposé, il est aussi sensible qu'elle continuera l'autre moitié de sa route de la même manière & suivant la même loi, qu'elle a fait la première: en sorte que l'une s'écartant ou faisant sa dérive vers le pôle austral, selon l'espece du sphéroïde, l'autre la fera nécessairement vers le pôle boréal; parce qu'après un demi-tour de revolution, les parties de la surface exposées aux impressions du fluide changent de situation; celle qui en recevoit le plus, ayant été d'un côté par rapport à la direction du fluide, sera celle qui en recevra le moins, & reciproquement.

S. LXXXIII.

Voilà les deux causes contraires l'une à l'autre, qui doivent regler la situation du plan de l'orbite, & lui donner une certaine inclinaison par rapport au plan de l'équateur solaire. Et comme la quantité de la *dérive* (il me sera permis d'appeller ainsi la deviation causée par l'opposition du fluide, semblable à celle de l'eau contre le vaisseau) dépend entièrement, en partie de la figure du sphéroïde plus ou moins differente de l'uniformité d'une sphere, & en partie de la plus ou moins grande obliquité de l'axe du mouvement diurne sur le plan de l'orbite, puisqu'il ne se feroit point de dérive, comme nous l'avons déjà dit, si cet axe étoit perpendiculairement érigé sur ce plan, quand même le sphéroïde differeroit beaucoup de la sphéricité parfaite: comme donc, dis-je, ces deux circonstances, la figure du sphéroïde & la position de l'axe, sont sans doute différentes dans les différentes Planètes, il ne faudra plus demander pourquoi les inclinaisons des orbites sont différentes entre elles, car chacune des Planètes étant dans un état particulier par rapport à ces deux circonstances, il est évident que l'inclinaison de son orbite lui doit être aussi particulière, je veux dire differente des autres; il seroit donc inutile d'expliquer plus amplement la cause de ce phénomène.

Cependant pour dire encore quelque chose sur la quantité de l'inclinaison des orbites; nous avons vu que la resistance qu'oppose le fluide du Tourbillon au mouvement des corps célestes est si insensible,

insensible, que leur vitesse n'en souffre aucune diminution perceptible, peut-être pas même pendant toute la durée du Monde; Nous avons vu pareillement, que le mouvement circulant du Tourbillon avec une vitesse 230 fois plus petite que celle de la Planete dans la region où elle se trouve, ne peut non plus ni accélérer ni retarder la vitesse qu'elle doit acquérir dans les differents endroits de son orbite elliptique, en vertu de la regle de Kepler, mais que tout ce que le Tourbillon circulant peut produire, c'est de diriger peu à peu le mouvement progressif des Planetes à prendre sa direction commune d'Occident en Orient.

Ainsi reflexissant sur la foiblesse des deux causes que je viens d'expliquer, qui concourent à déterminer les inclinaisons des orbites, & qui influent seulement sur les directions & non point sur les vitesses, il est très-probable que l'inclinaison de chaque orbite n'a pas été produite dès la première revolution, mais qu'il a fallu un grand nombre de revolutions, avant que l'inclinaison soit parvenue à sa quantité fixe & permanente, telle qu'on l'observe aujourd'hui.

§. LXXXIV.

Une autre circonstance digne d'attention, c'est que l'orbite étant une ellipse qui a le Soleil dans un de ses foyers, duquel toutes les lignes droites tirées aux points de la circonference, excepté les deux apsides, font des angles obliques avec les tangentes, il est clair que pendant le temps que la Planete est à monter depuis le perihelie jusqu'à l'aphelie, la direction du fluide du Tourbillon contre la surface antérieure de la Planete, fait un angle obtus avec la ligne de la distance au Soleil, & que cet angle devient aigu dès qu'elle a passé l'aphelie jusqu'à son retour au perihelie.

Mais comme les orbes elliptiques approchent beaucoup des cercles veritables, ces angles obtus & aigus ne diffèrent que très-peu des angles droits; d'où on doit conclure que les deux points de l'orbite où se fait l'équilibre de l'impression du fluide sur la Planete, c'est-à-dire, les deux nœuds, ne se trouvent pas exactement dans les deux points solstitiaux, mais toujours fort près: en sorte que l'on peut être assuré que les Planetes arrivent à leurs solstices, ou un peu avant ou un peu après qu'elles passent par les nœuds.

§. LXXXV.

Au moins cela se verifie très-bien par l'observation faite du nœud boreal de l'orbite de la Terre par rapport à l'équateur du Soleil, qui se trouve, le Soleil étant dans le 8.^e degré de Π , éloigné du solstice d'esté seulement de 22 degrés. Il seroit à souhaiter que M.^{rs} les Observateurs prissent la peine de déterminer les lieux des solstices des autres Planetes, comme ils ont fait ceux des nœuds sur l'équateur solaire, pour voir si dans chacune des Planetes les nœuds & les points solstitiaux ne se suivent pas de bien près : une telle observation donneroit un grand poids à ma conjecture sur la veritable cause de l'inclinaison des orbites planetaires, supposé que pour chaque Planete on trouve une proximité constante entre ces deux points; il faudroit, par exemple, que Mars passant par son nœud qui est entre le 14.^e & le 15.^e degré de Π , ne fût pas bien loin de son solstice, soit qu'il l'eût déjà passé, ou qu'il fût près de le passer.

§. LXXXVI.

A cette occasion je ne dois pas passer sous silence une des plus importantes utilités qu'on retireroit de mon systeme, s'il avoit le bonheur d'être agréé : cette utilité consisteroit en ce qu'on seroit en état de décider la fameuse question sur la véritable figure de la Terre, si elle est un sphéroïde allongé ou applatti. Les sentiments des Philosophes de notre temps, touchant cette question, sont partagés depuis 40 ou 50 ans. On allegue de part & d'autre des preuves solides : M.^{rs} Huguens, Newton & plusieurs grands Géometres qui les suivent, prétendent que la diminution de la pesanteur des corps terrestres vers l'équateur de la Terre, causée par la force centrifuge de ces corps, qui résulte du mouvement journalier de la Terre, laquelle force est plus grande dans ces endroits que dans les lieux plus proches des poles, est un argument invincible que la Terre est plus élevée vers l'équateur que vers les poles; à quoi ils ajoutent l'expérience de l'accourcissement des pendules à secondes, qu'il faut leur donner dans les pays voisins de l'équateur; marque évidente, à ce qu'ils pensent, d'une plus grande diminution de pesanteur.

D'autres grands Hommes soutiennent le contraire, se fondant principalement sur la mesure actuelle de la Terre, faite en différents endroits & en divers pays, avec toute l'exactitude possible; l'expérience ayant constamment montré que les degrés d'un même méridien avoient plus de longueur dans les lieux de moindre latitude que dans les plus septentrionaux, & que leur longueur diminueoit à mesure qu'on approchoit du pôle. Ce qui est une preuve géométriquement certaine, que le méridien a la forme d'une ellipse, dont le grand axe passe par les pôles de la Terre, & que par conséquent la figure de la Terre est un sphéroïde oblong.

On ne sauroit presque douter de l'exactitude avec laquelle ces mesures ont été prises en France, si on lit les ouvrages qu'on en a publiés, & qu'on réfléchisse sur les soins & les précautions extraordinaires employées dans ce pénible travail. La pièce que M. Cassini a donnée sur la figure de la Terre dans les *Memoires de 1713.* pag. 188. merite une attention particulière, par la solidité de ses raisonnemens, pour établir le sphéroïde allongé; & il ne semble pas que cet illustre Auteur ait été ébranlé dans son sentiment par la seconde édition des *Principes Phil.* de M. Newton, qui parut la même année 1713. où M. Newton ne persiste pas seulement dans son opinion contraire, fondée sur l'inégalité des pendules à secondes, mais il donne encore, pag. 383. une liste (qu'on ne trouve point dans la première édition,) de la mesure d'un degré pris consécutivement sur le méridien, par où il prétend faire voir que leurs longueurs vont en augmentant depuis l'équateur jusqu'au pôle; comme si c'étoit une affaire décidée, que l'accourcissement des pendules fût une marque infaillible que les parties de la Terre sont plus élevées vers l'équateur que vers les pôles, au lieu qu'on n'en peut conclurre autre chose tout au plus, sinon que la Terre est un sphéroïde moins allongé, qu'elle ne le seroit si elle étoit encore dans son état primitif, cela veut dire, sans le mouvement diurne, ce que M. de Mairan a très-bien expliqué dans ses excellentes *Recherches Géométriques* sur la diminution des degrés en allant de l'équateur vers les pôles: *Voyez les Mem. de l'Acad. de 1720. pag. 231.*

Enfin M. Cassini bien-loin de changer de sentiment après la seconde édition de l'ouvrage de M. Newton, nous a donné une nouvelle dissertation dans les Memoires de 1718, p. 245, où non seulement il confirme ce qu'il avoit avancé touchant la figure oblongue de la Terre, & la précision extraordinaire avec laquelle fut prise la mesure des degrés du Méridien, mais il pousse l'exactitude jusqu'à déterminer en toises l'axe de la Terre, le diametre de l'Equateur & l'intervalle des deux foyers de l'Ellipse generatrice du sphéroïde allongé. *V. p. 255.*

Or ce grand Astronome, qui lui-même s'étoit employé à ce travail de concert avec M.^{rs} Maraldi & de la Hire, également habiles dans l'art d'observer, auroit-il bien avancé avec tant d'assurance un fait, s'il n'en avoit pas été convaincu par des opérations répétées & vérifiées par un grand nombre d'autres?

Un surcroît de preuve se tire présentement de ma Théorie, qui décide en faveur du Sphéroïde allongé: car de ce que j'ai démontré aux §§. LXXIX, LXXX, il suit nécessairement que quand on observe qu'une Planete dans le temps de son solstice d'été est aux environs de son nœud ascendant, il faut que cette Planete ait la figure d'un sphéroïde oblong; mais parmi grand nombre d'observations que le même M. Cassini, diligent observateur tant pour le Ciel que pour la Terre, a faites avec une assiduité infatigable pour déterminer le mouvement des taches du Soleil, il s'en trouve une dans les Memoires de 1703 p. 109, & les suites dans les pages suivantes, où la description exacte de deux taches qui parcouroient à peu-près le même parallele sur le disque du Soleil, & peu éloigné de son équateur, est entièrement conforme à ma pensée; car il n'y a qu'à jeter les yeux sur la Figure que l'observateur a fait graver pour tracer la route qu'ont tenuë ces deux taches depuis le 24 Mai 1703 jusqu'au 3 Juin suivant.

Cette route étant sensiblement une ligne droite, si on conçoit une parallele tirée par le centre du disque, cette parallele représentera l'équateur du Soleil, & il est visible que du côté d'Occident elle ira au dessous de l'écliptique marquée dans la Figure, faisant ensemble un angle de 8 degrés, qui est l'inclinaison du plan de

l'écliptique ou de l'orbite de la Terre sur le plan de l'équateur solaire; de sorte que l'intersection de ces deux lignes sur le disque, c'est-à-dire, de l'équateur & de l'écliptique, désigne le nœud ascendant de cette dernière par rapport à l'équateur solaire. Par ce nœud si par la pensée on tire du centre du Soleil une ligne droite jusqu'à l'orbite terrestre, le point où cette droite la rencontre sera le nœud ascendant de la Terre.

C'est donc par le nœud ascendant ou Boreal que la Terre passa le 28 Mai 1703, jour marqué par M. Cassini, p. 112, pour le passage de la tache par le milieu de son parallèle, le Soleil étant alors dans le 8^{me} degré de π , c'est-à-dire, 22 degrés ou à peu-près autant de jours avant le solstice d'été.

D'où je dois inferer, suivant ma théorie, que la figure de la Terre est à la vérité celle d'un sphéroïde allongé conformément au résultat des observations faites en France par des mesures actuelles. Je me flatte que cette conformité ne déplaira pas à M.^{rs} les observateurs, d'autant qu'elle détruit le soupçon de quelque inexactitude glissée dans leurs opérations, prétexte unique de ceux qui sont pour le sphéroïde applati de la Terre.

§. LXXXVIII.

Pour faire comprendre plus distinctement les différents effets que produit l'opposition du fluide du Tourbillon sur les sphéroïdes des deux différentes espèces; je tâcherai de mettre clairement devant les yeux tout ce que j'ai démontré ci-dessus par les Figures 2 & 3. J'employerai pour cela deux nouvelles Figures qui représenteront pour l'un & l'autre sphéroïde ce qui lui doit arriver dans son cours pendant une révolution entière autour du Soleil. Je supposerai, pour subvenir à l'imagination, que l'orbite est circulaire, & que le Soleil est dans le centre; car il ne s'agit ici que d'exposer à la vûe comment se fait l'inclinaison des Plans des Orbites par rapport au plan de l'Equateur Solaire.

§. LXXXIX.

Soit le centre du Soleil *S*, l'équateur du Tourbillon *EFHG* Fig. 4. & 5. concentrique, & dans un même plan avec l'équateur de la révolution du Soleil autour de son axe *BSA*, qui est perpendiculaire

au plan de ces deux équateurs ; B le pôle boreal ou supérieur du Soleil ; A le pôle austral ou inférieur. Concevant qu'une Planete, par exemple la Terre, se trouve d'abord sur l'équateur du Tourbillon dans le point du solstice d'été E , & qu'elle soit déterminée à se mouvoir autour du Soleil, nous comprendrons aisément, par ce qui a été expliqué ci-dessus, que la Terre décrirait parfaitement l'équateur du Tourbillon, je veux dire que cet équateur & l'orbite de la Terre seroit un même cercle, si la figure du Globe terrestre étoit parfaitement sphérique, parce que l'uniformité de cette figure n'admettroit aucune cause extérieure qui pût détourner la Terre de sa route une fois commencée, de même qu'un Vaisseau sphérique sur mer étant poussé suivant une certaine direction, ira toujours dans la même direction sans souffrir la moindre dérive.

Mais la Terre ayant la figure de sphéroïde, il est sensible que pendant sa révolution autour du Soleil elle présente à l'opposition de la matière du Tourbillon une moitié de sa surface qui change continuellement de position, & partant aussi de figure par rapport à la direction, à cause que l'axe de rotation de la Terre ba conserve son parallélisme, pendant que les directions du fluide opposé changent à tout moment de situation, puisque ces directions ne sont autre chose que les tangentes de l'orbite. Ainsi les changements de direction causent l'inégalité de l'action du fluide sur la surface antérieure de la Terre.

Cette surface est partagée en deux parties inégales, l'une au-dessus du point le plus avancé V (Voyez fig. 2 & 3.) l'autre au-dessous ; ce qui cause de part & d'autre des impressions de forces inégales qui font écarter la Terre, en forme de derive, de la route qu'elle tiendrait, si elle étoit parfaitement ronde ; c'est pour cela qu'elle quittera l'équateur du Tourbillon pour décrire un autre grand cercle, dont voici les conditions.

§. XC.

Fig. 4.

Considérons en premier lieu la Terre comme un sphéroïde aplati, & supposons la placée dans le point E . D'abord il est clair que dans cette situation l'axe de rotation de la Terre ba , & l'axe de révolution du Soleil BA étant prolongés se rencontreront dans la partie supérieure en C , & formeront le triangle rectangle CSE ,

dont l'angle SEE est de $23.^{\circ} 30'$, mesure de la plus grande déclinaison du Soleil. Il est clair aussi, que le plan du triangle ESE est perpendiculaire sur le plan de l'équateur du Tourbillon; d'où il suit, que s'imaginant tirée Ee tangente de l'équateur du Tourbillon en E , cette tangente sera perpendiculaire à EE , & fera par conséquent avec l'axe de rotation ba , deux angles droits eEb , eEa .

Ainsi le fluide du Tourbillon s'opposant également à la partie boreale & australe de la surface qui se présente à sa direction, l'équilibre du mouvement sur l'équateur se maintiendrait parfaitement, & la terre n'en sortiroit jamais, si l'angle eEb demeurait toujours droit. Mais comme l'axe de la Terre ba conserve sensiblement sa situation parallèle, on voit que dès qu'elle part du point solsticial d'Été E , pour aller vers F , cet angle eEb diminue de plus en plus, jusqu'à ce qu'elle soit parvenue dans son point équinoxial de l'Automne, où l'angle fait par l'axe de la Terre & la ligne de direction, sera le plus petit ou le plus aigu: D'où, en vertu de ce que nous avons démontré ci-dessus (§. LXXVII.) pour le sphéroïde aplati, il faut que l'opposition du fluide sur la partie boreale de la surface, soit la prévalente, ce qui fera dériver la Terre vers le pôle austral du Tourbillon; ensorte qu'après le premier quartier de sa révolution, au lieu de se trouver en F , elle se trouvera en L , où l'angle fLb fait par la direction fL & l'axe Lb est le plus aigu.

Mais comme depuis l'endroit L cet angle recommence de croître, en devenant successivement moins aigu jusqu'en H , qui est le point du solstice d'Hyver, où l'axe de rotation de la Terre ba prolongé rencontre l'axe du Tourbillon en a , & où par conséquent la direction hH redevient perpendiculaire à l'axe ba . C'est pourquoi pendant le temps que la Terre est à parcourir le second quartier de sa révolution LH , l'avantage de l'action du fluide sur la partie supérieure de la surface du sphéroïde aplati diminue jusqu'à son entière extinction au point H , où l'action sur la supérieure & l'inférieure est dans son équilibre parfait, parce que le fluide s'oppose à l'une & à l'autre d'une manière égale & semblable.

Mais puisque l'autre action du Tourbillon, en tant qu'il ne cesse de circuler continuellement d'Occident en Orient, poursuit toujours la Terre, & tend à la remettre dans sa direction commune;

comme nous l'avons expliqué ci-dessus tout au long, il est visible qu'après qu'elle a passé le point L où elle a souffert la plus grande dérive, elle doit se rapprocher ensuite de l'équateur du Tourbillon, de la même manière qu'elle s'en étoit écartée en parcourant le premier quartier.

§. XCI.

Il ne reste donc plus qu'à considérer la route que doit prendre la Terre, en parcourant les deux autres quartiers de son orbite. Or il est d'abord manifeste que tout se fait ici à rebours, c'est-à-dire que l'angle hHb , de droit qu'il étoit, commence à devenir obtus, dès que la Terre part du point solsticial d'hiver H , & que cet angle augmente jusqu'au point M , où l'angle gMb est le plus obtus qu'il est possible; depuis M cet angle décroît jusqu'en E , où il redevient droit.

Ainsi en appliquant notre raisonnement de l'article précédent à la circonstance présente, on verra par le §. LXXVIII. que l'opposition du fluide ayant ici l'avantage du côté de la surface inférieure de la Terre, la dérive se doit faire vers le pôle supérieur; donc les deux derniers quartiers HM , ME , se formeront de la même manière que les deux premiers EL , LH , par rapport à leur figure, mais avec différentes positions par rapport au plan de l'équateur $EFHG$, en ce que la première moitié de l'orbite ELH s'écarte de ce plan vers le pôle Austral, autant que la seconde s'en écarte vers le pôle Boreal; si bien que le plan de l'orbite doit couper nécessairement le plan de l'équateur, qui est aussi celui du Soleil selon notre théorie, dans la ligne EH qui passe par le centre de cet astre S .

Tout ce qui pourroit faire quelque peine, ce seroit de savoir pourquoi l'orbite entière $ELHM$, formée ainsi par les dérives, est justement sur un plan, pouvant être, à ce qu'il semble, une courbe à double courbure, mais on se levera cette difficulté, si on se souvient de ce que nous avons expliqué ci-dessus touchant la différence qu'il y a entre la force qui produit du mouvement dans un corps, & celle qui en change seulement la direction, où il a été démontré que la moindre opposition, ou une force insensible est déjà capable de changer peu à peu la direction d'un corps

corps mis en mouvement par une force très-grande, sans pourtant que la courbe que ce corps est obligé de décrire par l'action de cette grande force, change de nature. Ici il en est de même : la figure des orbites est causée par la gravitation des Planetes vers le Soleil, contre-balancée par les forces centrifuges, & cette gravitation a pour cause la force du Torrent central, qui est une force très-grande, par rapport à laquelle l'opposition du fluide contre le mouvement des Planetes est une force commé infiniment petite, qui n'en change que la direction, c'est-à-dire qui a causé insensiblement leur dérive, laissant pour le reste aux orbites leur figure, & aux Planetes leur vitesse, telle qu'elles auroient si elles se mouvoient dans un grand vuide, comme le suppose M. Newton : mais on démontre géométriquement, que la gravitation dirigée toujours vers le Soleil, fait que chaque orbite est sur un plan qui passe par le centre du Soleil ; elle le sera donc encore après qu'il lui sera survenu la dérive réglée & permanente, par où l'orbite ne perd rien de sa figure, mais change seulement de position, passant du plan de l'équateur du Tourbillon sur un autre plan qui coupe le premier, comme je l'ai dit, dans le centre du Soleil sous un angle *FSL* ou *GSM*, mesure de l'inclinaison plus ou moins grande, selon qu'exige le sphéroïde plus ou moins applati.

§. XCII.

Quelque petit que soit cet angle, même pour l'orbite de la Terre, qui est celle de toutes les orbites qui a la plus grande inclinaison, sçavoir de $7\frac{1}{2}$ degrés, il ne faut pourtant pas croire que cette inclinaison ait été acquise dès la première revolution de la Terre autour du Soleil, car cela marqueroit un effet trop sensible pour une cause si foible, telle que nous avons supposé être la force de l'opposition du fluide, incapable d'alterer ou de retarder la vitesse des Planetes, mais capable seulement d'en changer, par la longueur du temps, les directions, comme nous l'avons insinué plusieurs fois.

Rien ne nous empêche donc de concevoir que l'inclinaison des orbites ait été produite, en naissant insensiblement, & en prenant à chaque revolution un nouveau petit degré de dérive, jusqu'à parvenir après un grand nombre de revolutions, à l'inclinaison

totale que l'on observe aujourd'hui dans les orbites, & qui est permanente sans pouvoir prendre de nouvelles augmentations, étant empêchée par le mouvement du Tourbillon d'Occident en Orient, qui s'efforce sans cesse de rendre aux Planetes la direction commune dans le plan de son équateur, comme nous l'avons expliqué assez amplement.

C'est-là le cours ordinaire des effets de la Nature, qui ne produit rien subitement, mais par succession de degré en degré, quoique tantôt plus tantôt moins vite, selon l'intensité de la force qu'elle emploie, & la diversité des circonstances.

§. XCIII.

Fig. 5.

Après tout cela, on voit que si la Terre avoit véritablement la figure de sphéroïde applati, le point *E* du solstice d'esté seroit le nœud descendant, & son opposé le nœud ascendant. Mais en donnant à la Terre la figure de sphéroïde allongé, il n'y a qu'à accommoder à cette hypothese le raisonnement que nous avons fait jusqu'ici depuis §. XC. & on trouvera un effet entièrement contraire par rapport à la nature des nœuds.

Car on s'apperoit clairement (LXXIX.) que la Terre étant dans son solstice d'Été *E*, ou aux environs, sa surface allongée vers les poles fera la cause d'une dérive boreale, qu'elle subira en parcourant les deux premiers quartiers de son orbite *EL*, *LH*, comme reciproquement la dérive doit être australe depuis environ le solstice d'Hyver *H* en achevant de parcourir les deux derniers quartiers *HM*, *ME*; en sorte que dans ce cas c'est le point *E* qui sera le nœud ascendant, & *H* le descendant.

Voilà donc déterminés par notre raisonnement, les nœuds pour le sphéroïde allongé, à peu près comme l'expérience le confirme pour la Terre, fondée sur les Observations alléguées de M. Cassini, qui assigne le nœud ascendant vû du Soleil, au 8.^e degré de ♊, & par conséquent le descendant au 8.^e degré de ♎, assez près des solstices, qui seroient peut-être précisément dans les solstices mêmes, si l'action du fluide du Tourbillon solaire sur la surface de la Terre n'étoit pas troublée un peu par son propre Tourbillon, qui intercepte en partie cette action, & par d'autres causes accidentelles & particulières, dont nous avons fait mention ci-devant.

Après cette heureuse conformité de nôtre théorie, avec les observations célestes, peut-on plus long-temps refuser à la terre la figure de sphéroïde oblong, fondée d'ailleurs sur la dimension des degrés de la méridienne, entreprise & exécutée par le même M. Cassini, avec une exactitude inconcevable ?

§. XCIV.

Le parallélisme de l'axe de rotation des Planetes étant supposé être constant & parfait, il est visible, que les noeuds de leurs orbites ou leurs intersections avec l'équateur du Tourbillon, seroient entièrement immobiles, & répondroient toujours aux mêmes endroits du firmament par rapport au Soleil ; mais le parallélisme est sujet à une variation quoique très-petite, qui ne se fait sentir qu'après un grand nombre de révolutions. Il est facile d'en rendre raison par nôtre théorie : car la Planete, par exemple nôtre Terre, circulant autour des poles de l'écliptique avec la propre vitesse, pendant que le fluide du grand Tourbillon circule de même côté, mais autour des poles de l'équateur solaire, & avec une vitesse 230 fois plus petite ; c'est comme si un globe flottant dans une eau calme, étoit obligé par une force extérieure de se mouvoir d'Occident en Orient, autour d'un centre pris à quelque distance hors du globe : Or il est aisé de concevoir que la résistance de l'eau, exercée sur la surface antérieure du globe, se fera en sens contraire d'Orient en Occident, & que cette résistance agit plus fortement contre l'hémisphère le plus éloigné du centre de circulation, que contre le plus proche, parce que celui-là faisant un plus grand chemin en circulant que celui-ci, frappe l'eau avec plus de vitesse ; le globe sera donc déterminé à pirouetter sur lui-même à contre-sens de son mouvement progressif, c'est-à-dire, d'Orient en Occident, autour d'un axe perpendiculaire sur le plan de la circulation.

On en pourroit faire l'expérience semblable à celle que M. Poleni a faite, mais dans un autre dessein, voulant démontrer que le mouvement diurne des Planetes ne peut pas être causé par le mouvement du grand Tourbillon, pris à la façon de Descartes. Voyez *Poleni de Vorticibus Cælest.* p. 72 & 73. De-là il devient clair, comme quoi la terre représentée par ce globe, pendant qu'elle fait

la révolution annuelle, doit tourner sur elle-même contre l'ordre des signes autour d'un axe perpendiculaire au plan de son orbite ; par conséquent aussi l'axe oblique du mouvement diurne tournera lui-même sur cet axe perpendiculaire, d'où il suit que les poles de l'équateur terrestre paroîtront décrire de petits cercles autour des poles de l'écliptique dans la direction d'Orient en Occident.

§. XCV.

C'est de ce troisième mouvement de la Terre que dépend (comme il est très-facile de le comprendre) le reculement des intersections de l'équateur & de l'écliptique, que l'on nomme dans le Systeme de Copernic *Précession des équinoxes*, parce que ces deux points reculent continuellement sur l'écliptique vers les signes précédents, ce qui produit dans les étoiles fixes & dans tous les points immobiles du Ciel, un mouvement apparent contraire d'Occident en Orient autour des poles de l'écliptique.

C'est donc ainsi que le parallélisme de l'axe de rotation diurne de la Terre & de toutes les Planètes qui ont cet axe oblique sur le plan de leurs orbites, ne se conserve pas exactement ; mais puisque la résistance du fluide du grand Tourbillon, selon ce que nous avons démontré, doit être extrêmement foible, il faut que la variation de ce parallélisme soit aussi très-insensible, & que le mouvement apparent qui en résulte dans les fixes soit très-lent. Comme en effet les étoiles fixes vûes de la Terre n'avancent dans leur longitude que de 50 secondes par an, ce qui demanderoit un temps de 25920 années pour une révolution entière du Firmament.

Une autre chose à laquelle on n'a pas encore assez pensé, c'est peut-être que les poles de ce mouvement si tardif ne se trouvent pas précisément dans les poles de l'écliptique, comme on l'a cru jusqu'ici ; en voici ma raison : il est vrai que la résistance du fluide est directement opposée à la direction du mouvement annuel qui se fait sur le plan de l'écliptique, & qu'à cet égard, si la résistance agissoit seule contre le mouvement, ce qui arriveroit si le fluide du Tourbillon étoit tout-à-fait calme & en repos, il ne faut pas douter que le troisième mouvement de la Terre, dont il est ici question, ne se feroit exactement autour de l'axe perpendiculaire au plan de l'écliptique ; mais le fluide du grand Tourbillon ayant lui-même

son mouvement circulant suivant la direction de l'équateur solaire; différente un peu de la direction de la résistance, il est certain que de ces deux actions compliquées il résulte une direction moyenne quoique beaucoup plus approchante de celle de l'écliptique, comme de la plus forte, que de celle de l'équateur solaire; d'où on peut raisonnablement conclure, que l'axe du troisième mouvement est tant soit peu oblique sur le plan de l'écliptique; or cette obliquité doit aussi causer nécessairement une petite variation apparente dans les latitudes des Fixes, mais incomparablement moins sensible que celles qu'on remarque dans leurs longitudes.

§. XCVI.

Cette variation de latitude paroît paradoxe à la plupart des Astronomes, qui ne se mettent pas toujours en peine des causes physiques, contents de ce qu'ils croient sçavoir par observation. Cependant plusieurs des plus fameux Astronomes, comme Tycho Brahé lui-même & Kepler, qui cite l'autorité du premier, favorisent le changement de latitude des étoiles fixes: *Si comparetur (dit Kepler Epit. Astron. pag. 724.) ecliptica (id est orbita Telluris sub fixis) secum ipsa, secundum diversa sæcula, deprehendit sane Braheus ex mutatis fixarum latitudinibus eclipticam hodiernam concessisse ad latera eclipticæ pristinæ.* Mais selon mon explication, il falloit dire que le mouvement apparent des fixes d'Occident en Orient se fait autour des poles, qui ne sont pas précisément dans les poles de l'écliptique, (c'est-à-dire, de l'orbite de la Terre,) car de cette manière on conçoit la petite variation de latitude, sans qu'il soit besoin que le plan de l'orbite change de place. Le plus simple, dans l'explication des causes de la Nature, est toujours préférable à ce qui a moins de simplicité.

§. XCVII.

Pour revenir maintenant aux nœuds des orbites avec l'équateur du Soleil, il faut dire, selon ma théorie, qu'ils ont aussi un petit mouvement contre l'ordre des signes, & cela, à cause qu'ils ont une connexion essentielle, comme je l'ai fait voir, avec les points des solstices, par conséquent aussi avec les équinoxiaux, qui en sont éloignés de trois signes. En effet, il y a des Astronomes qui don-

nent 51" par an au mouvement retrograde des nœuds de l'orbite de la Terre avec l'équateur du Soleil, qui est à peu près la quantité de la retrogradation annuelle des équinoxes, ce qui sert de confirmation de la dépendance essentielle entre ces nœuds & les solstices ; chose qui merite d'être vérifiée ultérieurement par des observations exactes, afin de s'assurer que c'est un fait general qui regarde toutes les Planetes principales, ce qui rendroit ma conjecture tout-à-fait certaine.

§. XCVIII.

Quoiqu'au reste la declinaison des limites, ou, ce qui revient au même, l'élevation des plans des orbites sur le plan de l'équateur du Soleil, doive être constante & invariable, il pourra néanmoins arriver qu'on y appercevra avec le temps quelque petite variation ; mais qui ne sera qu'apparente, dont la cause doit être attribuée à ce changement insensible de latitude des étoiles fixes dont nous venons de parler. On rencontre dans l'Astronomie pratique une infinité d'autres minuties, qui resultent des observations que l'on prend souvent pour des réalités, quand ce ne sont que de simples apparences, dont un système physique general, (quelque solide qu'il soit,) n'est pas toujours responsable.

§. XCIX.

Si je ne craignois d'être trop long dans cette 4.^e partie de mon Discours, où je me suis principalement attaché au sujet de la question, je pourrois m'étendre à d'autres phénomènes qui ne sont pas précisément compris dans la question, mais qui y ont beaucoup de rapport ; tel est, par exemple, le mouvement de la Lune autour de la Terre, où on pourroit demander pareillement d'où vient que ce mouvement ne se fait pas dans le plan de l'équateur de la Terre ; car ce que les orbites des Planetes principales sont à l'égard de l'équateur du Soleil, l'orbite de la Lune & celles des autres Satellites le sont par rapport à l'équateur de leurs Planetes principales ; & comme celles-ci ont le grand Tourbillon general pour guide de leur mouvement autour du Soleil, ainsi les Satellites sont dirigés par les Tourbillons particuliers qui les enveloppent, & qui environnent les Planetes principales dont ils sont Satellites.

Je dis que les Satellites sont *dirigés* par les Tourbillons particu-

liers, & non point entraînés, par la même raison que j'ai exposée tout au long pour les Planetes principales; car les uns & les autres de ces corps ont, selon ma théorie, leur mouvement d'une impression primitive, en sorte que le fluide du Tourbillon n'y contribue toujours que la commune direction d'Occident en Orient.

S. C.

Cependant, s'il m'est permis de communiquer encore en peu de pages mes pensées, sur ce qui peut être la cause physique de ce que la circulation de la Lune autour de la Terre, ne se fait pas selon le plan de l'équateur terrestre; je pense que cette cause est différente de celle qui fait l'inclinaison des orbites planetaires principales sur l'équateur du Soleil. La différence consiste dans la diverse façon du grand Tourbillon, & du Tourbillon particulier de la Terre; toutes les parties du premier font leurs circulations sur des cercles parallèles au plan de l'équateur solaire, parce que, selon ce que j'ai établi, le mouvement du Tourbillon entier & de toutes ses parties, tire son origine d'une même cause primitive, qui a commencé de faire tourner le Soleil sur son axe; le Soleil & son Tourbillon font ensemble une masse fluide totale, & n'ont qu'un même plan pour leur équateur, que les Planetes principales ne quitteroient jamais si leur figure étoit parfaitement sphérique, ou que leur axe de rotation fût perpendiculaire sur le plan de l'équateur solaire.

Mais il en est autrement d'un Tourbillon particulier, par exemple, de celui de la Terre; car enclavé comme il est dans le grand Tourbillon general, il n'a pas la liberté de tourner avec une égale facilité dans toutes les distances de ses couches autour de l'axe de la Planete qu'il environne, ainsi qu'il le feroit s'il étoit dehors & indépendant du grand Tourbillon; mais il n'est pas malaisé de concevoir que les couches proches de l'extrémité du Tourbillon terrestre, s'accommodent insensiblement au courant du grand Tourbillon, comme du plus fort, pendant que les couches interieures & bien proches de la surface de la Terre conservent la direction autour de son axe de rotation; c'est pourquoi les couches d'entre deux, participant de l'un & de l'autre de ces deux effets, auront chacune leur propre direction, les plus éloignées se conformant plus à la direction de l'écliptique, ou plutôt de l'équateur du

Soleil, & les moins éloignées à la direction de l'équateur de la Terre, selon la différente distance de chacune.

S. CI.

De-là nous voyons la raison pourquoi la Lune, quand même elle seroit supposée parfaitement sphérique, doit se tenir si près de l'écliptique, que son orbe n'incline sur celle-ci que de 5 degrés; au lieu que l'équateur de la Terre fait avec l'écliptique un angle de $23\frac{1}{2}$ degrés. C'est que le courant du fluide du Tourbillon de la Terre prend sans doute dans la region de la Lune une direction que la Lune elle-même est obligée de prendre sur un plan bien moins élevé sur l'écliptique que sur l'équateur de la Terre, marque certaine que la Lune elle-même est fort proche des confins du Tourbillon terrestre.

Si la region de la Lune étoit beaucoup au-dessous de celle qu'elle occupe presentement, ou que le Tourbillon de la Terre s'étendît beaucoup au de-là des termes que lui a prescrits la Nature, nous verrions peut-être que l'orbe de la Lune seroit tout-à-fait sur le plan de l'équateur terrestre, ou en déclineroit fort peu.

S. CII.

Ma conjecture se fortifie considérablement par ce qu'on a observé sur les 5 Satellites de Saturne : c'est que les orbes ou les cercles des quatre premiers se trouvent tous sur un même plan qui est aussi le plan de son anneau; cette uniformité ne laisse pas douter un moment, que ce plan ne soit aussi exactement le plan de l'équateur de Saturne. Or le 5.^{me} Satellite (qui a sa distance au centre de Saturne trois fois plus grande que celle du 4.^{me}) circule sur un orbe, dont le plan décline beaucoup de celui des 4 premiers & de l'anneau, & s'éloigne moins de l'orbite de Saturne, que ne fait le plan commun de ceux-ci, puisque selon la supputation de M. Cassini (*Voyez les Mem. de 1717. p. 153 & 155.*) l'inclinaison véritable du cercle du 5.^{me} Satellite par rapport à l'orbite de Saturne est de $13^{\circ} 8'$, & l'inclinaison véritable des cercles des 4 autres Satellites & du plan de l'anneau avec l'orbite de Saturne est de 31° conformément à ce que donne M. Huguens pour l'obliquité de l'axe de Saturne (*V. Cosm. p. 108.*) la difference est de

de $17^{\circ} 52'$, dont le cercle du 5.^{me} Satellite s'écarte moins de l'orbite, que les cercles des autres & l'anneau.

Que doit-on conclure de tout cela? finon que le Tourbillon particulier de Saturne s'étend considérablement au de-là de son 5.^{me} Satellite, mais non pas tant que la direction du fluide dans la region de ce Satellite ne commence déjà à pencher vers la direction de l'orbite même de Saturne peu différente de la direction du grand Tourbillon, l'angle de leurs plans n'étant que d'environ 6 degrés.

Si suivant la conjecture de M. Huguens (*Cosmoth. p. 99.*) il y avoit encore d'autres Satellites autour de Saturne, que le temps découvrira peut-être, sur-tout entre les deux extrêmes qui laissent entre eux un intervalle trop grand pour avoir une juste proportion avec les intervalles des autres, il n'y a pas à douter que le cercle de celui qui seroit entre le 5.^{me} & le 4.^{me}, n'eût une inclinaison avec l'orbite de Saturne moyenne entre $13^{\circ} 8'$ & 31° ; comme au contraire un Satellite plus éloigné que le cinquième ne manqueroit pas à coup sûr d'avoir son inclinaison moindre que $13^{\circ} 8'$.

§. CIII.

J'avoué cependant qu'une cause accidentelle qu'on ne prévoit pas, pourroit démentir en apparence ma conjecture touchant un fixième Satellite qui seroit entre les deux extrêmes, pouvant arriver que l'inclinaison de son cercle se trouvât hors des inclinaisons des deux cercles voisins. Nous en avons un exemple visible dans le second Satellite de Jupiter, dont le cercle décline un peu de ceux des trois autres, chacun desquels circule autour de Jupiter dans un plan commun & parallèle aux bandes de cette Planete, ce que feu M. Cassini a observé le premier (V. les Mem. depuis 1666 jusqu'à 1699. Tom. VIII.) quoique sans déterminer alors de combien l'inclinaison du second differoit de celle des trois autres Satellites.

La verité de ce Phénomene extraordinaire fut confirmée ensuite par les observations de M. Maraldi (V. Mem. de 1729. p. 399.) en vertu desquelles il donne $4^{\circ} 33'$ à l'inclinaison du cercle du second Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter, & la fait d'un degré & demi plus grande que celle des autres.

Pour rendre quelque raison plausible de la bizarrerie de ce phénomène, je remarque que Saturne & Jupiter, à cause de l'énorme grosseur de leur corps par rapport à la Terre, doivent avoir aussi leurs Tourbillons particuliers d'une étendue beaucoup plus vaste que celui de la Terre, tellement qu'à une distance assez grande depuis la surface de ces gros corps, la direction du mouvement de leurs Tourbillons ne souffre point d'alteration sensible par l'influence du Tourbillon general, mais qu'ils sont obligés de suivre la direction commune du mouvement de rotation de ces deux Planetes, comme le Tourbillon general lui-même suit la direction de la rotation du Soleil.

C'est ce qui fait, comme je l'ai déjà expliqué, que les quatre premiers Satellites de Saturne & son Anneau circulent selon le plan de son équateur, le seul cinquième s'en écartant, parce qu'il est à une distance où le Tourbillon de Saturne commence à être déréglé un peu par l'action du grand Tourbillon solaire. Le Tourbillon de Jupiter ayant sans doute la plus grande étendue entre tous les Tourbillons particuliers, il faut convenir que tous ses quatre Satellites sont compris dans un espace autour de lui, jusqu'à où l'action du Tourbillon Solaire ne sauroit pénétrer, puisque le plus éloigné des Satellites, aussi-bien que le premier & le troisième, circule exactement selon le plan prolongé de l'équateur de Jupiter. Ainsi je pense que de ce que le second Satellite décline seul de l'équateur de Jupiter, on ne peut pas donner pour cause celle qui fait décliner le cinquième Satellite de Saturne de la direction commune de ses compagnons.

S. CIV,

C'est pourquoi il faut recourir à une cause accidentelle, qui agisse en particulier sur le second Satellite de Jupiter, sans que cette cause regarde les trois autres : mais je n'en trouve point de plus simple ni de plus naturelle que celle-là même qui fait dériver les Planetes principales de la direction du grand Tourbillon, qu'elles prendroient si elles étoient parfaitement spheriques.

Il n'y a donc qu'à dire que les Satellites de ces deux grandes Planetes sont apparemment des Globes parfaits, excepté le second de Jupiter, qui peut bien être spheroïde ou moins globe que les

trois autres; raison suffisante pourquoi son cercle autour de Jupiter décline un peu de l'équateur de cet Astre, pendant que les trois autres observent exactement (à cause de leur sphericité) en circulant la situation commune avec le plan de l'équateur, sans souffrir aucune déviation sensible, qui par cela même sont vrai-semblablement des globes parfaits, à l'imitation des quatre premiers Satellites de Saturne.

Je ne décide rien sur la figure du cinquième ni sur celle de la Lune (que M. Newton dans ses Princ. Natur. Part. III. prop. 38; fondé sur l'hypothèse d'attraction prend pour un spherôide oblong, dont il veut que l'axe se dirige toujours vers la Terre) ayant déjà fait voir que l'inclinaison de leurs orbes peut avoir lieu, quand même ces deux corps seroient parfaitement spheriques, sçavoir parce qu'ils se trouvent si avant vers les extremités des Tourbillons de Saturne & de la Terre où la direction de leurs cours peut être altérée par la violence du grand Tourbillon Solaire, dont la direction est différente de la leur.

F I N.

Fautes à corriger.

Page 22. §. XXXII. lig. prem. l'impossibilité, lisés, l'impossibilité.

Page 52. lig. antepenult. composans, lisés, comparans.

Page 67. §. LXXV. lig. 16. l'a fait, lisés, la fait.

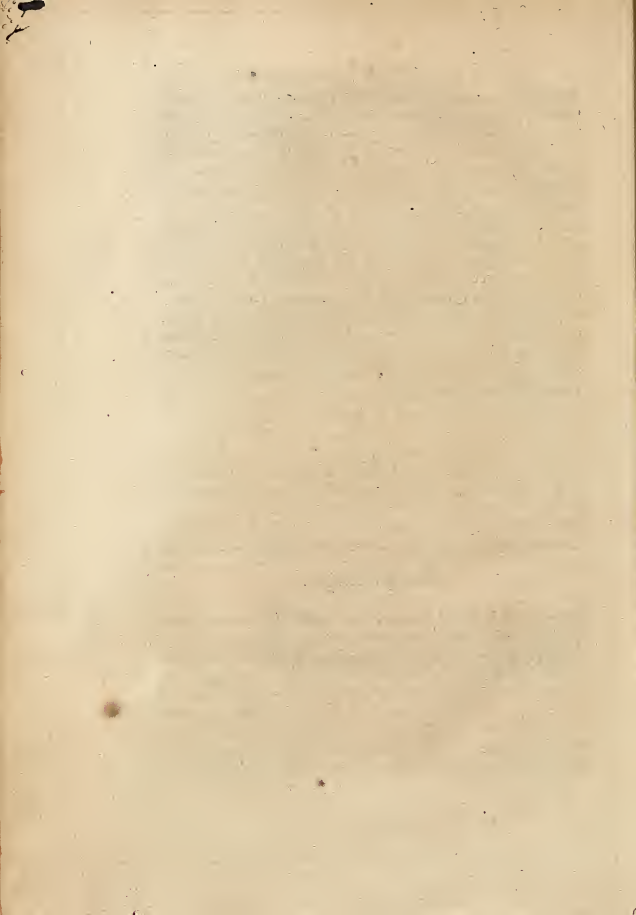


Fig. I

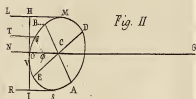


Fig. II



Fig. III

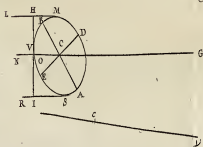


Fig. IV.

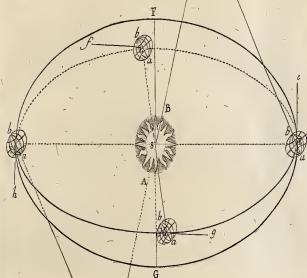
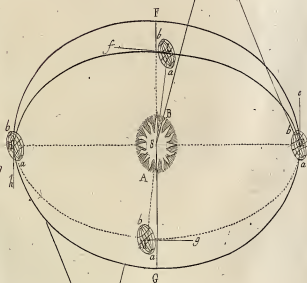
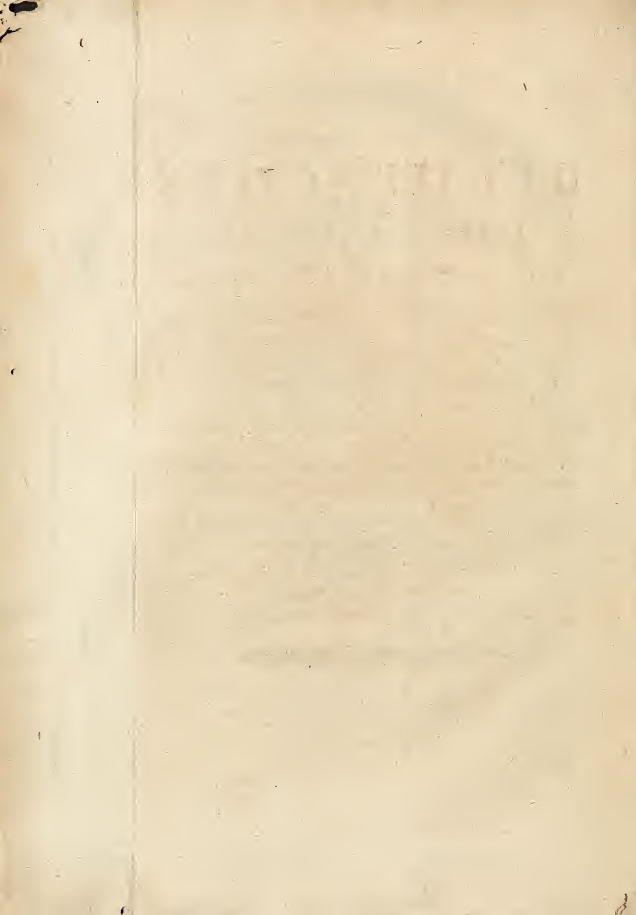


Fig. V





RECHERCHES
PHYSIQUES
ET ASTRONOMIQUES
SUR LE PROBLEME PROPOSE
POUR LA SECONDE FOIS

Par l'Academie Royale des Sciences de Paris.

*Quelle est la cause physique de l'inclinaison des Plans des Orbites
des Planetes par rapport au plan de l'Equateur de la revo-
lution du Soleil autour de son axe; Et d'où vient que les
inclinaisons de ces Orbites sont differentes entre elles.*

PIECE DE M. DANIEL BERNOULLI,
DES ACADEMIES DE PETERSBOURG, DE BOLOGNE, &c.
& Professeur d'ANATOMIE & de BOTANIQUE
en l'Université de Bâle.

Qui a partagé le Prix double de l'année 1734.

Traduite en François par son Auteur.

P R E F A C E.

J'AY fait cette traduction à la priere de quelques-uns de mes amis de Paris, à qui je dois toutes sortes de déferences & de reconnoissance. Ceux qui voudront se donner la peine de la confronter avec l'original Latin, verront que si ce n'est pas une traduction de mot à mot, au moins j'ai gardé le sens de chaque periode : mais j'ai fait quelques petites additions ou éclaircissements, dont j'ai pû me passer avant que j'aye sçû que je pourrois avoir d'autres lecteurs que M.^{rs} les Juges. Ces additions sont distinguées du corps de la piece par deux parentheses de cette forme [...] qui les renferment.

Je prie ici le lecteur, de ne point trouver mauvais le stile que j'ai affecté en parlant de mon pere : je m'en suis servi pour me cacher davantage aux Academiciens.



RECHERCHES
PHYSIQUES
ET ASTRONOMIQUES
SUR LE PROBLEME PROPOSE
POUR LA SECONDE FOIS

Par l'Academie Royale des Sciences de Paris.

*Virtutum pretium in ipsis est, & rectè facti merces
est fecisse.*

§. I. **L**E Probleme que l'illustre Academie propose, a deux parties; l'une regarde l'inclinaison, ou la non-coïncidence des Orbites celestes avec l'Equateur solaire; l'autre a pour objet la diversité de ces inclinaisons. Nous considererons l'une & l'autre en même temps, notre système ne permettant pas qu'on les sépare.

§. II. On voit par la manière même, en laquelle l'Académie a énoncé son Problème, qu'elle présuppose y avoir une liaison entre les Orbites des Planetes & l'Equateur du Soleil, qui tende à les mettre dans un plan commun, & que sans une raison particulière les Orbites planetaires seroient tout-à-fait dans le même plan avec l'Equateur solaire.

Cela m'a de même toujours paru fort vrai-semblable; car pourroit-on, pour ne point alléguer d'autres raisons, attribuer à un pur hazard le peu d'inclinaison de toutes ces Orbites au plan de l'Equateur solaire? Ou si cela pouvoit paroître encore douteux [vû le peu de précision & de certitude dans la position de l'Equateur solaire] du moins ne pourra-t-on pas disconvenir que les Orbites planetaires ne tendent vers un plan commun, puisque

fans cela il auroit été moralement impossible , que les Orbites fussent renfermées dans des limites aussi serrées qu'elles le sont. Ceci étant , il est fort probable que ce plan de commune tendance est le même que celui de l'Equateur solaire , celui-ci étant le seul dans lequel on puisse trouver quelque raison capable de produire un tel Phénomène.

Cela posé , il s'agit de trouver une raison physique , qui fasse penser & approcher les Orbites celestes vers l'Equateur du Soleil , & de déterminer pourquoi ces Orbites ne sont point tout-à-fait , ni dans le plan dudit Equateur , ni dans un plan commun.

§. III. Avant que d'entreprendre ces deux points , il ne sera pas hors de propos d'examiner plus particulièrement ce que nous avons posé en fait ; sçavoir , *que les Orbites celestes s'approchent de trop près pour ne point affecter quelque plan commun situé au milieu d'elles , & que ce n'est que par une circonstance particuliere , que les mêmes Orbites ne sont pas entièrement unies dans un même plan.* Sans cet examen , on pourroit attribuer à un hazard le Phénomène , qui fait le sujet de notre question , & regarder tout notre raisonnement comme superflu , ou peut-être même chimérique.

Voici comme je m'y prendrai : Je chercherai de toutes les Orbites planetaires , les deux qui se coupent sous le plus grand angle , après quoi je calculerai quelle probabilité il y a , que toutes les autres Orbites soient renfermées par hazard dans les limites de ces deux Orbites. On verra par-là que cette probabilité est si petite , qu'elle doit passer pour une impossibilité morale.

§. IV. Après avoir comparé chaque Orbite avec chacune , & calculé les angles , sous lesquels elles s'entrecoupent , j'ai trouvé se couper sous le plus grand angle l'Orbite de Mercure , & celle de la Terre ou l'écliptique : car leurs plans sont un angle de $6^{\circ} 54'$: pendant que l'Orbite de Saturne ne fait , avec celle de Mercure , qu'un angle de $6^{\circ} 24'$; & l'Orbite de Jupiter , encore avec celle de Mercure , un angle de $6^{\circ} 8'$. Toutes les autres Orbites , de quelque manière qu'on les combine , se coupent sous des angles beaucoup plus petits. Je parle ici des Orbites des Planetes principales.

[Il est facile de voir qu'on peut trouver lesdites intersections par la simple Trigonométrie ; car comme on connoît les noeuds des Orbites , aussi-bien que leurs inclinaisons avec l'écliptique , on aura dans

dans un triangle sphérique pour base donnée la distance des nœuds; & les deux angles autour de la base seront connus par les angles d'inclinaison des Orbites avec l'écliptique. De-là on trouvera l'angle opposé à la base qui fait l'angle d'intersection des deux Orbites : ainsi, par exemple, on trouve l'angle, sous lequel les Orbites de Saturne & de Mercure se coupoient l'an 1700, en considérant que, suivant Kepler, on avoit alors le nœud ascendant de Saturne dans le $22^{\circ} 49'$ du *Cancer*, & celui de Mercure dans le $14^{\circ} 47'$ du *Taureau* : la distance des nœuds est donc ici de $68^{\circ} 2'$, qui fait la base du triangle. Et, suivant le même Auteur, l'Orbite de Saturne coupe l'écliptique sous un angle de $2^{\circ} 32'$, & celle de Mercure sous un angle de $6^{\circ} 54'$. On a donc les angles autour de la base de $2^{\circ} 32'$, & $173^{\circ} 6'$: & cherchant de-là l'angle opposé à la base, on le trouve de $6^{\circ} 24'$; comme nous l'avons marqué. Au reste on voit bien que les nœuds étant différemment mobiles, les angles d'intersection des Orbites doivent être variables ; mais cela n'est ici d'aucune importance.]

Je m'imagine donc toute la surface sphérique ceinte d'une zone ; ou espece de Zodiaque, de la largeur de $6^{\circ} 54'$ (car telle est la plus grande inclinaison de l'Orbite de Mercure avec l'écliptique.) Cette zone contiendra à peu-près la dix-septième partie de la surface sphérique. Si l'on considère donc les Orbites planetaires comme placées par un pur hazard, il sera question de déterminer quel degré de probabilité il y a pour que toutes les Orbites tombent dans une zone donnée de position, faisant la dix-septième partie de toute la surface sphérique. Mais la position elle-même de la zone se détermine par une des Orbites, quelle qu'elle soit, puisqu'elles ne diffèrent gueres entre-elles ; ce qui fait qu'il n'y a plus que cinq Orbites qui entrent en ligne de compte : cela posé, on trouvera par les regles ordinaires, le nombre des cas, qui fassent tomber les 5 Orbites dans ladite zone, au nombre des cas contraires, comme 1 à 17^3 — 1 ; c'est-à-dire, comme 1 à 14.19856.

[Je ne donne pas à cette méthode toute la précision géométrique, ce que le Lecteur n'aura pas manqué de remarquer ; mais je m'en suis contenté, parce qu'il ne s'agit ici que d'avoir quelque idée générale de la chose. Un nombre considérablement plus grand ou plus petit, ne nous feroit pas envisager autrement le point

de la question. On voit pourtant assés que notre proportion ne peut être fort éloignée de la véritable. Mais, me demandera-t-on, quelle est donc la véritable ? Je réponds à cette demande, qu'on ne sçauroit la déterminer à cause du mouvement des nœuds qui changent à tout moment les limites des Orbites : j'ai donc simplement considéré une zone, hors de laquelle aucun point des Orbites, quoique changeantes de position, ne sorte jamais, & j'ai comparé cette zone avec la surface de la sphère, dont elle fait à peu-près la dix-septième partie, tantôt plus, tantôt moins, à cause de la variabilité des limites. Dans cette zone il n'y a aucun point, qui ne soit sujet à être touché par une des Orbites ; & hors de la même zone, il n'y a aucun point qui puisse jamais l'être ; d'où l'on voit assés le fondement de ma solution. Si tous les nœuds étoient constamment dans un même point commun, il auroit fallu avoir égard au plus grand angle d'intersection de 2 Orbites que nous avons vû être de $6^{\circ} 54'$: & comme cet angle auroit pû aller jusqu'à 90° , si le hazard l'avoit formé, il faudroit comparer ces deux angles, & dire que le premier fait environ la treizième partie du second ; d'où l'on tireroit le degré de probabilité (pour qu'aucune des Orbites ne fit avec une autre Orbite un angle plus grand que de $6^{\circ} 54'$) égal à $1 : (13^{\frac{1}{2}} - 1)$, qui donne une proportion environ quatre fois plus grande, que dans la première solution ; sçavoir, celle de 1 à 371292. Enfin, la meilleure manière de calculer le degré de probabilité, seroit de considérer le plan au milieu des Orbites (qui, selon toutes les apparences, est le plan même de l'Equateur solaire) avec lequel chaque Orbite, quoique mobile, fait sans doute un angle constant, ou presque constant. Si ce plan étoit donné de position, il faudroit calculer quelle Orbite fait le plus grand angle avec ce plan, & quelle est la grandeur de cet angle : & comme dans l'hypothèse des Orbites fortuitement placées cet angle auroit pû monter jusqu'à 90 degrés, on auroit encore eu à considérer le rapport dudit angle avec celui de 90° , & posé ce rapport être de 1 à m , le degré de probabilité cherché, seroit maintenant comme 1 à $m^6 - 1$. Je mets ici l'exposant 6 au lieu de 5, que j'ai mis dans les deux exemples précédens, parce que le terme fixe n'est pas ici une des Orbites, mais l'Equateur solaire. Cette méthode me paroîtroit la plus juste de toutes, si la détermination

de l'Equateur solaire étoit un peu plus certaine; suivant ce que M. Cassini rapporte dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris de l'année 1701, c'est l'Orbite de la Terre qui fait le plus grand angle avec l'Equateur solaire, & cet angle doit être de $7^{\circ} 30'$, cela donneroit $m = 12$, & $m^6 - 1 = 2985983$. Si donc toutes les Orbites étoient placées fortuitement par rapport à l'Equateur solaire, il y auroit à parier 2985983 contre 1, qu'elles n'en seroient pas toutes si proches. Toutes ces méthodes quoique fort différentes, ne donnent pas des nombres extrêmement inégaux. Cependant je m'attacherai au nombre donné en premier lieu, & n'ai fait cette addition que dans le dessein de faire voir au Lecteur quel fond on y peut faire.]

§. V. Quelques-uns trouveront peut-être à redire à cette méthode: je m'en étois moi-même d'abord fait une autre: cependant tout bien considéré, je lui ai préféré celle que j'ai exposée en premier lieu. Je ne m'arrêterai pourtant pas à l'affermir, pour ne me pas éloigner davantage de notre propos principal.

Cependant, pour mieux faire sentir le ridicule qu'il y auroit d'attribuer à un pur hazard la position serrée des Orbites, nous comparerons la question des six Orbites avec celle d'une simple intersection. Je dis donc que cette position des Orbites est moins probable, que ne seroit celle de deux Orbites qui doivent se couper sous un angle plus petit, que d'un quart de seconde [car puisque l'angle de 90° est à l'angle de $15''$, comme 1296000 à 1, il n'y a ici que 1295999 cas contre un, au lieu que là nous avons trouvé y en avoir 1419856 contre 1:] or si par exemple la Nature n'avoit donné à l'Ecliptique qu'un angle de $15''$ d'inclinaison par rapport à l'Equateur de la Terre, supposant que l'habileté des hommes eût pû arriver à mesurer de tels angles, quelqu'un auroit-il pu croire que cela se fût fait par pur hazard, sans qu'il y eût la moindre liaison entre l'Ecliptique & ledit Equateur? Mais si nous faisons encore attention aux Satellites de Jupiter & de Saturne, qui, de même que les Planetes principales, font leur course presque dans un plan commun (excepté le dernier Satellite de Saturne, qui par une raison particulière, que notre théorie même indiquera, n'a pas tout-à-fait cette loi) il ne pourra plus rester le moindre scrupule sur cette matière; & qui n'est pas dans ce sentiment, doit

rejeter toutes les vérités, que nous connoissons par induction. Revenons à notre sujet principal.

§. VI. Nous avons dit, qu'il y a un plan qui doit avoir quelque rapport avec les Orbites des Planetes, dans lequel ces Orbites tâchent de se réunir; que ce plan est situé au milieu des Orbites, & enfin qu'il est, selon toutes les apparences, le même que celui de l'Equateur solaire, tant parce que le plan de cet Equateur traverse effectivement le milieu des Orbites, autant qu'on en peut juger par les observations faites sur les taches du Soleil, que parce que c'est le seul plan qui puisse fournir une raison physique de ce point. Après quoi nous avons ajoûté, qu'il doit y avoir une circonstance particuliere, par rapport à laquelle les Orbites planetaires peuvent n'être pas entièrement unies dans le plan de l'Equateur solaire, ou dans un plan commun. C'est dans ces deux points que consiste principalement la question proposée. Je sens donc, que pour satisfaire à la demande de l'Académie, je dois premièrement montrer, ce qui peut avoir tiré les Orbites planetaires si près de l'Equateur solaire; & en second lieu, pourquoi ces Orbites ne sont pas entièrement unies avec le même Equateur.

§. VII. Je suis persuadé, que tous les corps célestes ont leur atmosphère, & quoique M. Huguens n'en ait point voulu accorder à la Lune par plusieurs raisons qu'il a alleguées, je crois pourtant que cette opinion est maintenant généralement bannie: car plusieurs Phénomènes en prouvent absolument la fausseté. Il est vrai que la matière, qui fait les différentes atmosphères, peut être différente; comme d'être plus dense, ou plus rare: il est pourtant à présumer que toutes les atmosphères ont des propriétés semblables. Comme je suis assuré, toutes choses bien considérées, que c'est de l'atmosphère qui environne le Soleil, qu'il faut tirer la solution de notre Problème, il ne sera pas hors de propos d'indiquer ici les propriétés principales de l'atmosphère de la Terre, pour les appliquer à celle du Soleil.

L'air, qui fait l'atmosphère de la Terre, est un fluide pesant vers le centre de la Terre, élastique, & par conséquent de différentes densités dans les endroits plus ou moins élevés.

La densité de l'air diminue si fortement, qu'il doit être d'une rareté incompréhensible dans la region de la Lune, s'il est vrai qu'il

y atteigne : car la densité est diminuée environ de la moitié à chaque lieu d'Allemagne d'élevation ; de sorte que la densité de l'air près la surface de la Terre étant exprimée par 1 , elle sera dans la region de la Lune moindre que $\frac{1}{50000}$; l'atmosphère de la Terre ne peut pourtant que s'étendre à l'infini, à moins qu'elle ne soit environnée & retenue par un autre fluide élastique ; & elle l'est, comme je présume, par l'atmosphère solaire ; les limites de l'atmosphère de la Terre seront là où ses élasticités sont égales à celle de l'atmosphère du Soleil : on peut donc douter, si l'atmosphère de la Terre va jusqu'à la region de la Lune ou non . Je suis porté à croire, qu'elle ne s'étend pas si loin, à cause de l'excessive rareté que l'air y devrait avoir, qui surpasse toute imagination : il y a deux autres circonstances qui m'en dissuadent. C'est premièrement la trop grande inclinaison de l'Orbite de la Lune avec l'Equateur de la Terre, qui sans doute seroit beaucoup moindre, si la Lune étoit environnée de l'atmosphère de la Terre, comme je tâcherai de faire voir ci-dessous ; la seconde est, que la Lune nous montre toujours la même face,

La densité de l'air est encore diminuée par le chaud, & augmentée par le froid, & enfin l'air est mêlé autour de l'axe de la Terre avec la même vitesse, ou sensiblement telle que la surface : car sans cela nous ne manquerions pas de sentir un vent continuél d'Orient en Occident, mais un vent incomparablement plus fort que dans les plus grandes tempêtes : cela est clair, puisque chaque point de l'Equateur fait dans une seconde de temps, par la révolution diurne de la Terre, un espace de plus de mille quatre cens pieds ; & que les vents les plus impetueux sont à peine cinquante pieds dans une seconde, & c'est non-seulement à la surface de la Mer, que l'air se meut ensemble avec la Terre, avec la vitesse marquée ; mais la même chose arrive encore sur les pointes des plus hautes montagnes ouvertes de tous côtés, comme sur celle du Pic dans l'Isle de Ténériffe.

Il est encore facile de démontrer, que toute l'atmosphère depuis la surface de la Terre jusques dans ses plus hauts endroits, ne manqueroit pas de faire le tour dans 24 heures de temps, si son mouvement n'étoit point empêché par le frottement de sa surface contre l'atmosphère solaire. Ce frottement & empêchement, qui se fait

vers la surface, influë jusques sur la surface de la Terre dans toute l'atmosphère, & fait que ses différentes couches font leur révolution en différens temps. C'est M. Jean Bernoulli, qui nous a montré les véritables loix de ce mouvement pour toutes les hypothèses par rapport aux variations des densités, dans sa belle Dissertation, que l'Académie a couronnée du Prix de l'an 1730; digne de cette glorieuse récompense.

[Ce que j'ai allégué ci-dessus touchant l'énorme diminution des densités de l'air, qui s'éloigne davantage de la surface de la Terre, est presque généralement reçu par les Geomètres, & ils se fondent sur ce que les densités de l'air sont toujours proportionnelles aux forces qui les compriment, d'où ils concluent que les distances depuis la surface de la terre croissant arithmétiquement les densités doivent décroître géométriquement; c'est-à-dire, que (la densité de l'air à la surface de la mer étant $= 1$ la hauteur verticale par-dessus cette surface $= x$, la densité de l'air qui répond à cette hauteur $= y$) l'équation entre les hauteurs verticales des lieux, & les densités de l'air doit être celle-ci $\log. \frac{1}{y} = \frac{x}{a}$, la valeur de a , disent-ils, se trouvant par une expérience: ainsi, par exemple, si le Barometre est supposé tomber de la $\frac{1}{336}$ partie en l'élevant depuis la surface de la Mer de 63 pieds, on obtiendra à peu près à $= 335 \times 63 = 21105$. Et si de-là on veut sçavoir quelle seroit la hauteur verticale où la densité de l'air seroit $= \frac{1}{2}$, on la trouve environ égale à 14600 pieds: au lieu de cette quantité, j'ai mis une lieuë d'Allemagne, quoique beaucoup plus grande, pour ne point paroître avoir voulu exagérer la chose. C'est-là le raisonnement le plus commun des Géomètres, que j'ai voulu suivre, parce qu'il ne s'agit pas ici de trouver des nombres exacts, & que je n'ai pas eu le temps, lorsque je composois cette Pièce, d'entrer dans des détails, étant près de mon départ de Petersbourg; je ne l'approuve pourtant pas, ni ne l'approuvois alors, sçachant bien dès-lors, qu'il ne répond pas assez bien aux expériences qu'on a faites sur cette matière, & que l'on y néglige plusieurs points très-essentiels; Sçavoir, 1^o. La diminution de la pesanteur en s'éloignant de la surface de la Terre: c'est un point que M. Newton n'a pas manqué de considérer dans le *Liv. 2. prop. 22. des princip. Math.* mais qui n'est pas de con-

séquence pour les petites hauteurs, telles que sont celles des montagnes par-dessus la surface de la Mer, de sorte que ce n'est pas à cette raison, qu'il faut attribuer le trop peu de conformité entre le calcul exposé & les expériences faites par les Physiciens. 2°. La diversité des forces centrifuges des parties de l'air contraires à leur pesanteur. Ce point est, de même que le premier, sans grande conséquence pour les hauteurs médiocres. 3°. La diversité de chaleur, tant dans les différentes parties des mêmes couches, que dans les différentes couches; car l'augmentation de chaleur dilate aussi bien l'air, que la diminution des forces qui le compriment. Je m'assure que c'est ici la seule raison qui fait différer si sensiblement les expériences d'avec l'hypothèse communément reçue. On voit par-là combien il est difficile de donner une méthode exacte pour calculer la diminution des densités de l'air: ce que je dis ci-dessous de l'atmosphère du Soleil (§. I X.) servira à éclaircir davantage cette matière, mais je la traiterai un peu plus en détail dans un Ouvrage hydrodynamique, que je compte de publier au premier jour.]

§. VIII. De ces propriétés que nous connoissons de l'atmosphère de la Terre, nous concluerons que le Soleil est de même environné d'un fluide pareil à notre air, pesant vers le centre du Soleil; doué d'une force élastique, qui sans doute se renforcera, la chaleur du Soleil étant augmentée; ce fluide aura donc aussi ses différentes densités dans ses différentes distances de la surface du Soleil, tellement que s'il y avoit par tout un même degré de chaleur, & que la pesanteur fût aussi en tous lieux la même, les densités deviendroient proportionnelles aux appliquées d'une logarithmique, les distances depuis la surface du Soleil étant exprimées par les abscisses: mais comme l'un & l'autre décroissent en s'éloignant du Soleil, les variations des densités suivront une autre loi, que nous allons examiner ci-dessous.

L'atmosphère solaire s'étendra tant que son élasticité devienne égale à celle d'une autre atmosphère, que nous ne connoissons pas, dans laquelle la solaire peut être enveloppée, comme l'atmosphère de la Terre l'est dans celle du Soleil.

Enfin, la remarque la plus essentielle pour notre dessein est; que ce fluide solaire doit nécessairement faire ses révolutions autour

de l'axe du Soleil, & même que toutes ses parties ne manqueroient pas de faire le tour ensemble avec le Soleil dans $25 \frac{1}{2}$ jours de temps, si le mouvement n'étoit pas empêché dans les limites de l'atmosphère : cet empêchement fera que les temps périodiques de la matière croîtront vers les limites. Je présume pourtant que malgré cette diminution de mouvement, les vitesses (qui sans cela suivroient la proportion des distances de l'axe du Soleil) ne laissent pas d'être plus grandes, quand les distances dudit axe sont plus grandes.

§. IX. Quant à la méthode de trouver les différentes densités de l'atmosphère dans différens lieux, je ne crois pas qu'on puisse les connoître parfaitement, les choses qui déterminent le Problème nous manquant.

Nous nous contenterons d'en avoir quelque légère idée ; en choisissant les hypothèses les plus probables. Posons que la pesanteur vers le centre du Soleil suive la raison réciproque des carrés des distances du même centre : que les densités du fluide soient par tout en raison directe des poids de l'atmosphère qu'il soutient, & en raison réciproque de sa chaleur : que la chaleur suive, de même que la pesanteur, la raison réciproque des carrés des distances du centre du Soleil, & enfin que les mesures des élasticités soient les poids qu'elles soutiennent.

Après ces hypothèses, nous nommerons le rayon du Soleil r , la distance d'un endroit donné au centre du Soleil $= x$. Nous marquerons la densité de l'air, son élasticité & sa chaleur, telles qu'elles sont à la surface du Soleil par l'unité : la densité qui convient à l'endroit proposé $= D$, & l'élasticité pour le même endroit $= E$. Nous aurons de cette manière en vertu des hypothèses, que la densité est par tout proportionnelle au poids de l'atmosphère supérieure divisé par la chaleur, ou bien à l'élasticité divisée par la chaleur, qui est $\frac{rx}{xx}$.

$$D = \frac{Erx}{rr}$$

Concevons l'atmosphère composée d'une infinité de couches autour du centre du Soleil ; il est clair que $-dE$, qui marque la diminution infiniment petite de l'élasticité qui répond à dx , ou à la différentielle de x ; il est, dis-je, clair que dE sera proportionnelle au poids de la couche correspondante, dont la hauteur est dx :

mais

mais ce poids est proportionnel au produit de la même hauteur dx , par la densité D , & par la force de la pesanteur $\frac{rr}{xx}$; donc prenant n pour un nombre constant, on aura

$$-dE = \frac{nr r D dx}{xx}$$

& mettant dans cette équation pour D , la valeur trouvée tantôt, on obtient $dE = -n E dx$, dont l'intégrale est (désignant par c le nombre qui a pour logarithme l'unité)

$$E = c^{n \times (r-x)}$$

On voit par cette équation, que les élasticités décroissent dans l'atmosphère solaire, en s'éloignant du Soleil, de la même manière qu'elles feroient, si la pesanteur & la chaleur étoient par tout les mêmes, qui sont les deux hypothèses, dont on se sert pour trouver les variations des densités de l'atmosphère de la Terre, lesquelles hypothèses pourtant ne sont gueres convenables pour cet effet, comme M. Newton l'a aussi observé. Si maintenant on substitue dans la première équation pour E la valeur trouvée, on aura cette équation finale

$$D = \frac{xx}{c^{\frac{n}{n-1} (r-x)}}$$

§. X. Il suit de cette équation, que la plus grande densité de l'atmosphère solaire, n'est pas à la surface du Soleil, mais dans quelque autre endroit, qui peut être très-éloigné du Soleil : la raison physique en est, que l'atmosphère se rarefie extrêmement par l'énorme chaleur qui regne autour du Soleil. L'endroit de la plus grande densité est éloigné du centre de la quantité $\frac{2}{n}$, & on ne sauroit déterminer la valeur de n , tant qu'on ne peut trouver par une expérience en quelque endroit la densité réelle de l'atmosphère.

§. XI. Mais posons, par exemple, que la plus grande densité de l'atmosphère solaire est près de Venus, qui est éloigné du centre du Soleil d'environ cent cinquante rayons du Soleil : on aura $\frac{2}{n} = 150$ ou bien $n = \frac{1}{75}$; donc l'équation appliquée à ce cas, est

$$D = \frac{xx}{c^{\frac{n}{n-1} (r-x)}}$$

ce qui marque les densités de l'atmosphère comme il suit :

Prix 1734.

O

Sur la surface du	Soleil	= 1
Dans la region de	Mercurc	= 2200
	Venus	= 3000
	La Terre	= 2600
	Mars	= 1300
	Jupiter	= 0,40
	Saturne	= 0,000006

§. XII. Dans cette hypothese les densités de l'atmosphère solaire deviennent assés égales dans les regions de Mercurc, de Venus, de la Terre & de Mars: mais autour de Jupiter, & sur-tout autour de Saturne, la matiere deviendroit si rare, qu'elle ne pourroit plus produire aucun effet sensible. Il y a donc lieu de croire que l'endroit de la plus grande densité est encore au-delà de la region de Venus. Si on la suppose être dans la region de Mars, alors les densités seront dans cette proportion,

Sur la surface du	Soleil	= 1
Dans la region de	Mercurc	= 4170
	Venus	= 8910
	La Terre	= 12300
	Mars	= 14400
	Jupiter	= 1310
	Saturne	= 15

§. XIII. Si la plus grande densité est supposée être autour de Jupiter, l'atmosphère solaire en devient encore beaucoup plus uniforme depuis Mercurc jusqu'à Saturne: & cette position me paroît la plus probable: car comme un grand nombre de Phénomènes, communs à toutes les Planetes, me paroissent pouvoir se déduire de l'atmosphère solaire, c'est très à propos que les densités de cette atmosphère peuvent, dans toute l'étendue des regions planetaires, n'être pas excessivement inégales, comme elles le sont dans l'atmosphère de la Terre sous de médiocres différences de hauteur. Que l'on prenne dans notre atmosphère seulement la hauteur d'un demi diametre de la Terre par-dessus la surface de la Terre que nous habitons, on verra que l'air y doit déjà être d'une rareté inconcevable.

§. XIV. Après avoir exposé ce qui regarde l'atmosphère solaire, je crois devoir dire ici, qu'il ne me paroît pas que cette at-

mosphère mûe autour de l'axe du Soleil, puisse faire toutes les fonctions que l'on attribue aux Tourbillons déferants, & que ce n'est pas elle par conséquent, qui retient les Planetes dans leurs Orbites : car dans un Tourbillon déferant, la densité de sa matiere doit être égale à la densité des corps, qui y nagent, comme M. Newton a fait voir : mais l'atmosphère solaire est, sans doute, partout incomparablement plus rare, que ne sont les corps célestes mûs autour du Soleil. Il y a une autre circonstance, qui me paroît démontrer entierement, que cette atmosphère n'a pas l'usage des Tourbillons déferants ; c'est que les vitesses de la matiere, & du corps emporté par le Tourbillon, doivent être égales. Or par la Regle de Kepler le temps périodique d'une Planete, qui seroit près la surface du Soleil, seroit le tour environ dans trois heures, pendant que la matiere de l'atmosphère, qui touche le Soleil, a besoin de 25 jours & demi pour faire sa révolution, de même que l'atmosphère de la Terre, près sa surface, fait la sienne dans 24 heures de temps. Je n'entre pas ici dans l'examen, si cet argument n'est pas contraire au systême des Tourbillons en général, que je ne veux pas réfuter.

Il y a donc une autre cause qui retient les Planetes dans leurs Orbites, & qui contrebalance leur force centrifuge : cette cause, quelle qu'elle soit, pousse les corps vers le centre du Soleil, puisque les plans des Orbites passent par ce centre : Si l'on trouve que les Tourbillons déferants puissent rendre cet office aux Planetes, & à la Terre, je ne m'opposerai point qu'on établisse de tels Tourbillons, qui traversent l'atmosphère, & cela ne sera pas contraire à ce que j'ai dit, que l'atmosphère elle-même ne peut pas faire cette fonction : j'avoue pourtant, que même après avoir lû attentivement la Dissertation de M. Jean Bernoulli, que j'ai citée ci-dessus, il me reste encore plusieurs difficultés contre le systême des Tourbillons. Mais la grande pénétration de ce célèbre Auteur, & sur-tout l'éminente autorité de l'Académie, dont il a peut-être emporté les suffrages jusques dans cette matiere, ne me permettent pas de dire mon sentiment avec confiance. Je souffrirai encore qu'on dise, que l'atmosphère mûe autour de l'axe du Soleil, est précisément le Tourbillon déferant des Planetes, s'il paroît aux autres que cela puisse être, quoiqu'à moi cela ne me paroisse pas.

Car l'hypothese dont j'ai besoin pour mon système, est une chose dont nous savons par expérience qu'elle existe, & n'est plus requise en doute; *çavoir, qu'il y a une cause, que j'appellerai pesanteur solaire, qui contrebalance la force centrifuge, & qui pousse continuellement les Planetes & la Terre vers le centre du Soleil.*

§. XV. En cas qu'on voulût déduire la *pesanteur solaire* (comme quelques-uns l'ont fait par rapport à celle qui se fait vers le centre de la Terre) de la force centrifuge d'une matiere subtile mûe très-rapidement, & cela d'autant plus que la matiere est plus subtile & plus rare; j'ai cru, aussi-bien que quelques amis, à qui j'avois marqué mon sentiment, qu'on pouvoit faire quelque changement dans les systèmes de Descartes & de Huguens. Mais je n'avois pas encore lû alors avec assés d'attention ce que quelques Sçavans ont publié pour accommoder & accorder la descente verticale des corps vers le centre de la Terre, avec l'hypothese d'un Tourbillon simple mû autour de l'axe de la Terre. Je ne laisserai pas de dire ici mon sentiment sur cette matiere. J'ai donc pensé, si l'on ne pourroit pas admettre plusieurs Tourbillons d'une matiere subtile, & même un nombre presque infini, mûs autour de differens axes, tous passans par le centre du Soleil. Car Descartes a déjà conçu dans d'autres occasions la matiere subtile se traverser librement, & cela d'un sens contraire : outre cela, j'ai considéré que tous les Physiciens sont en ces temps-ci d'accord, que toutes les Planetes ont une pesanteur mutuelle qui pousse l'une vers l'autre : quand même on ne voudroit donc accorder qu'un Tourbillon autour de chaque Planete pour produire la pesanteur, on ne pourra pourtant nier que tous ces Tourbillons ne se traversent librement; & que la même chose arriveroit, si ces corps célestes étoient mille fois plus nombreux. Mais il y a encore une autre raison, qui m'induisoit à croire, que ce mouvement composé de plusieurs Tourbillons en tout sens, n'étoit ni absurde, ni impossible; c'est que les Physiciens conviennent, que la lumiere n'est autre chose qu'un mouvement très-rapide de petites spheres extrêmement subtiles : cependant il est sûr par l'image renversée des objets qui se fait dans les chambres obscures, que tous les rayons de la lumiere, de quelque côté qu'ils viennent, quoiqu'ils se coupent en un point, ne laissent pas de se traverser librement sans se confondre;

& que chaque rayon fait le même effet , que s'il étoit seul. Tout cela me portoit à croire que l'on pouvoit, sans absurdité, supposer un grand nombre de Tourbillons d'une matiere subtile gravifique, se traversant librement & sur differens axes, qui passent tous par le centre du Soleil : & de cette maniere il n'y auroit aucune propriété connue de la pesanteur, soit de celle qui se fait vers le centre de la Terre, soit de celle que j'appelle solaire, qui ne coulat très-naturellement de cette hypothese. Mais comme cela n'appartient proprement pas à notre propos, je ne m'y arrêterai pas davantage.

§. XVI. Je viens à notre propos principal. Le mouvement de l'atmosphère solaire fait d'abord, en ne faisant point d'attention à la *pesanteur solaire*, que les corps tendent à faire leur course, ou dans l'Equateur du Soleil, ou dans un plan parallele : & si ces corps marchent obliquement, il arrivera que peu à peu ils s'accommoderont à ladite direction, mais pourtant sans la prendre jamais parfaitement, sinon après un temps infini. Les corps s'approcheront d'autant plus vite de leur direction naturelle, que la matiere qui les environne est plus dense ; que la difference des vitesses des corps & de la matiere est plus grande ; que les corps sont d'une matiere plus rare ; & enfin, d'autant que ces corps sont plus petits.

La *pesanteur solaire* contraire & égale à la force centrifuge des corps celestes, fait d'ailleurs que ces corps ne peuvent se mouvoir que dans des plans qui passent par le centre du Soleil.

Il paroît donc, en considerant l'action de l'atmosphère, & la *pesanteur solaire* ensemble, que la direction naturelle & immuable des corps qui se meuvent autour du Soleil, doit être telle, qu'elle satisfasse aux deux points que nous venons d'exposer ; ce qui ne peut se faire sans que les Orbites soient dans l'Equateur solaire. Si elles ne sont pas réellement dans cet Equateur, qui est leur situation naturelle & immuable, elles s'en approchent, & cela fort sensiblement, lorsqu'elles en sont beaucoup éloignées ; mais au contraire avec une extrême lenteur, lorsque les mêmes Orbites se confondent presque avec ledit Equateur ; aussi-bien n'y arrivent-elles tout-à-fait qu'après un temps infini. C'est-là la Nature des corps mûs dans des milieux, soit résistans, soit déferans. Ainsi,

par exemple, les corps, qui projetés dans le vuide, décrivent une parabole, font dans les milieux résistants une courbe, laquelle approche d'abord fort vite d'une ligne verticale, sans pourtant jamais l'atteindre tout-à-fait.

§. XVII. Je me persuade donc qu'aux temps fort reculés, les corps qui se meuvent autour du Soleil, ont décrit des Orbites, faisant avec l'Equateur solaire, des angles beaucoup plus grands qu'ils ne font à présent, & que ces angles ont varié beaucoup plus entre les différentes Orbites, que dans nos temps : mais que ces Orbites ont été réduites peu à peu dans les bornes étroites où elles sont à présent, & qu'après un temps infini, elles se réuniront entièrement dans un même plan, qui sera celui de l'Equateur solaire. Cela étant, nous avons satisfait en même temps aux deux points exposés §. VI, qui devoient faire le sujet de notre discours. Voici le précis de mon explication. L'action de l'atmosphère solaire, jointe à la *pesanteur solaire*, fait que les corps mûs autour du Soleil, tendent à se mouvoir dans le plan de l'Equateur solaire, & qu'ils s'en approchent de plus en plus. Ces rapprochemens étant fort sensibles, lorsque les Orbites font un grand angle avec l'Equateur solaire, & le Monde ayant été créé depuis très-long-tems, cela fait que les Orbites ne peuvent qu'être presque dans le plan dudit Equateur, & enfin la raison pour laquelle ces Orbites n'y sont pas entièrement, est que cela ne peut arriver qu'après un temps infini.

§. XVIII. On auroit tort d'objecter ici, qu'il paroît par les plus anciennes observations, que les Orbites n'ont point changé de déclinaison : car il est à présumer que la matière de l'atmosphère est si subtile, que les Orbites planétaires étant proches de l'Equateur solaire, un temps de plusieurs siècles n'y puisse produire un changement sensible. Il n'est pas sûr d'ailleurs, qu'on n'eût observé aucun changement, si l'on avoit été aussi exact du temps d'Hipparque à faire les observations Astronomiques, qu'on l'est à présent. On peut alléguer ici l'exemple de l'écliptique, dont la déclinaison a été observée il y a deux mille ans par Pythée de $23^{\circ} 49' 10''$, qui aujourd'hui n'est que de $23^{\circ} 29'$; sur quoi mérite d'être lu ce qu'il y a dans l'*Histoire de l'Académie Royale des Sciences de Paris, pour l'année 1716, pag. 48*. Je ne sçais pas assez quel fonds l'on peut faire sur les observations des anciens Astronomes : cependant

je ne crois pas qu'il y ait personne, qui soutienne encore les corps célestes n'être sujets à aucuns changements : car le monde n'est pas depuis l'éternité, ni ne durera éternellement, ni ne demeurera enfin toujours dans le même état, tant qu'il dure. On donne un mouvement aux nœuds & aux aphélie, *ce qu'aussi-bien demande cette même théorie que je viens d'exposer* : pourquoi ne voudroit-on pas accorder, que les Orbites planétaires puissent varier aussi en s'approchant insensiblement de l'Equateur solaire ? Je ne crois pourtant pas que les Orbites prennent jamais des déclinaisons contraires après être passées par le plan dudit Equateur solaire, mais qu'elles resteroient toujours dans cet Equateur, si elles y étoient une fois, & que c'est-là leur assiette naturelle & immuable : peut-être que les aphélie & les nœuds ont de même leurs limites, lesquelles s'ils avoient atteints, ils ne souffriroient plus aucun changement ; & c'est sans doute là la raison pourquoi ils se meuvent si lentement : car tout ce qui est près de son état, asymptote & invariable, ne peut plus souffrir de changements fort sensibles ; & ce qui tend depuis si long-temps vers son point d'invariabilité, ne peut qu'en être fort près. Les variations des Orbites que la Lune décrit, sont d'une autre nature, & doivent se déduire d'une autre origine : car ces Orbites lunaires ont leurs limites de part & d'autre, qu'elles reprennent toujours. Mais sans doute que les périodes de ces variations & excursions, ont aussi leurs inégalités moindres à présent qu'elles n'ont été autrefois, & qui enfin s'évanouiront entièrement, de même que les irrégularités dans les Orbites planétaires. On peut noter ici que la Lune, quand même elle est supposée immédiatement environnée de l'atmosphère solaire, n'en est pas traînée vers l'Equateur solaire : car autant qu'elle y est poussée depuis un nœud jusqu'à l'autre, autant en est-elle repoussée dans son retour au premier nœud : mais je ne doute pas, que les Orbites lunaires ne s'approchent plutôt de l'Equateur de la Terre, s'il est vrai que l'atmosphère de celle-ci aille jusqu'à la Lune, ou si elle y a encore une densité sensible, ce que j'ai pourtant de la peine à croire, présumant que l'atmosphère de la Terre finit avant que d'atteindre à la Lune, vû l'extrême rareté qu'elle doit déjà avoir dans les hauteurs médiocres, comme j'ai dit §. VII. De-là on peut tirer la raison pourquoi les Orbites lunaires ne sont fort proches ni de l'Equateur solaire, ni de celui de la Terre.

[Ce que j'ai allégué dans le présent article sur les variations des nœuds & des aphélies, comme conformes à notre théorie, mérite bien quelque éclaircissement : le présent système en sera rendu plus universel & plus plausible. Disons d'abord un mot sur les *nœuds solaires* ; j'appellerai tels dans la suite les intersections de l'Équateur solaire avec les Orbites planétaires. On voit assés, sans autre explication, que l'atmosphère solaire doit nécessairement faire avancer ces *nœuds solaires* : elle fera avancer de même les aphélies, ce qu'on voit plus distinctement en s'imaginant les Orbites être extrêmement-excentriques. Les nœuds & les aphélies étant donc mobiles par rapport à l'équateur solaire, ils le seront aussi par rapport à l'écliptique, auquel nous les rapportons. Ainsi toutes les Orbites planétaires doivent être regardées comme mûes en avant dans l'ordre des signes célestes, & tant les nœuds que les aphélies, nous paroîtroient se mouvoir en cet ordre, si l'écliptique, ou l'orbite de la Terre ne varioit pas elle-même : mais les variations que l'orbite de la Terre subit pareillement, peuvent faire paroître les mouvements des autres Orbites, tout autres qu'ils ne sont, & même quelquefois contraires, selon les circonstances, ce qu'il ne sera pas difficile de comprendre pour ceux qui veulent se donner la peine de considérer cette affaire avec attention. C'est aussi sans doute le mouvement de l'Orbite de la Terre, qui fait que l'équateur coupe continuellement en d'autres points l'écliptique ; d'où il faut tirer le mouvement des points équinoctiaux, qu'on croit faire le tour dans 25 000 ans, ou environ.]

§. XIX. Il n'en est pas de même des atmosphères de Jupiter & de Saturne, dans lesquelles je ne doute pas que les densités décroissent moins vite, que dans celle de la Terre : car quoique l'on pose dans les atmosphères de Saturne & de Jupiter, que les densités décroissent géométriquement pendant que les distances vont en progression arithmétique, comme cela est supposé ordinairement dans l'atmosphère de la Terre, il se peut pourtant que pendant qu'il faut une élévation d'une lieue pour faire diminuer de la moitié la densité de l'air, il faille une élévation incomparablement plus grande pour obtenir un effet semblable dans les atmosphères de Saturne & de Jupiter, & que de cette manière les Satellites de l'une & l'autre Planete soient encore environnées d'une

d'une matiere assés dense, & cela d'autant plus facilement, que les Satellites ne sont pas extrêmement éloignés de leurs Planetes par rapport aux diametres de celles-ci. On voit par-là, pourquoi tant les Satellites de Jupiter, que ceux de Saturne (en exceptant seulement de ceux-ci, le dernier, ou le plus haut) sont presque dans des mêmes plans de part & d'autre, quoique les deux plans soient fort différens entre eux, puisqu'ils font un angle d'environ 31. degrés : & pourquoi les plans, que les Satellites affectent, sont précisément ceux des équateurs de leurs Planetes principales.

Quant au cinquième Satellite de Saturne, il est très-remarquable, qu'il s'écarte seul de la regle générale : car pendant que les quatre autres Satellites, de même que l'anneau, font tous leurs révolutions dans le plan de l'équateur de Saturne, ou peu s'en faut, l'Orbite du dernier Satellite fait, avec cet équateur, un angle d'environ 15 ou 16 degrés, comme le célèbre M. Cassini l'a démontré dans les *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris de l'année 1714. p. 375.* Cette exception paroitra peut-être au premier abord contraire à notre théorie : mais après avoir tout bien considéré, j'en ai été confirmé dans mon opinion. Car j'avois déjà commencé à croire, que l'atmosphère de Saturne ne s'étend pas jusqu'à la region du cinquième Satellite, ou qu'elle n'y est plus d'aucun poids, à cause de sa trop grande subtilité. Ce qui m'avoit déjà induit auparavant à ce sentiment est, que le mouvement journalier des corps celestes, me paroissoit dépendre de l'atmosphère dans laquelle les corps nagent ; me persuadant que la Lune ne montre toujours une même face à la Terre, que parce que l'atmosphère de la Terre ne va pas jusqu'à la Lune : & réfléchissant ensuite sur ce que le cinquième Satellite de Saturne montre pareillement à sa Planete principale la même face ; je ne pouvois plus douter que ce Satellite ne soit placé hors de l'atmosphère de Saturne, & que par conséquent il ne scauroit avoir aucune tendance vers l'équateur de Saturne. Voilà sans doute la vraie raison de sa trop grande déclinaison avec ledit équateur ; cela étant, la conjecture de M.^{rs} Huguens & Newton, qui croyoient que tous les Satellites tournoient toujours le même côté à la Planete principale, est mal fondée, étant persuadé que tous les autres Satellites ont un mouvement journalier, puisque leur coin-

cidence, ou presque-coïncidence avec l'équateur de leur Planete, montre qu'ils nagent dans l'atmosphère.

§. XX. Je n'ai pas voulu omettre ces remarques sur les Satellites, parce qu'elles confirment notre système général. Je reviens aux atmosphères, & comme c'est d'elles que j'ai tiré la solution de notre Probleme, il ne sera pas hors de propos d'expliquer mécaniquement leur action. Ce que je dirai de l'atmosphère du Soleil, pourra de même être appliqué aux autres atmosphères.

Les Orbites des Planetes coupent l'équateur du Soleil en deux points, ou *nœuds solaires* : considérons une Planete se trouvant dans un de ces nœuds ; en partant de-là elle se meut sous une direction oblique à l'équateur du Soleil, mais en même temps elle acquiert par l'action de l'atmosphère solaire, qui se meut plus vite que ne fait la Planete, un fort petit mouvement parallele à l'équateur : & comme les deux mouvements se font du même côté dans quelque endroit que la Planete se trouve, il est clair qu'il en résulte un mouvement composé, qui devient continuellement plus parallele à l'équateur. (On remarquera ici que le mouvement de l'atmosphère solaire est tantôt commun avec le cours des Satellites, & tantôt contraire, ce qui est la raison pour laquelle les Satellites ne s'approchent point de l'équateur solaire, mais de celui de leur Planete.) L'approchement des Planetes vers l'équateur solaire, est le plus sensible dans les nœuds solaires, & dans les points de la plus grande déclinaison il est nul, parce que la tangente de l'Orbite y devient parallele avec l'équateur. Les positions de diverses Planetes étant posées semblables, elles s'approcheront d'autant plus vite de l'équateur solaire, qu'elles en sont plus éloignées ; qu'elles ont un plus petit diametre, & une moindre densité ; que la matiere de l'atmosphère qui environne les Planetes, est plus dense ; & enfin d'autant plus vite que l'excès de la vitesse de la matiere, par-dessus celle des Planetes, est plus grande. Comme on ne sçauroit définir toutes ces circonstances dans différentes Planetes, il est impossible de marquer quelles Planetes s'approchent plus vite de l'équateur solaire.

§. XXI. Après avoir allégué plusieurs raisons pour prouver que les Planetes tendent vers l'équateur du Soleil, & qu'elles s'en approchent de plus en plus ; il sera bon d'examiner ici, par les

observations Astronomiques, quelle est l'inclinaison des Orbites par rapport audit équateur : pour la connoître, il faut sçavoir l'endroit des nœuds, ou interseptions des orbites planetaires avec l'écliptique, & enfin la situation de l'équateur solaire par rapport à l'écliptique. Selon Kepler, le nœud ascendant de Saturne est maintenant au $22^{\circ} 49'$ du *Cancer*, & l'inclinaison de son orbite avec l'écliptique de $2^{\circ} 32'$: le Ω de *Jupiter* au $5^{\circ} 31'$ du *Cancer*, & l'inclinaison de $1^{\circ} 20'$: le Ω de Mars au $17^{\circ} 50'$ du Taureau, & l'inclinaison de $1^{\circ} 50'$: le Ω de Venus au $14^{\circ} 47'$ des Gemeaux, & l'inclinaison de $3^{\circ} 22'$: le Ω de Mercure au 14° du Taureau, & l'inclinaison de $6^{\circ} 54'$. Dans toutes ces déterminations, les Astronomes de notre temps s'accordent à fort peu près : mais ils sont fort differents sur la position de l'équateur solaire : aussi-bien les observations dont on se sert pour cet effet, ne sont pas d'une nature à pouvoir la déterminer au juste. Dans l'*Histoire de l'Academie Royale des Sciences de Paris pour l'année 1701*, l'équateur solaire est déduit faire un angle avec l'écliptique de $7^{\circ} 30'$, & dans les Memoires de la même année, il est dit, que le Pole qui regarde le Septentrion répond au huitième degré des Poissons. En suivant ces hypotheses, l'équateur solaire est coupé par l'orbite

de Saturne, sous un angle de	$5^{\circ} 58'$
Jupiter	6 21
La Terre	7 30
Mars	5 49
Venus	4 10
Mercure	2 56

C'est ici l'orbite de la Terre, qui fait le plus grand angle avec l'équateur solaire; sçavoir de $7^{\circ} 30'$.

[Il est facile de voir quelle est la méthode de trouver les inclinaisons des orbites avec l'équateur solaire; elle ne differe pas de celle de trouver les inclinaisons que les Orbites ont entr'elles, exposée ci-dessus à la remarque du §. IV. Car connoissant le nœud solaire de l'écliptique, & les nœuds des orbites planetaires avec l'écliptique; la distance du nœud solaire aux autres nœuds, donne un côté dans le triangle sphérique à refoudre : les angles que l'équateur solaire, & les orbites planetaires font avec l'écliptique, sont les

116. RECHERCHES PHYSIQUES

deux angles connus dans le même triangle; d'où l'on trouve le troisième angle, qui est l'angle de l'inclinaison des orbites avec l'équateur solaire.]

§. XXII. Mais comme la position de l'équateur solaire est fort incertaine; de telle manière que, selon quelques-uns, son inclinaison avec l'écliptique ne surpasse pas deux degrés, on pourroit peut-être sans absurdité, seindre une telle position, que son inclinaison moyenne avec toutes les orbites planétaires, fût la moindre, à laquelle condition l'on peut satisfaire en essayant un grand nombre de positions: ainsi, par exemple, dans la précédente hypothèse l'inclinaison moyenne des orbites avec l'équateur solaire, est de $5^{\circ} 11'$: mais si l'on supposoit que cet équateur fût avec l'écliptique un angle de $3^{\circ} 22'$, & que son Pole Boreal répondît au 20° des Poissons, alors l'équateur solaire seroit coupé par l'orbite

de Saturne, sous un angle de	1°	$51'$
Jupiter	2	7
Mars	2	4
La Terre	3	22
Venus	0	20
Mercure	4	34

& l'inclinaison moyenne des orbites (qui a été tantôt de $5^{\circ} 11'$) ne seroit plus que de $2^{\circ} 23'$. Je ne sçais si on ne pourroit pas préférer cette position de l'équateur solaire, quoiqu'appuyée sur une pure conjecture, & trouvée à *posteriori*, aux autres positions, fondées sur les taches du Soleil, en attendant que les Astronomes nous donnent une méthode Astronomique plus exacte.

§. XXIII. En expliquant ci-dessus mécaniquement l'action de l'atmosphère solaire sur la Terre, & sur les Planètes, j'ai considéré la matière de l'atmosphère comme muë avec plus de vitesse que les corps qu'elle environne: ce n'est pas que notre système le demande ainsi, mais parce que cela me paroît d'ailleurs probable.

Or soit, si on le veut, que la matière ne se meuve pas plus vite, & même qu'elle se meuve plus lentement, elle ne laissera pas de faire le même effet sur les orbites, en les approchant de l'équateur solaire. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à resoudre le mouvement de la matière en deux; l'un parallèle, & l'autre

perpendiculaire à la direction de la Planete; & on voit assés que ce dernier agissant toujours vers l'E'quateur, ne sçauroit manquer de pousser la Planete vers ce côté.

§. XXIV. Des Planetes venons aux Cometes : je dis que les plans des Orbites de celles-ci ne changeront jamais sensiblement leur inclinaison avec l'E'quateur solaire, quelque grande qu'elle soit, ou parce qu'elles sont presque toujours posées entièrement hors de l'atmosphère solaire (comme vraisemblablement la Lune l'est hors de celle de la Terre, & le cinquième Satellite de Saturne hors de celle de Saturne) ou parce qu'elles ne se laissent point détourner de leur route à cause de la trop grande subtilité de la matiere de l'atmosphère, qui les environne pendant leur revolution presque toute entière. Il est vrai, que les Cometes étant près de leur perihelie, elles doivent s'approcher un peu de l'E'quateur solaire : mais ce temps est à peine comparable avec le reste du temps de la revolution, & il paroît par les exemples allegués ci-dessus §. §. XI. & XII. sur les densités de l'atmosphère solaire que la densité commençant une fois à décroître, elle décroît si vite qu'elle se perd d'abord presque toute entière; tout cela montre pourquoi les Cometes, dont la distance au Soleil est pendant presque tout le temps de la revolution comme infinie, ne tendent pas sensiblement vers l'E'quateur du Soleil. Je croirois pourtant facilement, que les Orbites des Cometes depuis tout le temps de leur existence se sont approchées un peu dudit E'quateur : ce qui me fait pancher davantage à cette opinion, est que dans le grand nombre des Cometes marquées dans les Ephemerides, il m'a paru que l'inclinaison moyenne de leurs Orbites par rapport à l'E'quateur solaire, ne manqueroit pas d'être à fort peu près de 45° ; si elles ne s'en étoient actuellement un peu approchées : j'ai donc ramassé les observations de plusieurs Cometes qui ont paru depuis quelques siècles; & pour m'épargner la peine du calcul, j'ai supposé que ladite inclinaison moyenne par rapport à l'E'quateur solaire est la même que par rapport à l'écliptique, leurs plans ne différant guères, & les differences de ces deux especes d'inclinaison ne pouvant manquer de se détruire à peu près de part & d'autre : ce qui fait aussi qu'on n'a pas besoin d'être fort scrupuleux sur la justesse des observations, puisque leurs erreurs se détruiront de

118 RECHERCHES PHYSIQUES

même fort probablement. Voici donc le catalogue des Cometes.

De la Comete de l'an 1337, l'inclin. à l'éclipt. $32^{\circ} 11' 0''$.

1472	5	20	0
1531	17	56	0
1532	32	36	0
1556	32	6	30
1577	74	32	45
1580	64	40	0
1585	6	4	0
1590	29	40	40
1596	55	12	0
1607	17	2	0
1618	37	34	0
1652	79	28	0
1661	32	35	50
1664	21	18	30
1665	76	5	0
1672	83	22	10
1677	79	3	15
1680	60	56	0
1682	17	56	0
1683	83	11	0
1684	65	43	40
1686	31	21	40
1694	11	46	0

L'inclinaison moyenne est de $43^{\circ} 39'$. Il est donc clair que les Cometes n'ont presque point de liaison du tout avec l'Equateur solaire, &c. qu'elles ne s'en approchent qu'insensiblement, & avec une extrême lenteur.

§. XXV. Cette difference entre les Cometes & les Planetes, connue par les observations, & si conforme à notre theorie, m'engage à en expliquer une autre qui semble confirmer entièrement notre hypothese. Elle consiste dans les excentricités des Cometes & des Planetes. C'est assurément une chose merveilleuse, que les Cometes aient toutes une excentricité presque infinie, & les Planetes presque nulle; & je ne vois pas qu'on puisse donner

une raison suffisante & mécanique de ce fait, en n'employant que la simple hypothèse des gravitations ou attractions mutuelles : mais en joignant à cette hypothèse celle de l'action de l'atmosphère solaire, on peut expliquer si clairement ce point, qu'il paroît que la chose n'auroit pas pû être autrement.

Faisons abstraction pour un moment de l'atmosphère solaire ; & posons la pesanteur solaire par-tout reciproquement proportionnelle aux quarrés des distances. Qu'on conçoive un corps devoir être projeté dans une direction perpendiculaire au rayon tiré du Soleil au corps : si la projection se fait avec la vitesse que le corps pourroit acquérir en tombant vers le Soleil d'une seconde hauteur égale à la première, le corps décrira un cercle ; si la vitesse initiale est moindre, il décrira une ellipse, dont l'aphelie est à l'endroit de la projection ; & si elle est plus grande, le corps décrira encore une ellipse, mais dont le perihelie est à l'endroit de la projection : tout cela se démontre dans la mécanique. Si la projection est tout-à-fait casuelle, comme elle l'est à notre égard, & qu'on suppose que tous les degrés de vitesse jusqu'à l'infiniment grande, arrivent avec une facilité égale, il est probable, & même certain, que l'excentricité de l'ellipse que le corps projeté décrira autour du Soleil, doit être infinie. Mais comme il n'y a pas dans la nature des degrés actuellement infiniment grands, la proposition doit être changée, de manière qu'on dise que l'excentricité doit être fort probablement très-grande, & presque infinie. Et quand le mouvement se fait dans un vuide ou presque vuide, les ellipses décrites une fois continueront toujours ou fort long-temps. Ceci montre, à mon avis, fort exactement pourquoi les Comètes décrivent des ellipses presque paraboliques, puisqu'elles ont dû vraisemblablement en décrire dans le temps de leur origine, & qu'elles ne changent pas sensiblement comme étant presque entièrement hors de l'atmosphère solaire. Mais si nous nous servons du même raisonnement pour les Planètes qui nagent dans l'atmosphère du Soleil, nous voyons bien qu'à la vérité elles ont pû d'abord faire des ellipses fort excentriques, mais qu'elles ont dû nécessairement s'approcher peu à peu des Orbites circulaires, & qu'elles en décriront un jour de plus exactes, ce que je démontre ainsi. Quoique les temps periodiques de la matière, qui compose l'atmosphère

solaire, croissent à mesure qu'elle s'éloigne de l'axe du Soleil, il est pourtant à présumer que les vîteses ne diminuent point, mais qu'elles croissent aussi, comme j'ai marqué §. VIII. car si le mouvement de chaque couche se faisoit librement, les vîteses croîtroient exactement en raison des distances de l'axe du Soleil : au contraire la vîtesse de la Planete est d'autant plus grande, qu'elle est plus proche du Soleil : (je ferai ici abstraction du changement de la vîtesse moyenne de la Planete, d'autant plus que la Planete tend de plus en plus à prendre une vîtesse immuable.) Donc la Planete doit nécessairement être retardée par l'atmosphère, lorsqu'elle est près de son perihelie; & au contraire avancer, lorsqu'elle est près de son aphelie. Chacun de ces deux points fait, comme on le démontre dans la mécanique, que la Planete décrit une orbite continuellement plus circulaire, & moins excentrique; de maniere qu'il n'est plus surprenant que les Orbites planetaires soient à present presque circulaires; il est à croire qu'avec le temps elles deviendront encore plus circulaires, sans pourtant qu'elles le soient jamais parfaitement, sinon après un temps infini. Comme il y a au reste plusieurs circonstances qu'on ne sçauroit définir dans les Planetes, & qui concourent à rendre les diminutions des excentricités plus sensibles, on ne sçauroit marquer quelle Orbite planetaire devrait être en vertu de cette théorie, plus ou moins excentrique : ces diminutions dépendent à peu près des mêmes points qui font diminuer les inclinaisons des Orbites par rapport à l'Equateur solaire, & que j'ai exposés §. XX. cela me confirme dans ma conjecture que j'ai alléguée §. XXII. sur la position de l'Equateur solaire : car suivant cette position, l'inclinaison de l'Orbite de Venus avec l'Equateur solaire est presque nulle, de même que son excentricité est presque nulle, & l'inclinaison de l'Orbite de Mercure avec le même Equateur est la plus grande de toutes, comme aussi son excentricité est la plus grande.

§. XXVI. Ne vaut-il pas mieux employer ces principes, que de recourir à une volonté immédiate du Créateur, comme le font par rapport à plusieurs phénomènes ceux qui veulent tout déduire de la simple gravitation mutuelle des corps nûs dans un vuide? & peut-il se faire que la volonté de Dieu n'ait pas tout son effet? qu'il ait voulu que les Orbites planetaires fussent dans

un même plan, sans qu'elles le soient parfaitement; qu'elles fussent circulaires sans qu'elles soient tout-à-fait telles; & ainsi de plusieurs autres points, auxquels il faut rapporter que la Terre & toutes les Planetes se meuvent d'un même sens, & nommement de celui duquel le Soleil se tourne autour de son axe: qu'il en est de même dans les Mondes de Saturne & de Jupiter, lesquelles choses sont telles, que si elles étoient encore cachées, notre théorie nous les dicteroit, pendant que M. Newton même, le plus grand Philosophe de notre siècle, déclare dans son *Optique*, qu'on n'en sauroit donner aucune raison mechanique.

§. XXVII. Disons encore deux mots sur le mouvement diurne des Planetes: je suis porté à croire que c'est aussi l'atmosphère qui le produit: ce qui m'y engage, est que la Lune & le cinquième Satellite de Saturne, (dont les plus grandes inclinaisons avec les Équateurs de la Terre & de Saturne me font croire que les atmosphères de ces deux corps n'agissent pas sur la Lune & ledit Satellite) n'ont point de mouvement diurne pareil à celui des Planetes, marque que le mouvement diurne, & la presque coincidence des Orbites avec leur Équateur correspondant ont une même cause. Mais je ne vois point d'autre manière d'expliquer le mouvement des Planetes autour de leur axe par l'action de l'atmosphère solaire, qu'en disant que la matière de l'atmosphère (dont les vitesses augmentent en s'éloignant de l'axe du Soleil, comme j'ai dit §. VIII.) fait un plus grand effort sur l'hémisphère de la Planete opposée au Soleil, que sur celui qui regarde le Soleil, ce qui peut faire que les Planetes roulent dans le même sens de leur mouvement progressif. La raison d'ailleurs, qui fait que les axes des Planetes ne sont pas tout-à-fait paralleles à l'axe de l'atmosphère solaire, consiste peut-être dans l'hétérogénéité de la matière qui compose les Planetes; car le centre de gravité de chaque Planete tâche de s'éloigner du Soleil le plus qu'il peut, & cet effort joint au premier pourroit produire l'obliquité des axes, & faire, s'il agit seul, que les corps montrent toujours la même face au centre de la revolution, comme font la Lune & le cinquième Satellite de Saturne.

§. XXVIII. Voilà ce que j'avois à dire sur le Probleme proposé par l'Academie. Il y a long-temps que j'ai fait ces

meditations, mais j'ai été obligé de les mettre par écrit fort à la hâte. J'espère donc, s'il y avoit quelques erreurs de calcul ou de position dans les nombres, sur lesquels les Astronomes conviennent, ou qui s'en déduisent facilement, qu'on me les pardonnera; la hâte m'a obligé à la brieveté, sans cela j'aurois pû alleguer plusieurs autres remarques, & étendre davantage celles que j'ai alleguées, & donner de cette maniere un plus grand volume à la presente Dissertation. Je me flatte pourtant que ce que j'ai dit suffira pour l'intention que l'Academie a eüe dans son Probleme.



DISQUISITIONES PHYSICO-ASTRONOMICÆ PROBLEMATIS

A B

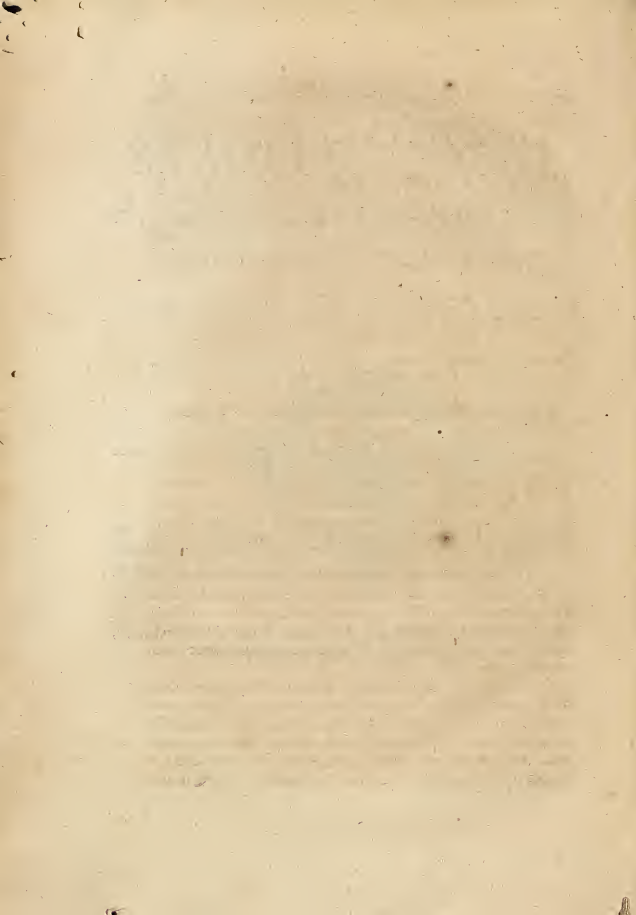
INCLYTA SCIENTIARUM ACADEMIA REGIA,
QUÆ PARISIIS FLORET,
ITERUM PROPOSITI.

Quelle est la cause physique de l'inclinaison des plans des Orbites des Planetes par rapport au plan de l'E'quateur de la revolution du Soleil autour de son axe; Et d'où vient que les inclinaisons de ces Orbites sont differentes entre elles.

S I V E

Quænam est causa physica inclinationis planorum, in quibus Planetæ Orbitas suas perficiunt ad planum Æquatoris, vertigini Solis circa axem suum respondentis; Et quæ fit ut inclinationes istarum Orbitalium sint inter se diversæ.

*Authore DAN. BERNOULLI, Acad. Petrop. & Bonon. Socio,
in Acad. Basiliensi Anat. & Bot. Professore.*



DISQUISITIONES PHYSICO-ASTRONOMICÆ PROBLEMATIS

A B

INCLYTA SCIENTIARUM ACADEMIA REGIA,
QUÆ PARISIIS FLORET,
ITERUM PROPOSITI.

SYMBOLUM.

*Virtutum pretium in ipsis est, & rectè facti merces
est fecisse.*

§. I. **D**UABUS constat partibus Problema ab illustri Academia propositum; altera Orbitalium cœlestium ad Æquatorem Solis inclinationem respicit; altera inclinationis in singulis Planetis diversitatem. Utraque nobis simul erit pertractanda, neque enim commodè ab invicem separantur.

§. II. Patet autem ex ipsis, quæ Problema definiunt verbis; id ab Academia in antecessum poni, esse aliquid, quod Orbitas Planetarum ad Æquatoris solaris planum trahat, & in hoc quicquid sit, latere rursus rationem, ob quam istæ Orbitæ non perfectè cum eodem plano coincident. Id mihi quoque fuit semper visum admodum probabile.

Nimis enim, ut alias non dicam rationes, Planetarum Orbitæ ad Æquatoris solaris planum accedunt, quam ut id fortuito concursui tribui possit videatur; aut si hoc alicui dubium videri possit, id saltem omni exceptione majus erit, Orbitas Planetarum commune aliquod affectare planum, cum alias fieri vix potuisset, ut omnes intra tam angustos continerentur limites: verisimile autem

est, istud ipsum, quod Planetis omnibus fere est commune, planum, quodque procul dubio continue appetunt, esse planum *Æquatoris solaris*, cum in hoc solo ratio istius rei aliqua sufficiens esse possit. Hoc igitur posito, indicandum erit, quare *Orbitæ Planetarum* ad *Æquatoris solaris* planum acclinent, & quid porro causæ in hac re latere possit, quod *Orbitæ* eadem nec inter se, nec cum *Æquatoris* plano conveniunt perfecte.

§. III. Prius vero quam huic operam demus quæstioni solvendæ, è re nostra erit, ne in vacuum disseruisse videamur, ut id ipsum, quod modo assumpsimus de communi *Orbitarum planetarum* plano, à quo non sine speciali causa aliquantulum recedant, nunc disertius ostendamus. Rem ita instituam, ut inquiram in duas *Orbitas coelestes*, maxime ad se inclinatas, seu maximo se decussantes angulo (per inclinationem enim hîc intelligo angulum inclinationis) posteaque calculo subducam, quanta sit probabilitas, ut reliquæ *Orbitæ* omnes intra terminos duarum dictarum *Orbitarum* cadant. Ita elucescet, tantillam esse hanc probabilitatem, ut *moraliter impossibile* dicendum sit, id sine efficiente ratione fortuito ita contigisse.

§. IV. Postquam singulas *Orbitas* cum singulis comparavi, deprehendi maximam inclinationem habere *Orbitam Mercurii* ad *Orbitam Terræ* seu ad *eclipticam*; angulum enim inclinationis inter se formant $6^{\circ} 54'$; *Orbita* autem *Saturni* ad *Orbitam Mercurii* inclinatur $6^{\circ} 24'$, & *Orbita Jovis* ad *Orbitam Mercurii* $6^{\circ} 8'$; reliquæ omnes multo minus ad se invicem inclinant. Loquor hîc de *Orbitis Planetarum primariorum*. Fingo jam superficiem sphaericam zona quadam seu *zodiaco* latitudinis $6^{\circ} 24'$ (quanta nempe est inclinatio *Orbitæ Mercurii* ad *eclipticam*) cinctam, quæ partem totius superficiæ sphaericæ continebit, præter propter *decimam-septimam*. Superest igitur, si *Orbitas Planetarum* casu in coelo locatas putemus, ut definiamus quanta sit probabilitas, qua omnes intra zonam datam *decimam-septimam* superficiæ sphaericæ partem exæquantem, contineantur. Zona ipsa autem positione data non est, nisi unam *Orbitam* jam locatam censeamus, adeo ut quinque tantum planetarum *Orbitarum* positiones casuales censendæ forent, si casu res contigisset. Ita autem secundum regulas cognitæ invenitur numerus casuum locationis intra definitos terminos obtinendæ, ad numerum casuum contrariorum, ut 1 ad 17⁵ — 1, seu ut 1 ad 1419856.

§. V. Videbitur fortasse aliquibus calculus aliter instituendus. Mihi quoque cum hac de re primum cogitarem, alia succurrit methodus; illam tamen quam modo exposui, maxime puto plausibilem. Nolo autem in illa suffulcienda esse prolixior, ne nimis ab instituto nostro præcipuo divertam. Ut vero nunc plane appareat, quam ridiculum foret, propinquas positiones Orbitalium planetarum casui tribuere, mutabimus questionem positionum multiplicium in aliam, positione unica circumscriptam. Dico igitur, facilius casu contingere, ut duæ Orbites angulo se intersectent intra quartam minuti secundi partem: Quis vero, si v. g. factum à natura fuisset, ut ecliptica ad Æquatorem Terræ quarta tantum parte unius minuti secundi inclinaret: quem angulum, ponam, arte humana accurate potuisse observari: quis, inquam, hanc positionem puro casui fuisset tributurus? Si vero præterea animum attendamus ad Satellites tam Jovis quam Saturni, quorum pariter Orbites (excepto extremo Saturni Satellite, qui ab regula generali ob specialem, quam ipsa theoria nostra indicabit, rationem, recedit) in eodem fere plano utrobique conveniunt, nihil amplius ea de re nos dubitare finet. Qui secus sentit, is omne ratiocinium, quod dicitur *ab inductione* rejiciat. Nunc eò, unde discessimus, revertimur.

§. VI. Diximus planum esse, quod Orbites Planetarum appetant, inter ipsas Orbitas medium; & verosimillimum esse, planum istud coincidere cum Æquatore Solis, cum, quia, quantum ex observationibus à maculis solaribus desumptis judicare licet, parum differt planum Æquatoris Solis ab Orbitis Planetarum, tum quod in Æquatore Solis facillime ratio istius rei sufficiens excogitari possit, & denique esse rationem particularem, quominus Orbites Planetarum nec inter se nec cum Æquatore Solis perfecte conveniant. In his consistit ambobus articulis desiderata problematis solutio. Igitur ut votis Academiæ satisfiat, id mihi incumbere sentio, ut prius ostendam, qua ratione Orbites Planetarum ad Solis Æquatorem tendere possint, & quæ fieri possit, quominus in eo sint omnes perfecte positi.

§. VII. Nullum esse corpus cœleste, quod non suam habeat atmosphæram circumfusam, mihi persuadeo. Et quamvis Hugenius expresse negaverit, Lunam atmosphæra cingi, suamque sententiam

multis rationibus firmare allaboraverit, neminem tamen nunc amplius in ea stare sententia puto: plurima enim phaenomena contrarium probant. Materia quidem harum atmosphaerarum in diversis corporibus diversa esse potest, in aliis nempe densior, in aliis rarior: verosimile tamen est, in singulis atmosphaeris similes esse affectiones. Igitur è re nostra erit, ut hîc indicemus affectiones praecipuas atmosphaerae Terrae ambientis, easdemque applicemus atmosphaerae solari: in hac enim veram problematis academici solutionem quaerendam esse, rebus omnibus bene ponderatis, plane sum certus.

Aër, atmosphaeram componens terrestrem, corpus fluidum est; versus centrum Terrae gravitans, elasticum, & sic in diversis à centro Terrae distantis inaequaliter densum. Densitas ejus ita celeriter decrescit, ut in regione Lunae, si eo usque se expandit, incredibilis debeat esse raritatis; singulis enim milliaris germanici altitudinibus fit circiter altero tanto rarior, sic ut posita densitate aëris in superficie Terrae = 1, sit ejus densitas in regione Lunae minor futura quam $\frac{1}{2^{10000}}$, attamen in infinitum se expandat atmosphaera necesse est, nisi ab alio fluido elastico coërceatur: coërcebitur autem, ut ego conjicio, alicubi ab atmosphaera solari, & talibus circumscribetur terminis, in quibus utriusque atmosphaerae elasticitas aequalis sit. Igitur debium est, an ad regionem Lunae usque extendatur, nec-ne. Id ego non crediderim ob stupendam omnique opinione majorem, quam ibi debeat habere aër raritatem: tum etiam ob magnam Orbitae Lunae ad Aequatorem terrestrem inclinationem mediam, non futuram, ut infra probabile faciam, si Luna vortici aëris circa axem Terrae moti immerfa esset, & denique ob id, quod Luna similem nobis perpetuo ostendat faciem. Aëris terrestris densitas porro diminuitur à calore, augeturque à frigore. Denique aër in superficie Terrae eadem velocitate vel proxime tali circa ejusdem axem movetur, atque superficies ipsa, alias enim ventum continuum, eumque vehementissimum, ab Oriente versus Occidentem essemus percipienturi: id perspicuum est, quod punctum in Aequatore à vertigine Terrae intra minutum secundum spatium plus quam mille quadringentorum pedum conficiat, ventus autem impetuosissimus vix quinquaginta pedes eodem tempore percurrat: imo
non-solum

non-solum in superficie maris aër, ea qua dixi velocitate simul cum Terra movetur, sed & in locis altissimis, hisque in omnes plagas apertis, veluti in cacumine montis Pici in insula Teneriffa. Facile etiam demonstratu est, totum hoc fluidum Terram ambiens una cum Terra intra 24 horas circulum fuisse absolutorum, nisi in extima sui superficie motus à fluido solari inhiheretur. Facit autem ista motus versus circumferentiam inhibito, ut fluidum alia lege circumagatur, quam quidem pro omnibus densitatum in fluido diminutionibus acutissime definivit cel. Joh. Bernoullius in eleganti dissertatione, quam Academia præmio anni 1730 affecit, digna profecto honorifica ista remuneratione.

§. VIII. Ex hisce atmosphære terrestres affectionibus colligere licet, Solem pariter fluido cingi aëri nostro analogo; quod versus centrum Solis gravitet, elasticitate præditum sit, quæ probabiliter à calore Solis acuto intenditur, à diminuto relaxatur: diversas pariter fluidum habebit densitates in diversis à Sole distantis: & si quidem calor uniformis totam animaret atmosphæram solarem, sique uniformis quoque esset gravitatio, responderent utique densitates applicatis in logarithmica, cum distantia à Sole exprimuntur per abscissas: quia vero & calor & gravitatio decrescunt, dum distantia à Sole augentur, necesse est aliam legem sequantur densitatum variationes, quam infra paucis perpendemus. Fluidum solare etiam expandetur usque dum termini ipsius ab alio fluido coercantur, pariter atque atmosphæra terrestres ab solari continetur. Denique id præcipue ad rem nostram pertinet, fieri non posse, quin fluidum circa axem Solis circumagatur, & quidem singulas partes una cum Sole intra $25\frac{1}{2}$ dierum spatium revolutionem suam fuisse absolutoras, nisi motus in peripheria inhiheretur, ob hanc autem inhibitionem tempora periodica materiæ versus extrema crescent: nec tamen ita crescent ut velocitates diminuatur: quin potius velocitates augeri existimo.

§. IX. Venio ad id quod dixi de diversis fluidi densitatibus; in diversis locis cognoscendis: non puto autem, illas recte cognosci posse, sed tantum aliquantulum, quia hypotheses accuratæ problema definientes non habentur. Ponamus gravitationem corporum versus centrum Solis rationem sequi reciprocam duplicatam

distantiarum ab eodem centro: vim autem centrifugam fluidi gravitatem ejus notabiliter non diminuere. Fingamus porro densitates fluidi ubique proportionales esse, ponderibus atmosphære superincumbentis divis per respondentes caloris mensuras: calorem autem una cum gravitatione æquali ratione diminui versus peripheriam putabimus: ita quoque elasticitatum mensuras à ponderibus superincumbentibus desumemus. His factis positionibus, designabimus radium Solis per r , distantiam dati loci à centro Solis per x : densitatem ut & elasticitatem atque calorem fluidi in superficie Solis faciemus $= 1$: densitatem ejusdem in assumpto loco $= D$, elasticitatemque $= E$. Ita erit per assumptas hypotheses (quod densitas ubique proportionalis sit ponderi atmosphære superjacentis, seu elasticitati, diviso per calorem, id est per $\frac{rr}{xx}$)

$D = \frac{Exx}{rr}$. Præterea si atmosphæram cogitatione in strata circa centrum Solis concentrica dividamus infinita, patet fore decrementum elasticitatis dE , dum altitudo x quantitate infinite parva dx crescit, proportionale ponderi strati, quod habet altitudinem minimam dx ; sed pondus hoc proportionale est altitudini dx , multiplicatæ per densitatem D , atque per gravitatem $\frac{rr}{xx}$. Igitur assumpta littera n pro aliqua constante, erit $-dE = \frac{nrrDdx}{xx}$; si in ista æquatione substituatur pro D valor antea determinatus, fit $dE = -nEdx$, vel facta debita integratione, indicatoque numero, cujus logarithmus est unitas per c , $E = c^{n(r-x)}$. Ex ista æquatione consequens est elasticitates in atmosphæra solari recedendo à Sole decrescere, eodem modo, ac si constantes ubique forent gravitatis ac caloris gradus. Qua hypothesi uti solent (minus tamen accurate, observant id quoque Newtono) ad variationes densitatum in atmosphæra terrestri sub diversis altitudinibus calculo subducendas. Jam si in prima æquatione substituatur valor inventus pro E , orietur talis æquatio $D = \frac{xx}{c^{n(x-r)}rr}$.

§. X. Sequitur ex ista æquatione, maximam aëris Soli circumfusi densitatem non esse in superficie Solis, sed in loco alio à Sole fortasse longe dissito. cujus rei ratio physica est, quod ab

ingenti calore, qui prope Solem est, atmosphæra admodum rarefit. Locus autem quò maxima est densitas, distat à centro Solis quantitate $\frac{2}{n}$, nec potest valor litteræ n definiri quandiu in nullo atmosphæra loco, realis ejus densitas experimento observari potest.

§. XI. Ponamus autem, exempli causa, maximam densitatem esse in regione Veneris, quæ centum quinquaginta præter propter radii Solis à Sole distat, erit $\frac{2}{n} = 150r$, seu $n = \frac{1}{75}r$; & sic

æquatio specifica densitatum hæc foret $D = \frac{xx}{(x-r) \cdot (75r)}$; essentque densitates ipsæ fere ut sequitur

In superficie Solis	= 1
In regione Mercurii	= 2200
Veneris	= 3000
Terræ	= 2600
Martis	= 1300
Jovis	= 0,40
Saturni	= 0,000006

§. XII. In ista hypothesi densitates atmosphærae solaris in regionibus Mercurii, Veneris, Terræ & Martis essent satis æquales: circa Jovem autem & præsertim Saturnum raritas nimia foret, quam ut ullum effectum habere possit: quapropter conjecturæ locus est, regionem maximæ densitatis in atmosphæra solari magis distare à Sole quam Orbitam Veneris. Sin autem in Orbita Martis maximæ densitatis locum esse ponamus, habebunt densitates rationem circiter sequentem;

In superficie Solis	= 1
In regione Mercurii	= 4170
Veneris	= 8910
Terræ	= 12300
Martis	= 14400
Jovis	= 1310
Saturni	= 15

§. XIII. Atque si maxima densitas in regione Jovis constituta ponatur, multo uniformior atmosphæra solaris invenietur à

Mercurio usque ad Saturnum; hæcque positio mihi videtur omnium probabilissima: quia enim plurima phaenomena systematis planetarii ab atmosphæra solari deduci posse mihi videntur omnibus Planetis communia, commendabile id admodum est, quod atmosphære solaris densitates per totam systematis planetarii extensionem esse possint non multum admodum inæquales, cum in atmosphæra terrestri sub mediocribus distantiarum augmentis non possint non supra modum esse inæquales; in nostra atmosphæra, si locum sumas unica terræ semi-diametro à superficie elevatum, ea jam esse debet aëris raritas secundum plerorumque authorum sententias, quam ne cogitatione quidem assequi possumus.

§. XIV. Expositis his, quæ ad atmosphæram solarem pertinent, monendum hîc esse duco, non fungi, ut mihi videtur, hanc atmosphæram circa axem Solis motam omnibus officiis, quæ vorticibus tribui solent deferentibus, nec adeoque hanc esse, quæ Terram Planetasque primarios in Orbitis suis contineat. Nam in vortice deferente materiæ densitas debet esse æqualis densitati corporum, quæ illi innatant, ut recte monuit Newtonus: atmosphæram autem solarem incomparabiliter rariorem ubique puto, quàm sunt corpora circa Solem lata. Sed & aliud est, quod, ut videtur, plane evincit, non esse hanc atmosphæram idem quod vortices deferentes, nempe quod velocitates tum corporis tum materiæ vorticis debeat esse æquales; sed secundum regulam Kepleri Planetæ in superficie Solis constituti tempus periodicum debet esse præter propter trium horarum, cum ibidem atmosphæra certe periodum absolvit intra 25 dies cum dimidio, non secus ac terrestris atmosphæra intra 24 horas semel revolvitur in vicinia Terræ: quod tamen argumentum an non simul contra vorticum deferentium, quos nolo hîc refutare, hypothesin sit, non satis perspicio. Igitur aliam conjicio esse causam, quæ corpora circa Solem lata in Orbitis suis contineat, & ubique eorundem vim centrifugam coërceat: hæc autem causa, qualiscumque sit, corpora trudit versus centrum Solis, quia plana Orbitalium per centrum Solis transeunt. Si vortices deferentes id Planetis Terræque officium facere possint, per me licebit hujusmodi vortices præter atmosphæras fingere; neque id pugnabit cum eo, quod atmosphæra naturam vorticum non habeat, quamvis fatear, non potuisse me omnem, quem antea

habui, mihi scrupulum eximere, perlecta etiam attentissime dissertatione Bernoulliana, hanc in rem conscripta, quam supra laudavi. Vetat autem tum viri celeberrimi perspicacia, tum potissimum Academiæ, cujus approbationem nescio annon hac quoque in parte habuerit, summa auctoritas, ne cum fiducia sententiam dicere audeam. Licebit quoque, (si id commode fieri posse videatur, mihi autem non videtur) atmosphæram circa axem Solis latam cum vorticibus deferentibus confundere: hypothesein enim, qua ad sequentia stabilienda opus habeo, experientia demonstrat, & à nemine in dubium vocatur, esse nempe aliquid, quod *gravitatem solarem* deinceps dicam, vi centrifugæ contrarium, quod Planetas Terramque versus centrum Solis urget.

§. XV. Si vero gravitas solaris instar gravitatis terrestris à vi centrifuga materiæ rapidissime motæ, & quidem eo rapidius, quo rarior est atque subtilior materia, petenda sit, tum mutatis paulo sententiis Cartesii atque Hugonii rem alio modo considerari posse, mihi olim & amicis, quibus sententiam meam perscripseram, visum est. Nondum autem tunc omni attentione perlegeram, quæ ab auctoribus doctissime tradita sunt, ad conciliandum descensum corporum gravium versus centrum Terræ cum vortice simplici circa axem moto. Cogitavi nempe, annon plures materiæ subtilis vortices, imo quasi infinitos circa diversos axes per centrum Solis transientes fingere liceret: motus enim contrarios in materia subtili nequaquam se impediunt in aliis occasionibus jam concepit magnus Cartesius: præterea consideravi, id omnibus nunc in concessis esse, quod singula corpora cœlestia ad se invicem gravitant; etiamsi igitur vel simplex vortex statuatur circa quodlibet corpus, negari tamen non potest, hos vortices liberrime se transfluere, idemque futurum fuisse, si vel millies hæc corpora cœlestia fuissent multiplicata.

Sed aliud insuper est argumentum, quo inducebar ut crederem, huiusmodi multiplicem vorticum motum non esse in se absurdum aut impossibilem. Scilicet demonstratum est apud philosophos, lumen aliud non esse nisi motum longe rapidissimum globulorum admodum subtilium: interim certum est ex contrario, qui in cameris obscuris fit, imaginum situ ratione objectorum depictorum, radios luminis ex omni plaga in puncto se decussantes, minime

confundi, & quemlibet eundem edere effectum, ac si solus fuisset: putabam igitur non absurdum futurum, si plures ponerentur vortices, super diversis axibus per centrum Solis transeuntibus liberime se transfluentes. Et ita certe nulla foret gravitatis, sive solaris, sive terrestris, affectio, quæ non commodissime inde deduci posset: quia vero hæc proprie non pertinent ad institutum nostrum, eorum expositioni diutius non immorabor.

§. XVI. Venio ad rem. Facit primo motus atmosphæræ solaris, si ab gravitate versus centrum Solis animum abstrahamus; ut corpora sive in plano Æquatoris, sive in plano parallelo progredi tentent, atque si oblique incedant, fit, ut sensim ad dictam vergant directionem, nec tamen nisi post tempus infinitum eam perfecte assequantur: vergent autem eo citius, quo densior est materia, qua corpus circumdatur, quo major est celeritatum corporis & materiæ differentia, quo rarius est corpus, & quo minoris voluminis. *Gravitas* autem *solaris* vi centrifugæ Planetarum Terræque contraria & æqualis, facit, ut hæc corpora aliter moveri non possint, quam in plano per centrum Solis transeunte. Apparet igitur ex utraque actione tum atmosphæræ, tum gravitatis solaris conjuncta corpora ita motum iri, ut utrique satisfiat, quod aliter esse nequit, quam cum in Æquatore Solis moventur, si modo ad statum durationis; seu, ut dicitur, *permanentie* jam reducta ponantur.

Ad hunc quidem statum corpora cito vergunt, cum ab eo sunt remotiora; at cum eum tantum non attigerunt, possunt diutissime in eadem semper ad sensus permanere motus directione, nec enim verum & ultimum *permanentie* statum nisi post tempus infinitum assument. Hæc est notissima corporum quæ in mediis resistentibus aut deferentibus feruntur, affectio. Ita corpora, quæ in vacuo projecta ab gravitatis actione parabolam describunt, in fluido curvam faciunt, quæ citissime à motus initio ad lineam verticalem convergit, eamque nunquam plane attingit.

§. XVII. Puto itaque à remotissimis temporibus corpora, quæ circa Solem feruntur, longe majori angulo inclinata fuisse ad Æquatorem Solis, in diversisque Planetis admodum magis diversam habuisse, quam nunc habent inclinationem. Ea vero ab atmosphæra solari sensim in arctos, qui nunc sunt, limites fuisse coacta & post

tempus infinitum, manentibus reliquis esse in eodem *Æquatore* coitura. Quæ si ita sint, apparet, utrique desiderato §. VI. indicato simul nunc esse satisfactum. Facit nempe actio atmospheræ cum gravitate solari conjuncta, ut corpora circa Solem mota planum *Æquatoris* solaris appetant: faciunt cita corporum convergentia, cum obliquitates magnæ sunt, & longæva mundi creatio, ut eadem corpora nunc fere sint in *Æquatoris* istius plano: denique, quod in eo non perfecte posita sint plano in causa est tempus infinitum, post quod demum talis communis positio oriri possit.

§. XVIII. Huic nostræ sententiæ non repugnat, quod ex antiquissimis observationibus loca Planetarum non fuisse mutata videntur. Probabile enim est, materiam usque adeo esse subtilem, ut cum *Æquatori* solari vicina sunt corpora coelestia, nullam in illis mutationem notabilem facere possint tempora plurimorum sæculorum; neque præterea certum est, si Hipparchi temporibus observationes astronomicæ ea accurate, qua nunc solent, fuissent institutæ, nullam differentiam sese fuisse manifestaturam. Huc pertinet exemplum eclipticæ, cujus obliquitas ad *Æquatorem* ante bis mille circiter annos à Pythea observata fuit $23^{\circ} 49' 10''$, quæ hodie $23^{\circ} 29'$ statuitur, qua de re legi merentur, quæ exstant in Hist. Acad. Reg. Sc. Paris. ad an. 1716. pag. 48. & seqq. Equidem non satis perspectum habeo, quantum observationibus veterum Astronomorum fidi possit; neminem autem esse puto, qui sidera coelestia nullis mutationibus obnoxia statuât. Nec enim mundus est ab æterno, nec in æternum durabit, nec utique donec durabit, in eodem constantissime statu perseverabit. Moveri censentur Nodi Apheliaque, idque certe postulat eadem nostra, quam huc usque tradidimus theoria. Quidni ergo etiam inclinationes Orbitalium ad planum *Æquatoris* solaris mutari poterunt? non puto tamen Orbitas, quæ semel ad unam partem inclinatæ fuerunt, transire posse ad inclinationes contrarias, sed esse in his statum aliquem durationis, ad quem tendunt, qui adierit simul ac ad *Æquatorem* pervenerint.

Fortasse etiam Aphelia & Nodi suos habent limites quos si attigerint, nullas amplius variationes habitura sint: hæcque verosimiliter ratio est, quod tam lente moveantur: quicquid enim statui durationis proximum est, lentissimas subit mutationes: non

potest autem non ei esse proximum, quod à tam longo tempore ad eundem vergit. Variationes Lunæ alius sunt indolis, & ex alio etiam derivandæ sunt fonte: habent enim hæ suos ultra citraque terminos ad quos usque recurrunt. Puto tamen periodos, quas variationes Lunæ habent, suas quoque pati inæqualitates, nunc minores, quam olim fuerunt, & tandem prorsus abituras, hacque in re cum Planetis primariis convenire.

Interim notari meretur, Lunam parum aut nihil ad Æquatorem Solis ab atmosphæra solari appellì: quantum enim appellitur, dum ab uno Nodo ad alterum movetur, tantum repellitur dum ab hoc ad primum regreditur. Nullum autem dubium est, quin potius sensim ad Æquatorem terrestrem Orbitæ ejus sint accessuræ, si modo atmosphæra Terræ in regione Lunæ aliquam residuam habeat densitatem perceptibilem, quod tamen vix credo, quin potius totam atmosphæram terrestrem prius terminari puto, quam ad regionem lunarem ascenderit. Supra enim §. VII. jam monuimus, atmosphæram Terræ nimis rarefcere, quam ut in mediocribus elevationibus amplius esse possit perceptibilis. Inde intelligitur, cur Orbitæ lunares nec Æquatori Solis, nec Æquatori Terræ sint admodum vicinæ.

§. XIX. Alia res est in atmosphæris Jovis & Saturni in quibus, ut non dubito, densitates lentius decrefcunt. Etiam si enim in illis, ut in atmosphæra terrestri proxime fit, densitates in ratione geometrica decrefcere ponantur, dum altitudines arithmetice progrediuntur; fieri tamen potest, ut cum singulis milliaribus in terrestri atmosphæra densitates dimidiantur, in atmosphæris Joviali & Saturnia incomparabiliter major ad id requiratur elevatio, & sic utrobique in Satellitum regione atmosphæra notabilem superstitem habeat densitatem, idque eo facilius, quod hi Satellites à Planetis suis ratione habita ad diametros horum Planetarum, non sint admodum remoti.

His præmonitis, quivis jam rationem percipit, quod Satellites Jovis æque ac Saturni (si modo in hoc extremum Satellitem excipias) sint proxime in communibus planis, quamvis plana ambo sint inter se valde diversa: angulum enim faciunt circiter 31 graduum, planum autem ab utràque parte affectant Æquatoris Planetæ primarii. Quod yero ad quintum Satellitem Saturni attinet;

res

res mira est, quod à regula generali recedat. Dum enim reliqui quatuor Satellites æque ac annulus in plano Æquatoris Saturnii proxime siti sunt, solus extremus ab hoc plano 15 aut 16 gradibus declinat; uti id demonstravit Cel. Cassini in comment. Acad. Reg. Sc. Paris. an. 1714. pag. 375.

Videbitur id fortasse primo intuitu theoriæ nostræ contrarium; mihi vero postquam omnia attente considerassem, admodum placuit istud phænomenon, cum de illo cogitare inciperem. Jam enim mihi persuaseram, atmosphæram saturniam non se extendere ad regionem quinti Satellitis, aut saltem notabilem ibi densitatem non habere amplius; idque ideo menti infixum tenebam, quod ab atmosphæris corporum motum horum circa axem proprium pendere crederem, & cum Luna faciem eandem semper Terræ obvertat, confirmatus fui in sententia, atmosphæram Terræ ad Lunam non pertingere. Tum protinus in mentem venit, quod quintus quoque Satelles saturnius eandem semper Saturno faciem ostendat, indicio esse, eum pariter ab actione atmosphære saturniæ liberum, nec proinde ad Æquatorem Saturni appellii. Quibus ita pensatis, magna animi voluptate intellexi, me jamjam veram penetrasse rationem, qua extremus Saturni Satelles, isque solus, tum in systemate saturnio, tum in joviali atque solari à plano corporis, circa quod volvitur, tantum declinat. Tum quoque intellexi, omni jam fundamento destitui conjecturam Hugonii atque Newtoni, Satellites singulos, Lunæ instar, Planetis suis primariis invariata manifestare faciem, remque aliter esse jam pro demonstrato habeo, reliqui enim Satellites omnes suis involuti sunt atmosphæris, quia minimo angulo Æquatorem Planetæ primarii secant.

§. XX. Hæc de Planetis secundariis. Videntur autem sententiæ nostræ admodum favere atque adeo opportune monita. Revertor ad atmosphæras corporum cœlestium, & quoniam ab his petii solutionem Problematis, earum actionem breviter ad regulas revocabo mechanicas. Quod autem de atmosphæra solari dicam, ad reliquas pertinebit omnes. Orbitæ Planetarum in duobus interfecant locis Æquatorem Solis, quos vocabo *Nodos solares*. Putemus aliquem Planetam in alterutro nodo positum, & inde cursum suum pergere; dum vero sic in directione ad Æquatorem solarem

oblique movetur, simul ab atmosphæra celeriter circumacta, motum acquirit eidem *Æquatori* parallelum, sed incomparabiliter priori minorem; & quia directiones in utroque motu conspirant; ubicunque *Planeta* positus sit, apparet motum compositum inde continue fieri magis *Æquatori* parallelum.

(Notetur in *Planetis* secundariis actionem atmosphære solaris cursui *Satellitum* modo secundum modo contrarium esse, quæ ratio est, quod *Satellites* non vergunt ad *Æquatorem* solare, sed ad *Æquatorem* *Planetæ* sui primarii.) Hicque *Planetarum* ad *Æquatorem* accessus maxime sensibilis est in *Nodis*, in locis maximi ab *Æquatore* recessus nullus est, quia ibi tangentes sunt *Æquatori* parallelæ. In similibus autem ratione diversorum *Planetarum* locis accessus ad *Æquatorem* eo sensibiliores erunt, quo magis *Orbitæ* tangentes ab *Æquatore* reclinant, quo minores habent diametrum & densitatem *Planetæ*, quo majoris est densitatis materia atmosphære circumfusæ, & quo major est differentia inter celeritatem præfatæ materiæ ac *Planetæ*; quæ omnia, quia ratione diversorum *Planetarum* definiri nequeunt, conjicere non possumus, quinam *Planetæ* citius convergant ad *Solis* *Æquatorem*.

§. XXI. Postquam multis rationibus probabile fecimus, quod *Planetæ* ad *Æquatorem* *Solis* tendant, & post longa tempora vicinius ad eandem sint appropinquaturi, erit è re nostra, ut videamus ex observationibus astronomicis, quamnam actu habeant *Orbitæ* ad eundem *Æquatorem* inclinationem. Id vero cognoscitur ex situ *Nodorum*, ex inclinationibus *Planetarum* ad eclipticam, & ex situ *Æquatoris* solaris ratione eclipticæ. Secundum *Keplerum*, est nunc *Nodus* ascendens *Saturni* in $22^{\circ} 49'$ *Cancr*i, ejusque inclinatio maxima ad eclipticam $2^{\circ} 32'$: *Jovis* Ω in $5^{\circ} 31'$ *Cancr*i, ejusque inclinatio $1^{\circ} 20'$: *Martis* Ω in $17^{\circ} 50'$ *Tauri*, atque ejus inclinatio $1^{\circ} 50'$: *Veneris* Ω in $14^{\circ} 19'$ *Geminorum*, inclinatio $3^{\circ} 22'$: *Mercurii* Ω in $14^{\circ} 47'$ *Tauri*, inclinatio $6^{\circ} 54'$; atque in his determinationibus recentiores etiam *Astronomi* proxime conveniunt: sed major inter illos dissensus est, in definiendo *Æquatoris* solaris situ; nec certe observationes hanc in rem institutæ ejus sunt indolis, ut accurate definiri queat. In *Hist. Acad. Reg. Sc. Paris.* ad annum 1701, stabilitur inclinatio ejus ad eclipticam $7^{\circ} 30'$, & in commentariis ejusdem anni *polus* *Æquatoris*

solaris versus Boream respondere dicitur 8° Piscium. Secundum has hypotheses interfecatur *Æquator* solaris ab Orbita

Saturni, sub angulo	5°	$58'$
Jovis	6	21
Martis	5	49
Terræ	7	30
Veneris	4	10
Mercurii	2	56

Inclinatio maxima pertinet ad Orbitam Terræ, quæ cum *Æquatore* Solis angulum facit $7^{\circ} 30'$.

§. XXII. Quia vero incerta admodum est positio *Æquatoris* solaris, ita ut non defuerint qui illum cum ecliptica angulum facere affirmarent duobus gradibus vix majorem, non absurdum erit, ejus axi talem affingere positionem, ut inclinatio *Æquatoris* media ad Orbitas Planetarum minima sit, cui conditioni tentando satisfieri potest. Ita in præcedente hypothesi inclinatio media Orbitalium est $5^{\circ} 11'$. At si *Æquatorem* Solis eclipticam secare ponamus sub angulo $3^{\circ} 22'$, & polus *Æquatoris* Boream respiciens statuatur in 20° Piscium, tunc interfecabitur *Æquator* solaris ab Orbita

Saturni, sub angulo	1°	$51'$
Jovis	2	7
Martis	2	4
Terræ	3	22
Veneris	0	20
Mercurii	4	34

Et sic fit inclinatio Orbitalium media, quæ antea fuit, $5^{\circ} 11'$ tantum $2^{\circ} 23'$. Hanc igitur axis positionem, etsi tantum argumento quod dicunt, à posteriori indicatam fere prætulerim aliis, quæ observationibus macularum innituntur, donec certior methodus aliquando ab Astronomis pro illius positione determinanda excogitetur.

§. XXIII. Cum supra actionem atmosphæræ solaris, quæ Terra & Planetæ ad *Æquatorem* Solis sollicitantur, mechanicè explicarem, materiam atmosphæræ celerius circumagi consideravi.

quam corpora eidem immersa, neque vero id posui ceu aliquid, quod in theoria nostra aliter esse nequeat: visum mihi potius est aliunde probabile. Sit vero, si ita videbitur, nec majori velocitate moveatur atmosphæra, imo feratur minori quam Planeta; nihilo minus hunc sensim ad Æquatorem solarem reducet. Quod ut appareat, motus atmosphære resolvitur potest in duos alios, quorum unus sit motui Planetæ parallelus, alter ad priorem perpendicularis: hic vero, quia semper versus Æquatorem agit, non potest non Planetam ad eundem sollicitare.

§. XXIV. A Planetis veniamus ad Cometas. Dico autem, hos inclinationem suam ad Solis Æquatorem, quantacumque sit, non posse sensibilibiter mutare, quia fere semper sunt aut plane positi extra atmosphæram Solis (proui verissimiliter Luna est respectu atmosphære terrestris & quintus Satelles Saturni ratione atmosphære saturniæ) aut ob nimiam atmosphære raritatem ab illa parum in motu suo perturbari possunt. Equidem cum Cometæ sunt circa perihelium, aliquantulum ad Æquatorem Solis accedunt: sed tempus id vix est comparabile cum reliquo revolutionis tempore. Apparet autem ex exemplis supra §§. XI. & XII. allatis, pro densitatibus atmosphære solaris, quod cum densitas ista crescere desinit, deinde tam cito decrescat, ut fere mox omnis evanescat; quod confirmat, Cometas, quorum distantia à Sole per totum fere revolutionis tempus quasi infinita est, parum ad Æquatorem Solis appellere. Interim tamen facile mihi persuaderi patiar, Orbitas Cometarum ad Æquatorem aliquantulum accessisse. Quod ad hanc me proclivior facit opinio, hoc est: in magno quorum Ephemerides habentur, Cometarum numero, visum fuit, inclinationem mediam ad Æquatorem Solis probabiliter futuram fuisse 45° proxime nisi ad eundem aliquantulum accessissent. Igitur catalogum adhibui Cometarum, ut eorundem inclinationem mediam cognoscerem. Hæc autem non potest non eadem esse ad sensum, sive planum Æquatoris solaris, sive eclipticæ consideretur; quia parum differunt hæc ambo plana, & cum aliqui Cometæ majorem habent inclinationem ad Æquatorem Solis, quam ad eclipticam, alii habent minorem, eritque inclinatio media proxime eadem. Idem quoque valet ratione ejus, quod inclinationes in singulis Cometis non accurate habeantur; errores enim ab utraque

parte se probabiliter destruent. Catalogus Cometarum hic est:

Cometæ anni	1337, inclin. ad eclipt....	32°	11'	0"
1472	5	20	0
1531	17	56	0
1532	32	36	0
1556	32	6	30
1577	74	32	45
1580	64	40	0
1585	6	4	0
1590	29	40	40
1596	55	12	0
1607	17	2	0
1618	37	34	0
1652	79	28	0
1661	32	35	50
1664	21	18	30
1665	76	5	0
1672	83	22	10
1677	79	3	15
1680	60	56	0
1682	17	56	0
1683	83	11	0
1684	65	43	40
1686	31	21	46
1694	11	46	0

Inclinatio media est 43° 39'. Ex qua apparet, Orbitas Cometarum à plano Æquatoris Solis aut nihil affici, aut si afficiantur, accedere potius ad istud planum, quam recedere.

§. XXV. Quoniam in eo nunc sumus occupati, ut ostendamus differentiam Cometas inter & Planetas, experientia confirmatam, ac theoriæ nostræ omnino conformem, lubet hîc adjicere aliam, quæ pariter cum theoria egregie consentit. Versatur autem in excentricitatibus tum Cometarum tum Planetarum. Res profecto mirabilis est, Cometarum omnium excentricitates esse quas infinitas, Planetarum autem pene nullas. Cujus rei videant, an rationem mechanicam reddere possint, qui phænomena cœlestia simplici gravitationum attractionum-ve hypothese explicare cupiunt. Nos vero cum gravitationi adjungimus actionem atmosphæræ solaris circa axem Solis motam, rem ita explicabimus, ut videatur, aliter esse non potuisse. Seponamus itaque rationem atmosphæræ, gravitationem autem distantiarum à Sole quadratis reciproce proportionalem ubique statuamus: sitque nunc corpus in directione ad radium è Sole ad corpus ductum perpendiculari projiciendum. Si projectio ea fiat celeritate, quam corpus altero

tanto à Sole elevatum casu suo versus Solem ad pristinam usque altitudinem acquirit, movebitur in circulo circa Solem: si minori projiciatur velocitate, movebitur in ellipsi, eritque locus projectionis aphelium, si majori, rursus in ellipsi feretur, sed in qua locus projectionis sit perihelium. Hæc ex cognitis principiis mechanicis derivantur. Si omnino casualis sit projectionis velocitas, uti ratione nostrum est, & omnes possibiles velocitatis gradus ad infinitesimum usque æque facile contingere ponantur, probabile imo certum erit, excentricitatem ellipsis, quam corpus projectum describet, fore infinitam. Quia vero in natura non dantur reapse velocitates infinitæ, res ita immutanda erit, ut dicatur admodum probabile esse, ingentem & tantum non infinitam fore excentricitatem. Et cum in vacuo sit motus aut quasi vacuo, ellipses semel descriptæ aut sine fine continuabuntur; aut diutissime durabunt. Hæc, nî fallor, accurate ostendunt, quare Cometæ ellipses fere parabolicas describant, quia & probabiliter in origine sua tales describere debuerunt, & easdem cœu ab actione atmosphæræ solaris fere plane liberi, non possunt non diutissime continuare. Sed cum idem ratiocinium ad Planetas atmosphæræ actioni involutos applicamus, intelligimus quidem potuisse eos ellipses in ortu suo describere valde excentricas, sed sensim ad Orbitas circulares vergere debuisse, & aliquando tales propius esse descripturos; quod sic demonstro: Materie atmosphæræ velocitas à Sole versus peripheriam verosimiliter crescit (quamvis etiam tempus periodicum crescat, uti monui §. VIII.) quia in hypothesi, quod motus cujusvis crustæ libere fiat, velocitates in eadem ratione cum distantis ab axe Solis crescere debent. Planetæ autem velocitas eo major est, quo Soli fit propior; igitur si Planeta velocitatem mediam (ad mediam autem aliquam velocitatem constantem necessario vergere debet) jam conservare ponatur, fieri non potest, quin in perihelio ab atmosphæra retardetur, in aphelio acceleretur; utrumque autem quod ex mechanicis demonstratur, facit, ut corpus Orbitam magis circularem, minusque excentricam describat, ita ut mirum non sit, Planetas, Orbitas circa centrum Solis nunc fere circulares describere; perfecte autem circulares non nisi post tempus describent infinitum. Quia porro multa concurrunt, quæ in Planetarum corporibus definiri nequeunt, ad diminutionem excentricitatis sensibiliorem faciendam, dici non potest, quisnam Planeta vi istius

theoriæ probabiliter magis minus-ve excentricus esse debeat. Concurrent autem eadem fere, quæ in inclinatione Orbitalium ad Æquatorem Solis, quæ §. XX. recensui; ita ut confirmet in positione, quam §. XXII. à posteriori dedi Æquatori solari. Quia pro ista positione inclinatio Orbite Veneris ad Æquatorem Solis fere nulla est, prouti quoque excentricitatem ejus fere nullam esse, norunt Astronomi: in Mercurio vero & inclinatio ad Æquatorem Solis, & excentricitas maxima est.

§. XXVI. An-non melius nos huic philosophandi methodo, quæ ubique naturæ phænomenis convenit committemus, quam ut protinus Deum, ut dicunt ex machina accersamus, & ejus voluntati immediate tribuamus, quod ex legibus à summo rerum Creatore omnibus corporibus præscriptis consequitur: anque fieri potest, ut voluntas Dei non plenum suum habeat effectum? ut Orbitas coincidere voluerit, nec perfecte coincident, ut circulares circa Solem voluerit, nec perfecte tales sint, & quæ sunt hujusmodi alia. Ad ea quoque pertinet, quod motus Terræ omniumque Planetarum ad communem tendant plagam, & quidem quod ad eandem versus quam Sol motu suo circa axem movetur; quod eadem motuum affectio etiam in systemate joviali saturnioque sit: quæ omnia talia sunt, ut si adhuc lateant, ex theoria nostra prævideri possint, & quorum tamen vel ipse Newtonus philosophator acutissimus, rationem mechanicam excogitari posse nullam affirmat, in tractatu suo optico.

§. XXVII. Denique nec id omittere debeo, quod ad motum Planetarum circa axem suum pertinet. Visum enim fuit hunc quoque à motu atmosphæræ solaris, qualem hætenus adhibuimus, illustrari. Fingamus vorticem, cujus partes singulæ eodem tempore revolvantur, eique corpus immersum homogeneous, quod simul motu cum fluido communi feratur; corpus id eandem perpetuo vorticis axi faciem obvertet; ita enim apparet contingere, cum quælibet corporis particula ad fluidum pertinere putatur. Sed si tempus periodicum à centro versus peripheriam crescit in vortice, tum corpus circa axem feretur, motu vortici contrario, quod percipimus, cum corpus alternatim liquefcere in suamque se figuram restituere consideramus. Attamen axis corporis axi vorticis parallelus manebit: sed si corpus heterogeneum sit, sique corpus in plano ad axem vorticis non perpendiculari incedat, variis modis fieri

144 DISQUISITIONES PHYSICO-ASTRONOM.

* Author
postquam se
premio dona-
tum fuisse ac-
cepisset, verba
quæ sunt intra
parenthesin
quasi à scriba
omissa, resti-
tuenda misit.

potest, ut axis corporis axi vorticis non sit parallelus. Hæc si ita sint, ratio non difficulter percipitur motuum, quos Planetæ, ipsaque Terra circa axem habent. Contrarii erunt vertigines motibus circa Solem, quia tempora periodica in atmosphæra solari, crescentibus distantibus à Sole, simul crescunt. [*At si ponamus insuper centrum corporis, quod antea communi velocitate cum materia ferri sinxi-
mus, tardius procedere simulque velocitates materiæ crescere versus extrema, in qua nos stare utraque sententia testantur §§. VIII. & XX. videmus fieri sic posse, ut vertigines Planetarum cum motu suo revolutionis conspirent, quia hemisphærium Planetæ à Sole aversum majorem impetum recipit à materia. atmosphæræ quam hemisphærium Solem spectans.] Axis quoque corporum, quomodo possit esse obliquus ad axem Solis intelligitur, nec difficile est videre tempora vertiginum augeri maximam partem ab aucta differentia temporum periodicorum materiæ, ubi hæc extremitates Planetarum radit. Hæc differentia eo major erit, quo major est diameter Planetæ, & quo minus à Sole distat; cui proprietati non male respondent tempora vertiginum in Venere, Terra, Marte & Jove (in Mercurio & Saturno adhuc latent); attamen non à Solis Planetarum diametris eorundem definiri vertiginum tempora, nec theoria postulat, nec observatis astronomicis probabile sit. Hæc ita in corporibus vortici immerfis, ea vero quæ à vortice non afficiuntur ideo faciem immutatam centro, circa quod feruntur, obvertunt, quia centrum gravitatis locum à centro revolutionis remotissimum appetit, quæ ratio est, quod Luna Terræ & extremus saturnius Satelles Saturno invariata faciem ostendat. Atmosphæra autem solaris in Satellitibus non potest revolutionem, sed tantum levem aliquam titubationem producere.

§. XXVIII. Hæc sunt quæ à longo quidem tempore in argumentum ab Academia propositum meditatus sum, sed quæ non-nisi festinanter in chartam conjicere licuit. Spero adeoque, si qui errores fortasse in numeros, de quibus Astronomi inter se conveniunt, aut qui facillimo calculo inde deduci possunt, irreperierint, hos mihi facile condonatum iri. Brevis ubique fui, quia festinare debui: alia multa nova potuisssem superaddere, tumque etiam allata magis extendere, & sic majus volumen hisce nostris disquisitionibus conciliare. Puto tamen hæc pro desideratis Academiæ sufficere.

F I N I S.



RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

SUR LA QUESTION:

*COMMENT SE FAIT LA PROPAGATION
DE LA LUMIERE.*

Pièce qui a remporté le Prix de l'Académie Royale des Sciences,
proposé pour l'année 1736, selon la fondation faite par feu
M. ROULLIÉ DE MESLAY, ancien Conseiller au Parlement.

Par M. JEAN BERNOULLI, Docteur en Droit.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXVI.

2211041033

1830

STOMACH

STOMACH
STOMACH

STOMACH

STOMACH



STOMACH

STOMACH



RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

Sur la Question :

COMMENT SE FAIT LA PROPAGATION
DE LA LUMIERE,

*Proposée par l'Académie Royale des Sciences pour le Sujet
du Prix de l'année 1736.*

..... Hunc labor æquus
Provehit, & pulchro reddit sua dona labori.

Juvenal. Sat. XVI. v. 56.

I.

JE ne trouve pas qu'il soit nécessaire de faire un long préambule sur ce qu'on doit entendre ici par *Propagation*, on le verra aîlés dans la suite de ce petit ouvrage. Je me contente d'attacher une idée convenable

A .ij

4 RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES
au terme de *Lumière*, puisque ce terme est équivoque, & que souvent, même parmi les Philosophes, on entend, en parlant de la *Lumière*, tantôt une chose, tantôt une autre.

I I.

Le mot de *Lumière* se prend donc en différentes significations; quelquefois on entend par ce terme la sensation ou la perception qui s'excite en nous, lorsque les corps ou les objets que l'on nomme *visibles*, par les rayons qui paroissent en émaner, frappent les organes de la vûë, & que de-là il résulte dans notre ame ce qu'on appelle *voir* ou *sentir* la lumière. En d'autres-occasions on prend la lumière pour ce qui est dans les corps lumineux eux-mêmes qui les rend *visibles*. Quelquefois aussi on veut que la lumière soit une je ne sçais quelle vertu émanante qui sort du corps lumineux, qui se répand sur les corps opaques, & qui les éclaire. Certains Philosophes anciens ont donné à cette prétendue vertu le nom d'*Especies incorporelles* (*SPECIES VEL IMAGINES RERUM VISIBILIUM*). Les Physiciens d'aujourd'hui nomment souvent ce qui paroît émaner du corps lumineux le *véhicule de la lumière* (*VEHICULUM LUMINIS*) par lequel ils n'entendent autre chose que les rayons qui transportent la lumière sur les objets éloignés.

I I I.

C'est en particulier dans cette signification que le sujet en question doit être traité; car on veut sçavoir comment se fait la propagation de la lumière, c'est-à-dire, de quelle manière les rayons, ce *véhicule de la lumière*, se portent au loin, & font appercevoir le corps lumineux dont les rayons partant se transportent à des distances immenses, telles que sont celles qui sont entre la Terre & le Soleil, ou les autres Astres.

I V.

Entre les corps distants ou éloignés les uns des autres, il n'y a point d'autre communication que celle qui se fait par le mouvement de quelque matière qui va de l'un à l'autre. C'est-là la seule idée claire qu'on peut avoir d'une telle

SUR LA PROPAGATION DE LA LUMIÈRE. 5

communication. Aussi les Philosophes de bon goût, dès qu'ils ont remarqué que l'Aimant, par exemple, agit sur le Fer éloigné, ont-ils conclu qu'il y avoit des effluves qui sortoient de l'Aimant, & qui faisoient cet effet.

V.

Mais tout mouvement & toute matière ne sont pas capables de produire toutes sortes d'effets. Ceux qui sont prompts, qui sont violents, qui sont subits, demandent sans doute une matière extrêmement subtile & un mouvement tout-à-fait extraordinaire qui les puissent produire ; comme sont, par exemple, les explosions & les effervescences de certaines liqueurs chimiques, l'inflammation de la Poudre à canon, l'éclat & la force pénétrante de la Foudre.

VI.

Tous ces mouvements cependant ne sont rien en comparaison de l'étonnante rapidité avec laquelle la lumière se transporte, puisque, suivant le calcul de M. Huygens fondé sur l'observation de M. Romer, elle n'emploie que 11 minutes de temps pour faire le chemin depuis le Soleil jusqu'à nous. M. Newton ne lui donne même que 7 à 8 minutes pour parcourir cette vaste étendue qui contient plus d'onze mille diamètres de la Terre.

VII.

Il faudra donc trouver une force mouvante convenable à effectuer cette prodigieuse vitesse, qui puisse transmettre dans une seule minute plus de mille diamètres de la Terre, dont la rapidité par conséquent soit 6 à 700000 fois plus grande que celle du son, qui, quoique bien prompt par rapport à nos sens, ne parcourt que 180 toises dans une seconde, ou près de 11000 toises dans une minute horaire.

VIII.

Cependant il ne faut pas trouver étrange que dans la Nature il y ait réellement de la matière agitée ou douée d'une si énorme vitesse ; car ceux qui connoissent familièrement les propriétés de la force mouvante, qui n'est autre chose qu'une pression appliquée continuellement pendant un

6 RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

temps, grand ou petit, à mouvoir quelque corps, comprennent fort bien que la force mouvante d'une mesure déterminée, quelque médiocre qu'elle soit, est capable d'imprimer tel degré de force accélératrice que l'on voudra à un corps sur lequel seul elle agit, pourvu que ce corps, qui doit recevoir toute l'impression de la force mouvante, soit d'une masse assez petite.

IX.

Pour en être mieux instruit, il n'y a qu'à considérer que la force mouvante absoluë est en raison composée de la masse du corps & de la force accélératrice qu'elle lui imprimera; cela veut dire, qu'en nommant f la force mouvante, m la masse, & a la force accélératrice, on aura $f = ma$.

X.

D'où il suit qu'en diminuant m , on augmentera a en même raison, ou bien qu'on peut faire $f = ma = \frac{1}{n} m \times na$; ainsi la force accélératrice a , que la force mouvante f imprime à la masse m , sera multipliée n fois, si elle n'agit que sur la masse diminuée $\frac{1}{n} m$.

XI.

Supposons, par exemple, un ressort bandé, appuyé d'un côté contre un obstacle fixe, & de l'autre contre un corps mobile m ; soit la force mouvante de ce ressort, quand il se débande variable ou invariable $= p$, la vitesse qu'il aura communiquée au corps $m = v$, après s'être dilaté par un espace $= x$; on sçait, par le principe général de la Dynamique, que l'on aura $\frac{p dx}{m} = v dv$, & partant $\frac{2}{m} \int p dx = v v$. Donc un autre ressort semblable & égal au premier, & bandé également, mais qui déploie sa force p sur un autre corps M différent du premier m , quand il se sera débandé par la même étendue x , on aura pour la détermination de la vitesse, que je nomme u , cette autre équation $\frac{2}{M} \int p dx = u u$; ce qui fait voir que $v v . u u :: \frac{2}{m} . \frac{2}{M}$.

:: *M. m*, d'où on infere que les quarrés des vîteſſes ſont en raiſon réciproque des maſſes ; on peut auſſi tirer cette vérité de la démonſtration que donne *M. Newton* dans ſes *Principes de la Philoſophie naturelle, Propoſ. 39. Liv. 1.* Cela étant, il eſt clair que la moindre force mouvante *p* peut exciter dans un corps *m* une auſſi grande vîteſſe que l'on voudra, pourvû que l'on donne à ce corps une maſſe *m* aſſés petite, car en le prenant infiniment petit, il acquerra une vîteſſe infiniment grande.

X I I.

On voit bien à quoi cela aboutit, pour démonſtrer que quelque exceſſive que ſoit la rapidité de la lumière, qu'on eſt obligé de ſuppoſer en admettant l'obſervation de *M. Romer* ; il n'y a rien là qui paroſſe impoſſible ou incroyable. Il faudra examiner ſeulement ſ'il n'y a pas, ou ſ'il ne peut pas y avoir une force univerſelle répandue par tout l'Univers, qui faſſe un effort continuel de ſe dilater en tout ſens, & qui ſe dilate effectivement dès qu'en quelque endroit la réſiſtance qui la retient en équilibre vient à être ôtée ou diminuée.

X I I I.

Nous en voyons au moins un exemple dans l'air de notre Atmosphere, dont les parties ſont comprimées les unes par les autres, & ſ'empêchent mutuellement de ſe dilater, comme elles le feroient en vertu de leur élaſticité, ſi par quelque accident il arrivoit que la preſſion d'un côté devînt plus ou moins forte que la contrepreſſion oppoſée.

X I V.

S'il eſt permis à *M.^{rs}* les Newtoniens de ſuppoſer une attraction univerſelle des corps les uns vers les autres, quoi-qu'ils n'en puiſſent alléguer aucune cauſe phyſique compréhenſible ; à plus forte raiſon nous ſera-t-il permis de ſuppoſer une force dilatatrice qui ſe trouve dans une matière très-ſubtile, qui remplit les vaſtes eſpaces du Monde, & dans laquelle les autres corps ſont iſolés comme des iſlots flottants dans l'Océan.

X V.

Ce principe de dilatation sera d'autant plus admissible que l'on peut au moins en avoir une idée claire, & rendre quelque raison physique d'une telle force qui tend à écarter les corps qui l'environnent. Pour qu'une matière se dilate, il faut qu'elle fasse impulsion sur les corps contigus qui l'environnent immédiatement ; y a-t-il rien de plus intelligible que la production du mouvement par impulsion ?

X V I.

Il est vrai que le principe de dilatation peut faire de la peine, car est-il naturel ou essentiel à la matière ? Point du tout, on conçoit la matière sans y comprendre la vertu de se dilater nécessairement. Il faut donc une matière universelle qui soit élastique ; mais ce ressort, cette force élastique d'où lui vient-elle, puisque la matière en tant que telle ne demande point cette vertu, pouvant exister sans être élastique ?

X V I I.

M.^{rs} Huygens & Newton, en traitant de la propagation de la lumière, ont supposé que l'éther, comme le véhicule de la lumière, est actuellement élastique par lui-même ; ils l'ont supposé simplement, sans en indiquer aucune raison physique ; le premier ayant attribué un ressort parfait à chacun des petits globules qui, selon lui, composent l'éther, & l'autre voulant que l'éther soit un milieu très-uniforme, très-subtil, & également dilatatif dans toutes ses parties, & même dans tous ses points.

X V I I I.

Quant à nous, nous admettons l'élasticité de l'éther, mais nous l'expliquerons physiquement ; sans cela, nous tomberions avec ces deux grands hommes dans le défaut de vouloir expliquer une chose obscure, par la supposition d'une autre également, ou encore plus obscure.

X I X.

Pour éviter ce reproche, j'ai recours à la propriété connue & fort intelligible de la force centrifuge qu'ont naturellement les corps qui circulent autour d'un point, c'est la force ou l'effort

l'effort qu'ils acquièrent de s'éloigner du centre de ce mouvement, provenant de la loi générale, que tout corps en mouvement, tend constamment à suivre en droite ligne la direction où il se trouve à chaque moment.

X X.

Or je ne trouve rien de plus propre pour mon dessein que les petits tourbillons du P. Malebranche; je conçois donc avec évidence, qu'il est possible & même probable, que la matière de l'éther est un fluide composé originairement d'une infinité de petits tourbillons, mais si petits qu'ils peuvent passer très-librement par les pores les plus étroits des autres corps fluides ou solides.

X X I.

Ainsi chacun de ces petits tourbillons fait un effort continuel de se dilater par la force centrifuge de ses parties circulantes autour de son centre, & se dilate actuellement dès qu'il arrive que par quelque accident, les autres tourbillons dont il est environné, soient chassés ou poussés ailleurs.

Ce que je dis d'un seul petit tourbillon doit être entendu d'un volume ou d'un amas qui contient une infinité de ces tourbillons qui se contiennent dans leurs bornes, par cela seul qu'ils sont réprimés, & tenus en équilibre par tous ceux qui touchent tout à l'entour ce volume, sans quoi il s'étendrait dans le moment du côté où il trouveroit une moindre force pour résister que pour s'étendre, de même que nous voyons que l'air renfermé dans un récipient, & plus condensé que l'extérieur, s'en échappe avec impétuosité dès qu'on lui fait quelque ouverture.

X X I I.

Ce n'est pas que je prétende que l'air, non plus que d'autres corps terrestres élastiques tirent l'origine de leur ressort de l'action de ces petits tourbillons, puisque ceux-ci à cause de leur infinie petitesse, trouveroient les pores, dans les corps grossiers, trop ouverts pour se laisser comprimer. C'est peut-être la raison qui a déterminé M. Bernoulli à donner dans son *Discours du Mouvement*, une autre cause

10 RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

physique, par laquelle il explique le ressort des corps terrestres, prise aussi de la force centrifuge de certaines particules qui voltigent autour d'un centre, mais qui pour être trop grosses ne peuvent pas s'échapper par les pores.

XXIII.

Revenons à nos petits tourbillons, on doit les supposer d'une petitesse au de-là de tout ce qu'on peut imaginer de plus subtil; car par-là on augmente leur force de se dilater autant que l'on veut jusqu'à l'infini; supposé même que la vitesse actuelle de leur circulation ne fût que très-médiocre; étant constant que la force centrifuge des corps qui tournent en rond avec une vitesse donnée, est en raison inverse du diametre, ou de la circonférence qu'ils décrivent, en sorte que diminuant à l'infini cette circonférence, on augmentera autant la force centrifuge.

XXIV.

Je me figure présentement, que tout cet amas de petits tourbillons qui remplit les vastes espaces du Monde, est parsemé de corpuscules très-subtils, durs ou solides, laissant entre eux des intervalles, si vous voulez, mille fois plus longs que le diametre d'un de ces corpuscules, je n'en détermine pas la longueur, il suffit que je conçoive très-clairement que chaque ligne droite tirée d'un point à l'autre, enfilera une infinité de ces petits corpuscules, dont je puis supposer les intervalles à peu-près égaux, puisque les corpuscules sont uniformément dispersés parmi les petits tourbillons, quoique les corpuscules eux-mêmes puissent être de différente grandeur.

XXV.

Ces corpuscules demeureront tous en repos, les plus & les moins grands, comme le hazard les a placés, étant également pressés de tout côté par les tourbillons qui les environnent; mais dès qu'une force nouvelle survient d'un côté qui pousse ou chasse un de ces corpuscules de sa place suivant une certaine direction, l'équilibre ne pourra plus se soutenir, puisqu'il est clair que les petits tourbillons situés entre le

SUR LA PROPAGATION DE LA LUMIÈRE. 11
corpuscule poussé & le plus voisin sur la même ligne de direction, seront comprimés en forme de ressort, & pousseront par conséquent aussi ce second corpuscule, ensuite le troisième, le quatrième, &c. jusqu'à un grand nombre, avant que la compression soit entièrement achevée, ce qui étant fait, les tourbillons en se restituant sur le champ, repousseront les corpuscules, & même au de-là de leur centre de repos, presque autant qu'ils s'en étoient écartés de l'autre côté, d'où ils seront chassés & rechassés une seconde fois, & ainsi de suite, faisant un grand nombre de réciprocatons en forme d'oscillations ou de vibrations, mais très-petites & très-promptes.

XXVI.

Si je conçois maintenant que les corps qui sont originairement lumineux, tels que le Soleil, les étoiles, la flamme, les charbons ardents, &c. ne sont, ou ne contiennent autre chose qu'une infinité de particules solides, agitées en tous sens avec beaucoup de violence, qui frappent sans cesse contre l'éther élastique, sous lequel le corps qu'on nomme *lumineux*, est enveloppé, je veux dire contre cette matière composée de petits tourbillons, avec de petits corpuscules entremêlés, qui environne immédiatement le corps lumineux; je vois clairement que chaque point physique de la surface de ce corps doit être capable d'exciter une infinité de rayons; sçavoir, autant qu'il y a de lignes droites tirées de ce point comme d'un centre vers la surface d'une sphere.

XXVII.

Car chacune de ces lignes droites remplie de petits tourbillons, & chargée de petits corpuscules de distance en distance, doit recevoir par le point lumineux un ébranlement violent qui condense les premiers tourbillons voisins, & ceux-ci condensés, chassent les corpuscules de leur centre d'équilibre, ce qui produit, ainsi que nous l'avons expliqué, des vibrations tout le long de chaque ligne droite qui part du point lumineux.

12 RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES
XXVIII.

Il n'est pas nécessaire de déterminer la longueur de ces lignes droites depuis l'origine jusqu'à la fin de la première compression, cela dépend de la grosseur des corpuscules de l'intervalle, ou de la file des petits tourbillons entre les corpuscules, & de plusieurs autres circonstances qu'il seroit difficile de connoître. Il suffit que je fasse voir qu'il faudra toujours un même temps à la lumière pour parcourir une grande distance donnée, quelque longueur qu'on veuille attribuer à chacune de ces lignes droites, que je nommerai désormais *fibres lumineuses*, en sorte qu'un rayon de lumière est une suite ou une chaîne composée d'un grand nombre de fibres lumineuses mises bout à bout sur une longue ligne droite, au moins pendant que la lumière s'étend dans un milieu uniforme.

XXIX.

C'est déjà un grand avantage que cette méthode d'expliquer la propagation de la lumière, montre d'abord la raison physique pourquoi elle se fait en ligne droite dans un milieu de consistance uniforme. M. Huygens ne pouvant démontrer cette propriété par sa *Méthode des Ondes*, quoique d'ailleurs très-ingénieuse, se contente de faire remarquer que la lumière doit se faire sentir le plus sensiblement suivant la direction de la ligne qui coupe perpendiculairement toutes ses ondes; mais s'ensuit-il pour cela qu'on n'en sentira pas le moindre effet, dès que la direction devient tant soit peu oblique? Pourquoi, par exemple, les rayons du Soleil entrant par un petit trou dans une chambre obscure, font-ils voir son image si bien terminée & si directement opposée, sans qu'aucune trace de quelque foible lueur paroisse autour de l'image qui est précisément la base d'un cône, dont le sommet est dans le centre du trou, & opposé en même temps à l'autre cône, qui a pour base le disque du Soleil lui-même, selon les règles de l'Optique ordinaire? On ne doit pas m'objecter la petite penombre qu'on observe à la circonférence de l'image, car cette penombre est en dedans

SUR LA PROPAGATION DE LA LUMIÈRE. 13
de la circonférence, & n'existeroit nullement, si le Soleil
n'étoit qu'un seul point lumineux.

XXX.

Il semble du moins que la nature de la lumière devoit
imiter en quelque façon celle du son qui, comme nous verrons
bien-tôt, a beaucoup d'affinité ou d'analogie avec la lumière
par rapport à leur production & leur progrès. Or l'expérience
montre assés que le son se fait entendre non seulement en
ligne droite depuis son origine, mais aussi quoique plus foiblement,
en procédant par des obliquités & des détours, ce
que les rayons de lumière ne font nullement, à moins qu'ils
ne soient réfléchis à la rencontre d'un corps opaque, où
rompus, en passant par une matière transparente de différente
densité, continuant d'ailleurs toujours leur cours en ligne
droite aussi long-temps qu'ils sont dans un milieu uniforme.

XXXI.

En faisant attention à la constitution des corpuscules solides
entremêlés dans tout l'amas des petits tourbillons, qui
nous viendra dans la suite sous le nom d'*Ether élastique*,
nous trouverons très-probable que ces corpuscules sont de
différente grosseur, situés entr'eux confusément & sans ordre,
pendant qu'ils sont encore en repos : nous serons même
obligés de supposer les plus gros corpuscules d'une petitesse
extraordinaire, pour les concevoir capables de recevoir par
la force agitative de l'éther élastique une accélération suffisante
pour produire cette prodigieuse rapidité avec laquelle
la lumière parcourt des distances immenses.

Il n'y a rien là qui choque la raison ; la divisibilité à
l'infini de la matière permet de donner à nos corpuscules
telle subtilité que nous jugerons convenable à notre dessein,
M.^{rs} Huygens & Newton ayant fait la même supposition
dans leurs systèmes.

XXXII.

Considérons présentement ce qui se fera, lorsque la matière,
dont l'agitation violente est la source de la lumière, ou lorsqu'un
point seulement de l'objet lumineux vient à

frapper subitement l'éther élastique, & à le repousser tout à la rônne comme du centre vers la circonférence ; nous voyons que du premier coup l'éther repoussé se condensera à la rencontre & par l'opposition des corpuscules les plus proches, lesquels par conséquent seront chassés dans le moment de leurs places, ce qui ne se peut faire sans qu'ils condensent l'éther contenu dans les seconds intervalles, & que par-là soient mis en mouvement les seconds corpuscules, ensuite les troisièmes, les quatrièmes, &c. jusqu'aux derniers, qui ne cederont plus sensiblement de leur place, parce que l'impétuosité du choc s'absorbe enfin après la compression parvenue à un certain degré.

X X X I I I.

Ainsi voilà une infinité de fibres lumineuses rectilignes, lesquelles excitées par l'ébranlement d'un point physique sur la surface du corps lumineux, partent de ce point, & tendent comme du centre vers la circonférence. Cependant quoique les corpuscules nagent dans l'éther pêle-mêle, les plus gros avec ceux qui le sont moins, avant qu'ils soient agités par la matière de la lumière; il faut pourtant être persuadé que quand l'agitation survient, les corpuscules se sépareront & se rangeront de telle manière, que toutes les fibres soient composées de corpuscules égaux; les unes, de ceux qui sont d'une telle ou telle grosseur, d'autres fibres qui sont composées d'autres corpuscules égaux, d'autres encore composées de corpuscules égaux d'un autre genre de grosseur, & ainsi pour toutes les espèces de fibres. Enfin cela dépend du hazard, selon qu'une certaine fibre qui se produit a son premier corpuscule, qui est le plus proche du point lumineux, d'une certaine grosseur, cela suffit pour faire que tous les corpuscules de la même grosseur, qui se trouvent entre les deux extrémités de la fibre, y demeurent & commencent à participer à l'agitation du premier corpuscule; les autres, plus ou moins gros, n'ayant pas la disposition de suivre avec la même facilité l'ébranlement primitif, seront expulsés de côté & d'autre de la fibre, pour aller se ranger parmi leurs semblables en d'autres fibres qui leur conviennent.

Ces sortes de mouvements communicatifs dans les corps d'une même disposition au mouvement, sont quelque chose de fort ordinaire à la Nature; nous voyons, par exemple, que plusieurs cordes de Musique, tendues tout près les unes des autres, dont quelques-unes sont mises à l'unisson; nous voyons, dis-je, qu'une de ces dernières étant pincée, fera tremousser sensiblement toutes celles qui sont tendues sur le même ton, & laissera en repos toutes les autres, quoique les plus proches, qui sont tendues sur des tons différents, si ce n'est l'octave & la quinte, qui recevront aussi quelque petite impression sensible; mais en général les cordes qui donnent des tons fort dissonants ne font aucune impression les unes sur les autres, lorsqu'elles sont touchées ou pincées successivement. La raison de tout cela est sans doute la conformité ou la disformité de disposition au mouvement, laquelle fait que l'air ébranlé par la corde pincée communique aisément le même tremoussement aux unes qui sont disposées à le recevoir, & n'en communique rien à celles qui n'y sont pas disposées.

XXXIV.

La réflexion que je viens de faire sur la diversité des fibres lumineuses, me donnera occasion de parler des différentes couleurs des rayons que l'on y remarque, lorsqu'ils se séparent par la réfraction ou par la réflexion, & d'entrer par-là dans la discussion de l'ingénieux système sur l'origine des couleurs, donné par M. Newton dans son Optique. Ce célèbre Auteur attribué aussi la diversité des couleurs à la différente grosseur des petits corpuscules solides; mais il prétend que ces corpuscules viennent du corps lumineux lui-même, & en partent par un mouvement de transport très-rapide depuis la source de la lumière jusqu'aux objets qui la reçoivent: au lieu que, selon ma Théorie, ces corpuscules capables de faire sentir la lumière, se trouvent par-tout dispersés dans l'éther élastique, & que sans sortir loin de leur centre de repos, ils forment une infinité de fibres lumineuses autour de chaque point sur la surface du corps lumineux. Je ferai voir comment

chacune de ces fibres une fois formée se multiplie & s'étend toujours en ligne droite à des distances énormes avec une excessive rapidité. Ces fibres ainsi répétées & multipliées, chacune suivant sa première direction, seront ce qu'on nomme les rayons de lumière, dans l'extension desquels consiste la propagation.

XXXV.

Il faut donc considérer de plus près la génération, la nature, l'action & d'autres symptômes de nos fibres lumineuses. Nous avons déjà vu de quelle manière l'éther élastique ou les petits tourbillons comprimés ou condensés par l'impulsion d'un point du corps lumineux, chassé de sa place le premier corpuscule d'une fibre, celui-ci chasse le second par la compression de l'éther interjeté, le second chasse le troisième, & ainsi de suite jusqu'à l'extrémité de la fibre, où la condensation de la matière éthérée étant parvenue à son plus haut degré, ne prend plus d'augmentation sensible, & commence par conséquent à se restituer, en repoussant les corpuscules en sens contraire jusques par de-là leur centre de repos, d'où ils rebrousseront, & feront ainsi des allées & des revenus en forme d'oscillations très-promptes, que j'appellerai *vibrations longitudinales*, parce qu'elles se font suivant la longueur & dans la direction même de la fibre, au lieu qu'une corde tendue, lorsqu'elle est tirée un peu hors de sa situation rectiligne, & puis lâchée subitement, fait des vibrations *latitudinales* en direction perpendiculaire à la situation naturelle de la corde.

XXXVI.

Je prouverai deux choses : 1.^o Que chaque fibre lumineuse étant en agitation forte ou foible, fait ses vibrations longitudinales en temps égaux, c'est-à-dire, qu'elles seront Tautochrones; tout comme on a prouvé ce tautochronisme dans les vibrations latitudinales des cordes de musique tendues. 2.^o Que les fibres lumineuses multipliées & mises bout à bout sur une ligne droite depuis l'origine de la lumière jusqu'à une telle distance que l'on voudra, où la lumière puisse

puisse être portée, se communiqueront leurs vibrations en temps égaux par égales distances; je veux dire que la lumière parcourt des espaces proportionnels aux temps, supposé que la propagation se fasse toujours dans un milieu uniforme. Pour cette fin, je démontre une proposition générale après ces deux définitions.

XXXVII.

DÉFINITION I. J'appelle *centre d'équilibre forcé*, le point où un corps placé entre deux ressorts bandés, lesquels font un effort égal pour se dilater en directions opposées, est par cela même retenu en équilibre, étant sollicité ou pressé de part & d'autre par deux forces égales & opposées.

DÉFINITION II. Le *centre d'équilibre oisif* est le point où un corps se trouve entre deux ressorts lâches ou débandés, en sorte qu'il demeure en équilibre ou plutôt en repos, par cela seul qu'il n'est point pressé ni d'un côté ni de l'autre.

XXXVIII.

PROPOSITION GÉNÉRALE.

Un corps mis dans un centre d'équilibre forcé, s'il en est déplacé par quelque cause que ce soit, jusqu'à un petit intervalle dans la direction des deux ressorts ou forces motrices opposées, il retournera sur ses pas, & fera des vibrations en temps égaux en forme d'oscillations tautochrones.

DÉMONSTRATION. Soit le corps mobile *P* sur la droite *MN* entre deux ressorts ou deux forces motrices contraires quelconques, mais égales, représentées par *PM* & *PN*, comme si c'étoit, par exemple, deux ressorts bandés également, l'un appuyé contre le point fixe *M*, & l'autre contre le point fixe *N*, le premier faisant effort pour pousser le corps *P* vers *N*, & l'autre pour le pousser vers *M*. Soit exprimée chacune de ces deux forces par la perpendiculaire *PB*; voilà donc le corps *P* dans son centre d'équilibre forcé. Soit maintenant la courbe *DBF*, dont les ordonnées *GL*, *gl*, marquent les forces motrices du ressort *PN*, lorsqu'il

Fig. 1,

s'est dilaté jusqu'en G , ou reserré en g ; soit aussi la courbe ABC , dont les ordonnées GE , ge , expriment les forces motrices de l'autre ressort opposé PM , lorsqu'il se resserre en G , ou se dilate en g .

D'abord il est clair qu'au centre d'équilibre forcé P l'appliquée PB sera commune aux deux courbes DBF , ABC , & passera par leur intersection B , parce que le corps P y est également pressé, mais en sens contraires PN & PM . Mais le corps P venant à être délogé de P pour se transporter, par exemple, en G , le ressort PN se dilatera en NG , & ne gardera que la force GL , avec laquelle il tâche de le pousser plus loin vers M , pendant que l'autre ressort PM , reserré en GM , acquiert une plus grande force GE , avec laquelle il repousse le corps vers N ; c'est donc avec l'excès EL , dont la force GE surpasse la force GL , que le corps en G est poussé ou sollicité vers le centre P . Or, pendant que l'éloignement PG est assés petit, le triangle mixte EBL peut passer pour un triangle rectiligne; donc EL est à PG pour tous les autres éloignements en raison constante, c'est-à-dire, les forces motrices ou accélératrices (car c'est la même chose où il n'y a qu'un corps à considérer) sont proportionnelles aux distances du centre. Il en est de même, lorsque le corps P est transporté de l'autre côté en g ; donc selon la propriété connue de ces forces, le corps P fera des vibrations tautochrones pour des excursions égales ou inégales. *C. Q. F. D.*

XXXIX.

COROLLAIRE. De-là il paroît que les tremoussements d'un corps élastique, quand il est dans un état de compression, & par conséquent chacune de ses petites particules dans son centre d'équilibre forcé, pendant que le corps & toutes ses parties sont en repos, les tremoussements, dis-je, seront tautochrones, lorsque ce corps vient à être frappé, ou violemment ébranlé.

XL.

SCHOLIE. Il faut remarquer que l'équilibre forcé est

absolument nécessaire, pour que les trémoussèments, grands ou petits, soient tautochrones. Car quand les petites parties, étant en repos, ne sont pas pressées par les deux côtés opposés, ou, ce qui revient au même, quand elles sont simplement dans un équilibre oisif, alors le tautochronisme du trémoussèment ou des petites vibrations n'aura plus lieu.

X L I.

Pour m'expliquer plus clairement: soit MP un ressort unique fixé en M & libre en P , en sorte qu'il soit entièrement débandé, lorsqu'il est dans son état naturel. Soit AEP la courbe des forces motrices de ce ressort, dont les appliquées GE marquent sa force dilatative, lorsque de l'espace MP il est resserré dans un moindre MG . Soit aussi PEC la courbe des forces contractives, dont les appliquées ge expriment les forces avec lesquelles le ressort cherche à se raccourcir, lorsque de son état naturel MP , il vient à être étendu par un espace plus long Mg . Nous savons que la Nature n'opère jamais les changements que par degrés infiniment petits; donc le ressort MP réduit en MG , où il a la force GE , ne perdra pas brusquement toute sa force, lorsqu'il se sera dilaté jusqu'à son centre de repos naturel P , mais cette force périra insensiblement comme en s'évanouissant, tellement que l'angle EPG sera infiniment petit, ou un angle de contact; il en est de même des forces contractives ge qui naissent aussi graduellement pour faire un angle de contact ePg , en sorte que la droite MPN sera la commune tangente des deux courbes AEP & PeC . Cela étant ainsi, on fait que les arcs PE , pris sur la courbe PEA , aussi-bien que les Pe , pris sur la courbe PeC , quelque petits qu'ils soient, ne peuvent plus passer pour de petites lignes droites, comme dans le cas de deux ressorts antagonistes bandés, où les angles EBL, eBl (Fig. 1.) sont des angles finis. Car ici les petits arcs PE, Pe , ayant toujours la nature des paraboles ordinaires, pourvu que la convexité des deux courbes PEA, PeC , soit finie en P , les appliquées GE, ge , ne seront pas proportionnelles aux simples abscisses PG, Pg , mais elles

Fig. 2.

20 RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES
seront en raison des quarrés de ces abscissés, conformément
à ce qu'a déjà démontré M. Newton dans ses *Princ. Philos.
Nat. lem. 11. coroll. 1. liv. 1.*

XLII.

Fig. 2.

Après cette démonstration, on voit qu'un corps *P*, placé à l'extrémité d'un ressort *MP*, tout-à-fait lâche & débandé, ne sçauroit faire des vibrations tautochrones par la contraction & dilatation alternante de ce ressort, vu que ses forces motrices, dans l'un & l'autre état, ne seroient pas proportionnelles aux éloignements du centre d'équilibre oisif *P*. Ce seroit la même chose, si le corps *P* étoit mis entre deux ressorts directement opposés, mais débandés & sans force; car, en vertu de notre démonstration, le point *P*, où le corps se trouve sans être pressé ni tiré par les ressorts, n'étant toujours qu'un centre d'équilibre oisif, les vibrations, que le corps seroit par l'ébranlement des ressorts, ne seroient jamais tautochrones dans les excursions inégales, parce que les forces motrices ne se trouveroient ici, non plus que dans le cas d'un seul ressort, proportionnelles aux distances du centre d'équilibre oisif.

XLIII.

A l'occasion de cette remarque, je ne ferai pas une chose désagréable ni inutile, en faisant une petite digression, pour montrer la fausse pratique qu'on observe dans l'Horlogerie, & le remede qu'on pourroit y apporter. M. Huygens, entre autres belles inventions, imagina le premier le moyen d'ajuster au Balancier d'une Montre de poche un petit ressort spiral pour en rendre les balancements tautochrones, à l'imitation des grandes Horloges à pendule, dont le même Auteur est aussi le premier inventeur; il est pourtant vrai que, quoique ce spiral serve beaucoup à rectifier le mouvement du balancier, il s'en faut pourtant bien que de la manière qu'on l'applique, il fasse tout l'effet qu'on en souhaite: la raison en est manifeste par ce que nous venons d'expliquer; car ce ressort spiral étant unique, il est visible que quand le balancier est dans l'inaction ou en repos, le point où est

attaché le spiral est le centre d'équilibre, mais c'est un équilibre *oiff*, puisque le ressort n'étant ni comprimé, ni dilaté, n'exerce point de force sur le balancier, sans cela il ne pourroit pas se maintenir dans l'équilibre. Quand donc le balancier se met en mouvement par la force des rouës, & que le petit ressort spiral commence à jouer & à subir alternativement ses compressions & ses dilatations, on voit bien, par notre raisonnement, que les excursions ne seront pas proportionnelles aux forces motrices du spiral pour pousser le balancier, & pour le ramener ensuite, comme elles devroient l'être, pour rendre ces réciprocatons tautochrones.

X L I V.

Il semble qu'on s'est aperçu de cet inconvénient, quoique sans en pénétrer la véritable raison : c'est pourquoi quelques-uns se sont avisés d'ajuster au balancier deux ressorts spiraux dont les spires alloient à contre-sens ; M. du Fay, qui lui-même a imité cette pratique, mais pour un autre usage, fait mention d'un M. du Tertre, sans doute Horlogeur, qui fit voir à l'Académie une Montre, au balancier de laquelle il avoit ajusté deux ressorts dans la même vûë, & l'on jugea que cette invention avoit son utilité. Mais cette vûë, dans laquelle le S.^r du Tertre s'est servi d'un double ressort spiral, étoit, selon le rapport de M. du Fay, pour remédier au changement de l'élasticité du ressort, provenant, à ce qu'ils croyoient, du changement de la température de l'air, au lieu qu'il falloit plutôt songer à un moyen de faire avoir aux ressorts spiraux des forces motrices proportionnelles aux excursions du centre d'équilibre.

*Voy. les Mem.
de 1731.
p. 432.*

X L V.

Quoi qu'il en soit de l'invention du double ressort spiral, si ce n'étoit qu'en cela que consistât la dernière perfection des Montres à ressort en spirale, la gloire de la première invention en seroit dûë à l'illustre M. Leibnitz, puisque, selon ce que dit M. de Neufville dans la Vie de M. Leibnitz, imprimée à Amsterdam en 1734. « Ce sçavant homme » ayant entendu parler avec éloge de la nouvelle invention

*Tome 8.
p. 188. 6.
189.*

» de M. Huygens, proposâ lui-même, à peu-près vers le même
 » temps, dans les *Transact. Philos.* (*N.^o 113. p. 285. mensé*
April. an. 1675.) une autre idée pour perfectionner la con-
 » struction des Montres ; que c'étoit d'employer dans le mouve-
 » ment deux balanciers & deux ressorts qui se banderoient &
 » se débandoient alternativement sans interruption. »

X L V I.

Cependant on a beau ajuster au balancier deux ressorts en spirale, ou tant d'autres que l'on voudra, on n'avancera jamais à rendre le tautochronisme au mouvement du balancier, à moins qu'on ne mette les deux spirales dans un centre d'équilibre forcé. M. de Neufville se trompe, quand il pense
 « que la théorie n'a plus rien à y ajouter, & que tout ne dépend que du travail ; que du moins ce seroit à des personnes
 » du génie & de l'adresse d'un Sully, d'un Graham, d'un le Roy, à inventer quelque chose de neuf & à l'exécuter. »

Les plus habiles maîtres, en fait de pratique, ne sont pas toujours ceux qui entendent le mieux la Méchanique, & moins encore les loix de la plus sublime partie de cette science, qu'on appelle la *Dynamique*. Ce n'est donc pas d'eux qu'il faut attendre ce qu'il faut faire pour obtenir la dernière perfection des Montres : on peut être adroit à exécuter, mais moins heureux à inventer ; souvent leurs inventions ont l'apparence de réussir, mais si l'on en vient à l'épreuve, le succès ne répond pas toujours à l'imagination. Il ne s'agit pas ici de fabriquer des ressorts spiraux qui pressent le balancier avec des forces selon une loi donnée pour toutes leurs dilatations, on n'en viendrait peut-être jamais à bout ; mais c'est à sçavoir seulement de quelle manière il faut appliquer au balancier deux ressorts ordinaires, mais dont les spires soient à contre-sens, pour qu'ils produisent le tautochronisme dans l'agitation du balancier.

X L V I I.

Pour cette fin, il n'y a qu'à les appliquer en sorte que le point où ils sont attachés à l'arbre du balancier soit dans un équilibre forcé, lorsqu'il n'est pas en mouvement ; il faut

donc que dans cet état de repos chaque ressort soit comprimé ou resserré, & point débandé entièrement, comme on le fait dans la pratique ordinaire ; il faut même observer que quand le balancier fait ses vibrations, les plus grands allongemens alternatifs de chaque ressort n'aillent jamais jusqu'à l'entière extinction de la force qu'il auroit de s'allonger ou de s'étendre encore davantage, s'il n'en étoit empêché & retiré par son antagoniste.

XLVIII.

Quant à la figure de ces petites lames élastiques, je préférerois à la spirale, tant pour la commodité que pour l'exactitude, la figure ondoyante, telle que feu M. de la Hire a ingénieusement inventée & communiquée dans les Mémoires de 1700 p. 166.

Selon la description qu'il en fait, ce ressort auroit un grand avantage sur le spiral, s'il n'avoit pas le défaut commun avec celui-ci, qui est, qu'en n'employant qu'un seul ressort ondoyant, comme l'Auteur le prescrit, on voit bien que dans l'état de repos du balancier, le point de la fourchette, par où l'extrémité du ressort tient au balancier, seroit un centre d'équilibre oisif, par conséquent incapable de rendre les vibrations tautochrones, par les raisons susdites (§. XLIII.). C'est pourquoi, pour perfectionner cette belle invention, je conseillerois d'appliquer au côté opposé un autre ressort ondoyant, antagoniste, & semblable au premier, observant au reste les mêmes conditions & les mêmes précautions que j'ai recommandées pour les ressorts à spirale, afin d'obtenir un centre d'équilibre forcé.

Tout ce qu'il y auroit encore à insinuer là-dessus, c'est de faire en sorte que les excursions de ce centre ne soient pas trop longues, auquel cas les forces motrices des ressorts cesseroient d'être proportionnelles aux éloignemens du centre de repos ; ni trop courtes, parce que le balancier seroit trop sujet à s'arrêter.

Explication analytique de la nature & du mouvement des Fibres lumineuses & des Fibres sonores.

Après la digression que je viens de faire sur la manière de disposer les ressorts, pour qu'ils fassent leurs vibrations plus ou moins étendues, toujours en temps égaux, je retourne à mon sujet.

La propagation de la Lumière & celle du Son ont une si grande affinité entr'elles, comme je l'ai déjà dit, que l'on peut fort commodément & avec utilité traiter les deux matières en même temps. Le son, aussi-bien que la lumière, prend son origine par la production des fibres qui s'excitent immédiatement à l'endroit où le corps, qu'on appelle *sonore*, ébranle l'air circonvoisin, lesquelles fibres ensuite s'étendent, en se multipliant, comme je l'expliquerai, à des distances plus ou moins grandes, selon la grandeur de la force avec laquelle le corps sonore frappe l'air qui le touche ; je les appellerai *Fibres sonores*, comme j'ai appelé celles de la lumière *Fibres lumineuses*. Dans l'essentiel, ces deux sortes de fibres ont la même nature, car les unes & les autres demandent un milieu élastique, toujours dans un état de compression, dont les parties s'efforcent sans cesse de s'étendre, mais qui sont toujours contrebalancées par les forces égales des parties voisines. C'est en de tels milieux élastiques que les fibres des deux especes s'engendrent ; les fibres lumineuses se forment dans l'éther infiniment subtil & composé de tourbillons d'une petitesse inconcevable, dont les parties continuellement circulantes sur de si petites circonférences, acquièrent par cela seul des forces centrifuges quasi infinies ; c'est en quoi consiste l'énorme élasticité de l'éther, qui cause, comme nous verrons, l'excessive rapidité de la lumière.

L.

Mais c'est l'air grossier de notre atmosphère que nous respirons, qui transporte le son, l'expérience le prouve ; il a son élasticité, mais d'un degré incomparablement moindre que

que celle de l'éther, & au lieu que celui-ci doit mettre en agitation des corpuscules solides aussi extrêmement petits, ce qui aide à augmenter la vitesse des fibres lumineuses tremoussantes, l'air grossier n'a point d'autres corpuscules à agiter par ses condensations & raréfactions réciproques, que ses propres parties, lesquelles étant de masse sans comparaison plus grande que les corpuscules qui sont mêlés dans l'éther, joint à la faible élasticité de l'air par rapport à celle de l'éther, sont que les vibrations des fibres sonores, quelque rapide que paroisse la propagation du son, prise en elle-même, sont pourtant sept cens mille fois plus lentes que celle des fibres lumineuses. On voit encore de-là pourquoi les rayons de lumière vont toujours en ligne droite, parce que les corpuscules solides sont incompressibles, & ne peuvent ainsi s'étendre sur les deux côtés de leur direction; mais les petites parties de l'air qui dans les fibres sonores tiennent lieu de corpuscules, étant elles-mêmes condensables, on conçoit bien que quand elles viennent à être pressées pardevant par l'agitation longitudinale de la fibre, & qu'elles souffrent en même temps de l'opposition de la matière postérieure, ces parties se comprimeront sur la direction de la fibre, & s'étendront par-là en largeur sur les deux côtés, ce qui fera naître de nouvelles fibres accessoires qui sortent de la principale comme des branches, & qui peuvent porter aussi le son, quoique plus faiblement, par des voyes obliques, & non directement opposées à son origine.

L I.

Mais il ne s'agit ici que de l'impression longitudinale qui se fait selon la longueur de la fibre, pour en déterminer la loi des vibrations, & tout ce qui en résulte; & comme la nature de cette action est commune à la fibre lumineuse & à la sonore, la démonstration analytique que je vais faire, servira pour l'une & pour l'autre.

Soit donc un espace rectiligne *AG*, contenant des corpuscules ou des particules égales en masse *B, C, D, E*, &c. & distantes par des interstices égaux, remplis d'un fluide

Prix 1736.

D

Fig. 3.

élastique comprimé très-subtil, que je considère comme un ressort sans matière. Ainsi avant l'agitation, chaque particule étant pressée également par les deux côtés opposés, sera dans son centre d'équilibre forcé. Concevons qu'une de ces particules, par exemple, D , reçoive une violente percussion, qui la faisant sortir de son centre d'équilibre, la pousse jusqu'en d , il est clair que le fluide élastique DC , comprimé par-là, chassera incontinent la particule C en c , en sorte que le fluide DC occupera présentement une moindre étendue dc . Mais cela ne se peut faire sans que le filament CB se condense & se transporte en même temps en cb , en poussant la particule B en b , de manière que Bb sera plus petite que Cc , comme Cc est plus petite que Dd , & ainsi de suite par un grand nombre de filaments élastiques, jusqu'à ce que la densité devienne si grande vers l'extrémité, que l'accroissement de leurs compressions ne soit plus sensible; ce sera donc là, par exemple en A , que sera le terme d'un côté de la demi-fibre DA .

LII.

Considérons maintenant ce qui se fera de l'autre côté, dans le moment que la particule D va en d ; il est aisé de comprendre que le filament ou le fluide ED ne trouvant plus tant de résistance du côté de D , se raréfiera en s'étendant vers ce côté, & que par conséquent la particule E perdant son équilibre, sera poussée en e par le filament plus dense EF . Par la même raison la particule F se jettera en f , & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'à la fin la propulsion, allant toujours en diminuant de distance en distance, s'évanouisse entièrement; posons que le terme des diminutions soit en G , jusqu'où aillent les propulsions décroissantes Ee , Ff , &c. dans le même ordre & de la même quantité que les antécédentes font leurs excursions par Dd , Cc , &c. jusqu'à l'autre terme A , en sorte qu'après un nombre innombrable de propulsions faites de part & d'autre, la longueur DA devienne sensiblement égale à la longueur DG . C'est donc la ligne entière AG que j'appelle une fibre, soit lumineuse, soit sonore.

L I I I.

Les particules *B, C, D, E, F, &c.* étant ainsi resserrées vers *A* par leurs transports en *b, c, d, e, f, &c.* & dilatées vers *G*, il est visible que la matière élastique, condensée du côté de *A*, & raréfiée du côté de *B*, repoussera incontinent les mêmes particules, & les fera aller au de-là de leurs centres de repos *B, C, D, E, F, &c.* qui sont autant de centres d'équilibre forcé jusqu'en *(b), (c), (d), (e), (f), &c.* tellement que les intervalles *B(b), C(c), D(d), &c.* seront respectivement égaux aux précédentes excursions *Bb, Cc, Dd, &c.* comme dans toutes les réciprocatons oscillantes, excepté qu'après plusieurs vibrations ce mouvement languit jusqu'à son entière extinction. On voit donc que toutes les vibrations de la fibre, fortes ou foibles, doivent être d'égale durée, ou qu'elles sont tautochrones, parce que chacune de ces particules, dans son état naturel, est dans son centre d'équilibre forcé, étant pressée également de côté & d'autre par la matière élastique.

L I V.

La première & principale fibre étant formée de la manière que nous l'avons expliqué, nous ferons voir comment une infinité d'autres fibres secondaires s'en formeront, qui seront toutes mises bout-à-bout sur une même ligne droite, & composées chacune de corpuscules ou de particules de grosseur égale à celles dont est composée la fibre principale. Pour en être au fait, il n'y a qu'à faire attention à ce qui doit arriver au moment que les particules *B, C, D, &c.* sont parvenues aux limites de leurs excursions en *b, c, d, &c.* on verra clairement que l'éther ou la matière élastique aux environs de *A* sera accumulée & condensée le plus fortement, laquelle par conséquent reprenant d'abord le dessus, & faisant effort pour se restituer en avant & en arrière, comme font tous les ressorts, non seulement elle repoussera les particules de la première fibre, mais se répandant aussi du côté opposé, elle mettra en agitation les particules qu'elle trouve dans la région *L*, & y produira une nouvelle fibre qui sera secondaire,

28. RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

mais semblable & égale à la première, composée de particules ou de corpuscules de même grosseur que ceux de la première (§. XXXIII.). On voit que quand la fibre principale ou la première finit sa première vibration, & va commencer la seconde, la nouvelle fibre commence sa première vibration.

L V.

Par la même raison & de la même manière, la seconde fibre en engendre une troisième, la troisième une quatrième, & ainsi consécutivement, selon que la violence de la première peut étendre sa force plus ou moins au loin, & chacune de ces fibres secondaires commence sa première vibration dans le moment que la précédente acheve la sienne pour commencer la seconde. D'où il suit qu'à chaque retour de la fibre principale, il s'en forme une nouvelle, qui fait sa première vibration. Ainsi, par exemple, la centième fibre se forme & commence sa première vibration, lorsque la principale vient d'achever sa centième vibration. Il y aura donc à chaque moment autant de fibres nouvellement produites, que la principale a déjà fait de vibrations, dont par conséquent la multitude indiquera le nombre des fibres. Cette considération nous servira très-utilement à déterminer la vitesse du son & celle de la lumière, puisqu'il ne faut que bien déterminer le petit temps que chaque vibration demande, ce que je ferai d'une manière assés semblable à celle dont on s'est servi pour déterminer les petites durées des vibrations d'une corde de musique tendue : car dans les unes & les autres les vibrations, grandes ou petites, fortes ou foibles, sont toujours tautochrones.

L V I.

Ce que l'on a dit sur la formation des fibres secondaires qui s'étendent depuis l'extrémité *A* de la principale suivant la direction *AL*, doit être entendu aussi de celles qui se forment de l'autre côté *G* dans la direction opposée *GM*, puisqu'il s'en fait autant d'un côté que de l'autre, supposé qu'il n'y ait point d'empêchement qui en interrompe la

continuation. Prenant donc le point *D* pour l'origine de la lumière ou du son, & considérant ce point comme le centre d'une grande Sphere, nous comprendrons que tous ses diametres seront autant de fibres composées chacune d'une principale & de secondaires mises bout-à-bout jusqu'à la surface de la sphere d'activité, & ces chaînes de fibres qui partent du centre *D*, sont ce qui nous vient sous l'idée de *Rayons de lumière*, si c'est la lumière originale qui les excite en frappant contre l'éther élastique, & qui peuvent fort bien être appelés *Rayons sonores*, lorsque ce n'est que l'air grossier & élastique qui reçoit la première agitation par quelque corps frémissant.

L V I I.

Il faut se souvenir, quant aux fibres lumineuses, de ce que j'ai montré ci-dessus, qu'elles sont de différents ordres, les unes étant remplies de corpuscules d'une certaine grosseur, d'autres d'une autre grosseur, d'autres encore de grosseur différente, & ainsi de plusieurs autres, mais toujours que les corpuscules appartenants à une même chaîne de fibres ou à un même rayon, soient tous d'une égale grosseur. Ainsi à cause de l'extrême subtilité des rayons solitaires, un nombre prodigieux de tous ordres pourra être contenu sous un volume insensible, comme des poils très-fins dans un même pinceau, qui ne se distinguent les uns des autres qu'en se dispersant par la différente refrangibilité, & en représentant différentes couleurs, comme nous l'expliquerons en son lieu.

L V I I I.

Pour exposer plus précisément la propagation de la lumière, je m'attacherai à celle du son, parce que nous connaissons mieux la propriété & la force de l'élasticité de l'air que celle de l'éther, qu'on ne pourra déterminer que par l'effet, qui est l'excessive rapidité avec laquelle la lumière se transporte. Quand donc la particule *D*, dans le milieu d'une fibre principale, commence à être agitée ou ébranlée, il ne faut pas penser que dans le même moment toutes les autres particules qui doivent former la fibre, acquièrent ce

30 RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES
 mouvement conspirant nécessaire, pour que chacune fasse
 ses réciprocatons conjointement avec chaque autre; mais
 néanmoins cette première irrégularité qui leur ôteroit à
 chacune la liberté de faire des vibrations isochrones, est ter-
 minée bien vite, en s'accommodant les unes aux autres, à
 peu-près de la même manière qu'une corde de musique bien
 tendue, lorsqu'on la retire de sa situation rectiligne, prend
 une telle figure qu'on veut lui donner, par exemple, celle
 d'un triangle isocèle; mais dès qu'on l'abandonne, elle
 quitte cette figure après un petit nombre de vibrations, &
 converge très-promptement à la courbure d'une ligne qu'on
 nomme la *compagne de la roulette allongée*, que l'on a dé-
 montrée être celle que la corde tendue doit avoir, afin que
 toutes ses petites parties fassent conjointement leurs vibra-
 tions en temps égaux, & que de cette manière elles ne s'em-
 barassent pas les unes les autres dans leur mouvement. Il en
 est donc de même des vibrations d'une fibre, car celle-ci est
 élastique par compression, comme la corde est élastique par
 extension, toute la différence est que les vibrations de la
 fibre sont *longitudinales*, au lieu que celles de la corde sont
latitudinales, mais pour le reste les unes & les autres sont
 sujettes à une même loi, par rapport aux forces accéléra-
 trices qui en agitent les petites parties; ce que le calcul sui-
 vant prouvera pour la fibre sonore, applicable aussi à la
 fibre lumineuse, moyennant une hypothèse fondée sur l'ob-
 servation de M. Romer.

LIX.

CALCUL.

Pour supputer exactement la petite durée d'une seule
 vibration d'une particule quelconque de la fibre, car j'ai déjà
 prouvé que toutes les particules sont tautochrones & iso-
 chrones avec la fibre entière, j'avance d'abord que 1.^o les
 forces élastiques de l'air, ou de ce milieu élastique, qui
 remplit les interstices des particules à agiter, sont propor-
 tionnelles à ses densités, ce qui est vérifié par l'expérience;

que 2.^o les excursions *Bb*, *Cc*, *Dd*, sont censées être infiniment petites par rapport aux intervalles *AB*, *BC*, *CD*, &c. entre les particules. Que 3.^o en vertu de la première position, les forces motrices qui sollicitent ou pressent les particules par les deux côtés opposés en sens contraire l'un à l'autre, sont en raison inverse des espaces *Ab*, *bc*, *cd*, &c. dans lesquels sont réduits ou resserrés les intervalles *AB*, *BC*, *CD*, &c. par la compression qui se fait, quand la demi-vibration va vers *A*.

L X.

Considérons présentement une des particules intermédiaires, par exemple *C*, laquelle pendant qu'elle est encore en repos, est sans doute pressée également par les deux côtés opposés, étant dans le centre d'équilibre forcé; & il est visible que cette pression doit être égale au poids d'une colonne fort déliée, ou plutôt d'un filament d'air uniforme d'égale grosseur & d'égale densité avec la fibre, & dont la hauteur surpasse autant de fois la hauteur du Mercure dans le Barometre, que le Mercure est plus pesant que l'air, c'est-à-dire, que la hauteur de ce filament aérien contienne (suivant la position de M. Newton) la hauteur du Barometre 11890 fois; car alors le poids du filament verticalement érigé sera égal à la compression de la fibre, puisque le poids du premier entretient la fibre dans sa compression par le principe d'Hydrostatique. Nommons donc, avec M. Newton, cette hauteur connue du filament $= A$; & soit la gravité naturelle qui anime les corps terrestres $= g$: on aura le poids du filament aérien qui est en équilibre avec la fibre comprimée $= gA$, & qui sera par conséquent égal à la force élastique, avec laquelle chaque particule *C* est pressée par les deux côtés opposés, pendant qu'il reste dans son centre d'équilibre forcé.

L X I.

Il s'agit maintenant de trouver avec combien plus de force sera pressée la particule *C* d'un côté que de l'autre, après qu'elle sera déplacée de son centre d'équilibre & transportée

32 RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

en c , lorsqu'en même temps les deux particules voisines B & D sont transportées en b & d . Pour cela il n'y a qu'à déterminer l'excès, dont la force du fluide élastique contenu dans l'espace BC , mais resserré maintenant dans un plus petit espace bc , surpasse la force élastique de son antagoniste qui étoit contenu en CD , mais réduit aussi dans un plus petit cd , quoique pas tant plus petit que le précédent bc . Cet excès de force fera connoître la force motrice & la loi de l'accélération avec laquelle la particule C sera rechassée de c pour faire le retour de la vibration.

LXII.

A cette fin, soit AB ou BC ou CD , &c. $= a$, $Bb = r$, $Cc = s$, $Dd = t$; ce qui donne $bc = a + r - s$ & $cd = a + s - t$. Or puisque bc est à BC comme la force élastique naturelle du fluide contenu en BC est à la force du même, mais condensé en bc , nous aurons $a + r - s : a :: gA \cdot \frac{gAa}{a + r - s} =$ à la force élastique du fluide condensé en bc ; par la même raison nous aurons $\frac{gAa}{a + s - t} =$ à la force élastique du fluide condensé en cd ; donc l'excès de la première par dessus celle-ci, sçavoir $\frac{gAa}{a + r - s} - \frac{gAa}{a + s - t}$ ou $\frac{gAa(2s - t - r)}{(a + r - s) \times (a + s - t)}$ ou (à cause de r, s, t , infiniment petites auprès de a , quoique a lui-même soit infiniment petit par rapport à la longueur de la fibre AG) $\frac{gAa(2s - t - r)}{aa}$, donnera la force motrice, qui repousse la particule C parvenuë en c ; mais comme il y a autant de particules qu'il y a d'intervalles a , on doit exprimer la masse de chacune par a , donc divisant la force motrice $\frac{gAa(2s - t - r)}{aa}$ par la masse a , nous aurons la force accélératrice $= \frac{gA(2s - t - r)}{aa}$.

LXIII.

Puis donc que les particules de la fibre dans leur état de repos

repos, sont chacune dans un équilibre forcé, il faut (par le Lemme général) que toutes leurs petites vibrations soient tautochrones & isochrones ou synchrones entr'elles ; donc aussi les intensités des forces accélératrices seront par tout égales ; or l'intensité d'une force accélératrice s'exprime en la divisant par le chemin à faire jusqu'au point de repos, c'est-à-dire, par s pour la particule C . Ainsi on aura l'intensité de la force accélératrice $= \frac{gA(2s-t-r)}{aas}$ qui doit être égale à une constante pour toutes les autres.

LXIV.

Pour faire naître une idée nette de la relation entre toutes les excursions différentes des particules d'une fibre, & pour déterminer ensuite le petit temps de chaque vibration ; concevons aux points B, C, D , &c. appliquées perpendiculairement, les petites lignes $BC, C\kappa, D\lambda$, &c. égales à leurs respectives Bb, Cc, Dd , &c. Les points $\epsilon, \kappa, \delta, \epsilon$, &c. seront à une courbe $A\epsilon\kappa\delta\epsilon\phi G$, que je démontrerai être aussi la compagne de la Cycloïde fort allongée, tout comme l'est la courbe que forme la corde de musique tendue, lorsqu'elle est en vibration.

LXV.

Car d'autant que l'intensité $\frac{gA(2s-t-r)}{aas}$ doit être constante pour toutes les particules (§. LXIII.), divisant par le constant $\frac{gA}{aa}$, on aura encore $\frac{2s-t-r}{s} =$ à une constante ; or il est visible que le numérateur de cette fraction n'est autre chose que la différence des différences des trois appliquées consécutives r, s, t ; car $2s-t-r = (s-r) - (t-s)$. Nommant donc à la manière ordinaire chacune des trois appliquées t , l'abscisse depuis le centre D de la fibre $= y$; son élément constant dy , qui représentera a ou l'intervalle entre deux particules, de même que $t-s$ ou $s-r$ représente dt ou la première différence de l'appliquée t , & partant $(s-r) - (t-s)$ donne $-ddt$, ou la

seconde différence prise négativement, parce que les abscisses y croissans, les appliquées t décroissent; on obtiendra donc (pour la nature de la courbe ADG) en place de $\frac{2s-t-r}{s} =$ à une constante, cette équation (en forme ordinaire des équations différentio-différentielles) $-\frac{ddt}{t} = \frac{dy^2}{cc}$ où dy est constante, & c une autre constante prise arbitrairement, afin que $\frac{dy^2}{cc}$ devienne homogene à $-\frac{ddt}{t}$.

L X V I.

Il faut donc intégrer cette équation $-\frac{ddt}{t} = \frac{dy^2}{cc}$, sans cela on n'y connoîtroit encore rien; mais dans l'état où elle est, elle n'est pas intégrable, c'est pourquoi on l'y doit préparer, en la multipliant par $t dt$; de cette manière j'aurai $-dtddt = \frac{tdtdy^2}{cc}$, ce qui est manifestement intégrable; car, selon la regle ordinaire, je réduis cette équation à cette autre, qui ne contient que des différences du premier degré, sçavoir $\frac{1}{nn} dy^2 - dt^2 = \frac{tdy^2}{cc}$, où j'ai ajoûté, suivant la pratique, une constante $\frac{1}{nn} dy^2$ pour rectifier l'équation, qui sans cela auroit été incomplète, vu que le quarré négatif $-dt^2$ ne pourroit être égal au quarré affirmatif $\frac{tdy^2}{cc}$; outre cela, j'entends par n un nombre constant, mais très-grand, afin que $\frac{1}{nn} dy^2$ devienne comparable avec dt^2 , puisque dy seul doit être considéré comme incomparablement plus grand que dt . Cette réduction étant faite, on doit séparer les indéterminées, & ensuite intégrer, soit par quadrature, soit par rectification d'une courbe connue, si la chose est faisable, comme en effet j'aurai ici

$$y = n \int \frac{c}{n} dt : \sqrt{\frac{cc}{nn} - tt}, \text{ où le second terme est visiblement égal à un arc de cercle, dont le rayon } = \frac{c}{n}, \text{ \&}$$

le co-sinus $= t$, prenant cet arc un nombre de fois exprimé par n . C'est en quoi consiste précisément la nature qui convient à la compagne de la Roulette ou de la Cycloïde extrêmement allongée.

LXVII.

Or on a démontré dans les Commentaires de l'Académie de Petersbourg, que la même ligne convient aussi à la courbure que prend une corde de musique tendue par un poids, lorsqu'elle fait ses vibrations, qui sont aussi tautochrones : d'où l'on doit inférer que la fibre comprimée & la corde tendue suivent une même loi en faisant leurs vibrations. Si on conçoit, par exemple, une fibre aérienne, de la longueur d'une aune, comprimée par le poids d'un filament de même air de la hauteur A , & puis une corde fort subtile de la même longueur d'une aune, dont la quantité de matière soit précisément égale à la quantité d'air contenuë dans la fibre d'une aune, & que cette corde soit tendue par un poids égal au poids du filament aérien A ; il est clair, par tout ce que nous venons de dire, que les vibrations de la fibre & celles de la corde se feront également vite, & seront par conséquent d'égale durée. Car comme les circonstances sont tout-à-fait semblables dans l'une & l'autre, sçavoir, égales longueurs, égales quantités de matière à agiter, répandues uniformément, & enfin égales forces, compressive dans l'une & extensive dans l'autre; il en résulte nécessairement que les intensités des forces accélératrices soient aussi égales de part & d'autre, ce qui rend les vibrations longitudinales de la fibre synchrones avec les vibrations latitudinales de la corde, ou, ce qui revient au même, il y a un même nombre de vibrations, dans un temps donné, pour la fibre & pour la corde.

LXVIII.

Ainsi si nous voulons déterminer ce nombre, & déduire ensuite la vitesse de la propagation du son, nous n'avons qu'à consulter la formule donnée & démontrée par une double méthode, à l'endroit cité des Comment. de Petersb. *P. 25. & 27.*

Cette formule est exprimée par $\frac{p\sqrt{(D \times P)}}{\sqrt{(AB \times L)}}$, laquelle donne exactement le nombre des vibrations qui se font par une corde tendue par un poids donné pendant une seule oscillation d'un Pendule de longueur donnée; où il faut noter que AB signifie la longueur de la corde tendue, L la quantité de la matière, P le poids ou la force avec laquelle est tendue la corde, D la longueur du Pendule donné, & enfin le petit p signifie la circonférence du cercle dont le diamètre est $= 1$. Il est à remarquer, pour plus de confirmation, que M. Taylor a trouvé aussi en d'autres Lettres, quoique d'une manière un peu embarrassante & obscure, la même formule. (*V. Meth. Increm. p. 98.*)

L X I X.

Nous en ferons donc usage pour le cas présent de la fibre sonore représentée dans notre figure par AG , en substituant dans la formule générale, AG pour AB , & $\frac{A}{AG}$ pour $\frac{P}{L}$; ainsi il en viendra $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{\sqrt{(AG \times AG)}}$, c'est-à-dire, $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG} =$ au nombre de vibrations longitudinales de la fibre sonore faites à chaque fois que le Pendule donné D acheve une de ses oscillations. Ceci fournit maintenant une manière très-aisée de déterminer la vitesse du son, en se rappelant ce qui a été montré ci-dessus (§. LIV.) touchant la production successive des fibres secondaires, dont le nombre (qui fait le progrès du son ou sa propagation) est précisément égal au nombre de vibrations qui se font faites par la fibre principale pendant la production des secondaires, puisqu'à chaque vibration de la principale il se forme une nouvelle secondaire. Donc la même formule $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG}$ sert aussi à déterminer le nombre de toutes les fibres, depuis le centre de la principale, ou depuis l'origine du son jusqu'au point où le son est parvenu, & où il se fait entendre pendant la durée d'une oscillation du Pendule donné D .

C'est pourquoi je n'ai qu'à multiplier la longueur d'une fibre AG (quelle que soit cette longueur) par le nombre des fibres $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG}$, il me vient constamment en termes très-simples cette quantité donnée $p\sqrt{(D \times A)}$ pour la distance parcourüe par le son dans le temps d'une oscillation du Pendule D .

Il paroît d'abord étrange que sans connoître la longueur des fibres observée par la nature, on puisse connoître le total de la distance de toutes les fibres, prises ensemble, parcourües dans un temps donné ; mais on ne s'en étonnera pas, si on réfléchit un peu sur ce que deux différentes fibres de même matière, d'égale grosseur, & comprimées par des forces égales, mais qui sont d'inégales longueurs, font dans un temps donné le nombre de leurs vibrations en raison réciproque de leurs longueurs, & que le nombre des vibrations est aussi celui des fibres secondaires produites successivement ; d'où il est évident que, par exemple, cent fibres d'une longueur double ne demandent ni plus ni moins de temps pour être engendrées & mises en agitation, que deux cens fibres pareilles, mais d'une longueur simple.

Pour les cordes de musique d'égale grosseur & également tenduës, c'est une vérité connuë depuis long-temps, sçavoir, que la promptitude de leurs vibrations augmente à proportion qu'on en diminue la longueur ; c'est sur quoi on fonde l'explication de leur consonance ou dissonance.

L X X.

Nous allons faire voir avec quelle précision notre expression si courte & si aisée $p\sqrt{(D \times A)}$ s'accorde avec l'expérience que l'on a faite sur la vitesse du son ; je me servirai des mêmes suppositions de M. Newton, où il donne en mesure d'Angleterre, au Pendule D à seconde, la longueur de $39 \frac{1}{2}$ pouces, & fait la hauteur A d'une colonne d'air uniforme (qui tient en équilibre le Mercure dans le Barometre) = 356700 pouces ; item, la raison de p à 1 comme 93384 à 29725 : ce qu'ayant substitué, on aura

E iij

*V. Schot. ad
prop. 50. l. 2.
Princ. Philos.*

$$p\sqrt{D \times A} = \frac{93384 \sqrt{(39 \div \times 365700)}}{29725} \text{ pouces, pour la lon-}$$

gueur du chemin que le son parcourt dans une seconde de temps ; le calcul étant fait actuellement, on trouve, à fort peu près, 11747 $\frac{1}{2}$ pouces = 979 pieds d'Angleterre, moins un demi-pouce, ce qui est conforme à ce qu'a trouvé M. Newton dans l'endroit cité, quoique je ne sçache pas si ce n'est pas peut-être une voye fort indirecte qui l'y a conduit ; car, pour avouer la vérité, son long raisonnement dans les propos. 47, 48, 49, qui précèdent ce Scholie, & dans le Scholie même, me paroît si obscur & si perplez, que je ne puis pas me vanter de le bien entendre, sur-tout comme il raisonne dans la propos. 47. où il paroît difficile de démêler ce qu'il suppose d'avec ce qu'il veut prouver.

L. X X I.

D'ailleurs le nombre de 979 pieds, que j'ai trouvé avec M. Newton par ma théorie, étant environ d'une centaine ou davantage plus petit que le véritable nombre de 1080 pieds d'Angleterre observé par l'expérience ; M. Newton en rejette la cause sur ce que les particules solides entremêlées dans l'air, transmettent chacune dans un instant d'un bout à l'autre de son diametre la propagation du son ; ce qui fait, selon lui, que la somme des diametres de toutes les particules solides doit être ajoutée à la longueur de 979 pieds ; & pour trouver son compte, il donne à chaque diametre environ la 9^{me} ou 10^{me} partie de l'intervalle qui est entre les centres de deux particules les plus proches ; il leur en auroit donné davantage à proportion que le véritable nombre de l'espace du son auroit plus surpassé le nombre trouvé de 979 pieds. Mais on voit bien par notre théorie, que les diametres de ces particules solides ne peuvent être censées qu'incomparablement petites à l'égard de leurs interstices, vû que s'ils occupoient toute l'étendue d'une vibration, ils n'entreroient point encore en comparaison avec leurs distances. L'or, par exemple, qui a plus de 15000 fois plus de matière que l'air dans un même volume, ne laisse pas d'avoir ses pores assés

larges pour laisser passer très-librement la matière subtile ou l'éther ; que ne doit-on pas penser de la largeur des pores de l'air, qui ne sont autre chose que ces mêmes interstices entre les particules solides de l'air dont il s'agit ici ? C'est donc une autre raison plus essentielle qui fait trouver la propagation du son un peu moins vite qu'elle n'est en effet : c'est que l'on suppose dans la théorie, que la fibre, tant la sonore que la lumineuse, & toute la suite des secondaires, qui font le rayon, ne sont qu'une simple ligne droite partant du centre à la circonférence de la sphère d'activité, au lieu que véritablement ces fibres ou ces rayons sont de petits cones infiniment aigus, qui ont leurs pointes ou leurs sommets dans leur milieu, tout comme la fibre principale doit être formée, ayant visiblement la pointe dans son milieu, où est la source du son ou de la lumière.

En effet, une corde de musique tendue (dont nous avons démontré que les vibrations sont sujettes à la même loi que celles d'une fibre) une corde, dis-je, qui auroit une figure de double cone fort pointu, & dont le sommet commun fût au milieu, sera trouvée par approximation faire ses vibrations plus promptement qu'une corde uniforme par toute la longueur, toutes choses étant d'ailleurs égales ; je dis *par approximation*, car pour connoître la courbure de la corde vibrante, il faudroit sçavoir réduire à une équation différentielle du premier degré cette autre du second degré — $\frac{ddt}{t}$

— $\frac{yydy^2}{c^2}$, comme je l'ai fait de celle-ci (§. LXVI.)

— $\frac{ddd}{t} = \frac{dy^2}{cc}$: mais j'avouë que la réduction exacte

me manque encore ; cependant les méthodes des approximations montrent très-certainement que les cordes & les fibres coniques ont leurs vibrations plus rapides que celles qui sont uniformément épaissies, toutes les autres circonstances étant d'ailleurs égales.

L X X I I.

Puis donc que la différence du résultat n'est pas bien grande

entre ces deux sortes de fibres, je continuërai à les regarder comme des lignes droites physiques en forme de filaments, qui sont d'une petite grosseur par-tout égale. Or comme nous avons suffisamment démontré que l'action & les vibrations des fibres lumineuses & des fibres sonores sont d'une même nature, en ce que les unes & les autres se produisent successivement par leurs principales, & cela en telle manière que le nombre des fibres secondaires nouvellement formées répond toujours au nombre de vibrations de leurs principales, & que les vibrations sont tautochrones dans la lumineuse aussi-bien que dans la sonore; ce sera donc aussi dans cette succession & progrès de fibre en fibre que consiste l'extension ou la propagation de la lumière. Ainsi notre formule générale $p\sqrt{D \times A}$ trouvée ci-dessus (§. LXIX.) nous serviroit ici également pour déterminer la vitesse de la lumière, ou la longueur qu'elle parcourt dans un temps donné, si l'élasticité de la matière éthérée étoit connuë.

L X X I I I.

Mais A qui signifie une force constante avec laquelle l'air naturel est comprimé, & acquiert par-là une élasticité égale à la force A , connuë en tout temps par le poids du Vif-argent dans le Barometre; mais cette A , dis-je, requise pour la compression de la matière dans la fibre lumineuse, ne sçauroit être connuë *à priori* par aucune expérience; car l'éther, qui est imperceptible en toute manière, ne se laisse pas manier immédiatement comme l'air, dont on peut mesurer le ressort par différentes expériences. Selon notre théorie, l'élasticité de l'éther consiste dans la force centrifuge perpétuelle de la matière des petits tourbillons resserrés dans des circonférences extrêmement étroites, & circulants avec une rapidité nécessaire pour causer une force centrifuge aussi grande que l'on jugera convenable; par-là ces tourbillons s'appuyant les uns contre les autres, & se tenant ainsi en équilibre, produisent dans la masse de tout l'éther, & dans chacune de ses parties, ce ressort général ou cet effort avec lequel l'éther cherche continuellement à se dilater.

Je ferai donc ici le contraire par la voye indirecte, en allant de la vitesse de la lumière pour en tirer la force du ressort de l'éther, ce qui me sera facile à exécuter par l'application de la formule $p\sqrt{D \times A}$ qui donne la vitesse du son ou la distance qu'il parcourt pendant la durée d'une oscillation d'un Pendule donné D ; car la lumière étant, suivant l'observation de M. Romer, 700000 fois plus rapide que le son, il faut que 700000 $p\sqrt{D \times A}$ exprime la longueur du chemin de la lumière qu'elle fait pendant une seule oscillation du pendule D . Or 700000 $p\sqrt{D \times A}$ est $= p\sqrt{D \times 490000000000 A}$; donc le poids du filament A d'air uniforme & de la densité comme il est à la surface de la Terre, ce poids, dis-je, pris 490000000000 fois, montre la compression de la fibre lumineuse; d'où il suit que l'élasticité de l'éther lui-même a le même nombre de fois plus de force pour se dilater que n'a le ressort de notre air grossier. Ainsi lorsque ce ressort est capable de soutenir le Mercure dans le Barometre à la hauteur de 30 pouces, comme le suppose M. Newton, la force élastique de l'éther, s'il ne pouvoit pas pénétrer par les pores du tuyau, soutiendrait le Mercure dans le Barometre à la hauteur de 30×490000000000 pouces, ou 1225000000000 pieds, ce qui seroit plus de 61200000 lieues de France, en comptant 20000 pieds sur une lieue. On laisse à juger si on n'est pas en droit d'attribuer la cause de la plus parfaite dureté à une si prodigieuse force avec laquelle les parties d'un corps solide sont comprimées par l'éther les unes contre les autres, ainsi que déjà le P. Malebranche l'a heureusement conjecturé, & après lui feu M. Jacques Bernoulli dans son *Traité de Gravitate Ætheris*.

L X X V.

Dans le Traité d'Optique de M. Newton, on voit bien que cet Auteur reconnoît aussi que la force élastique de l'éther est excessivement grande; il la fait même, comme moi, 490000000000 fois plus grande qu'en est la force élastique

*Pag. 520:
& 521. edit.
de Paris 1722*

42 RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

Liv. 2. prop.
47. & suiv.

de l'air proche de la Terre. Mais il se contente de l'avancer sans démonstration, fondé apparemment sur son raisonnement obscur fait dans les Princ. Philos. De plus, l'élasticité de l'éther est chés lui une pure supposition, sans en alléguer aucune cause physique. Notre théorie satisfait à l'un & à l'autre, montrant clairement, 1°. Quelle peut être la cause immédiate de l'excessive élasticité de l'éther ; sçavoir, que cette élasticité peut provenir de la force centrifuge dans la matière des petits tourbillons. 2°. Quelle est la proportion qui regne entre l'élasticité de l'air & celle de l'éther, où nous avons démontré par notre formule très-simple $p \sqrt{D \times A}$, que la première force est à la seconde, comme le quarré de la vitesse du son est au quarré de la vitesse de la lumière. On peut remarquer ici en passant, que quand M. Newton considère la *gravité* comme une force attractive, il le fait dans ses Princ. Phil. en qualité de Géometre, sans se mettre en peine de la véritable cause physique de la pesanteur, comme il l'avouë lui-même en plusieurs endroits : ainsi ses partisans lui font tort, de lui prêter des sentimens sur la nature de la pesanteur, comme si c'étoit une qualité des corps essentielle & inhérente, contre sa propre déclaration, d'autant plus qu'il dit positivement, que les corps pesent vers la Terre, à cause qu'ils y sont poussés par la force élastique de l'éther. Voici comme il parle. » La force élastique de l'éther, dit-il, est
 » excessivement grande, elle peut suffire à pousser les corps
 » des parties les plus denses de ce milieu vers les plus rares avec
 » toute cette puissance que nous appellons *gravité*. »

V. Traité
d'Optique,
p. 520.

L X X V I.

De la Réflexion & de la Réfraction des Rayons de la Lumière.

Jusqu'ici nous avons expliqué en général la propagation de la lumière, en montrant l'origine & la formation successive des fibres lumineuses, qui la portent de fibre en fibre par le moyen de leurs tremoussements ou vibrations longitudinales. Nous en pourrions demeurer là, puisquela

question ne demande autre chose qu'une explication naturelle & intelligible de la manière dont se fait le progrès ou transport de la lumière depuis son origine jusqu'à de très-grandes distances, & cela, avec une rapidité inconcevable: cependant pour plus grande confirmation de la validité de mon système, je veux bien faire voir encore avec combien de facilité on en déduit les principales propriétés de la lumière, & les symptômes qui lui arrivent en certains cas: Tels sont l'égalité des angles d'incidence & de réflexion qui s'observe lorsque les rayons donnant obliquement contre une surface polie, sont obligés de se réfléchir vers le côté opposé à celui d'où ils viennent, en sorte que non seulement les deux angles obliques deviennent égaux, mais aussi que le rayon incident & son réfléchi se trouvent toujours dans le plan qui passe par le point d'incidence perpendiculairement à la surface, qui, par sa rencontre, cause la réflexion.

Une autre propriété plus remarquable que la première, est que le rayon de la lumière qui rencontre obliquement la surface polie d'une matière transparente de différente consistance, dans laquelle il va s'immerger, au lieu de continuer sa route en droite ligne avec le rayon incident, il s'en détourne en telle façon; que s'imaginant une perpendiculaire à cette surface tirée par le point d'incidence & prolongée, le sinus de l'angle d'incidence fait par le rayon incident avec la perpendiculaire, est au sinus de l'angle de réfraction fait par le rayon rompu avec la même perpendiculaire, toujours en raison constante, quelle que soit l'obliquité des rayons.

L X X V I I.

Quant à la première de ces deux propriétés de la lumière, savoir l'égalité des angles d'incidence & de réflexion, l'explication en est fort facile & trop claire pour m'y arrêter long-temps, d'autant plus que les corps à ressort parfait, qui heurtent obliquement contre d'autres corps durs & immobiles, observent généralement cette loi d'égalité entre les deux angles d'incidence & de réflexion; comme par exemple, une bille poussée contre le bourlet du billard, dont la raison se

44 RECHERCHES PHYSIQUES ET GÉOMÉTRIQUES
manifeste d'elle-même par la décomposition du mouvement. Or, chaque fibre lumineuse n'étant qu'une suite de corpuscules solides, qui, quoiqu'ils ne soient point élastiques par eux-mêmes, le sont pourtant par l'élasticité de l'éther, qui les tient toujours dans leur centre d'équilibre forcé, avant que de recevoir leurs vibrations, par conséquent dans un état, comme si eux-mêmes avoient un ressort parfait : il est visible que quand la fibre près de la surface polie commence à faire ses vibrations, celui des corpuscules tremoussants, qui donne obliquement contre la surface, sera obligé de réfléchir par un angle égal à l'angle d'incidence, ce qui détermine déjà, après la réflexion, la direction de la partie de la fibre qui doit engendrer d'autres fibres nouvelles, laissant l'autre partie d'en deçà du point d'incidence dans la direction qu'elle avoit. On voit donc la raison de l'égalité qui s'observe entre les deux angles d'incidence & de réflexion, sans qu'il soit besoin d'en parler plus amplement.

LXXVIII.

Je passe maintenant à considérer la réfraction de la lumière ou la propriété des rayons rompus, qu'on remarque lorsqu'ils passent d'un milieu dans un autre de différente nature ; qui est que les sinus des angles d'incidence & de réfraction ont pour toutes les obliquités une raison constante. On trouve sur cette matière dans les Actes de Leipsic 1701, au mois de Janvier, un Mémoire de M. (Jean) Bernoulli, où l'Auteur explique la loi de la réfraction, en la réduisant au principe connu de Statique, en vertu duquel trois puissances quoiqu'inégales, qui agissent sur un point mobile en diverses directions, observeront un équilibre parfait entr'elles, lorsque deux quelconques de ces puissances sont réciproquement proportionnelles aux sinus des angles que font leurs directions avec la direction de la troisième puissance ; cette vérité a lieu généralement, soit que les puissances agissent en tirant le point mobile, soit en le poussant. Mais comme l'Auteur, traitant son sujet plus en Géomètre qu'en Physicien, & sans approfondir la manière dont se fait la propagation

de la lumière, se contente de considérer le point d'incidence comme un point mobile sur la surface qui sépare les deux milieux, lequel point doit être soutenu en équilibre par trois forces, dont l'une consiste dans l'effort avec lequel le rayon incident doit entrer obliquement dans un autre milieu; la seconde force différente de la première, à cause de la diversité des milieux, c'est l'opposition ou la résistance plus ou moins grande, selon la nature du second milieu, que doit faire le rayon rompu; & enfin la troisième force est simplement passive, consistant en ce que le point d'incidence sollicité par les deux autres forces, est empêché de quitter la surface sur laquelle il peut couler librement en tout sens. D'où l'on voit que la direction de cette troisième force est toujours la ligne droite perpendiculaire à la surface, & qui passe par le point d'incidence.

LXXIX.

Il semble qu'il ne manque rien à cette explication, que la manière de montrer d'où procedent les deux premières forces, & où c'est qu'elles peuvent avoir leurs points d'appui pour conserver entr'elles & avec la troisième un parfait équilibre, & tel qu'il est requis pour faire persévérer dans son existence chaque fibre lumineuse pendant qu'elle fait ses vibrations. Je crois que mon système y peut suppléer assez naturellement, voici comment : Nous avons vu (§. LIII. & suiv.) que toutes les fibres secondaires produites par une principale, doivent être situées bout à bout sur une ligne exactement droite, parce que l'éther également élastique par toute l'étendue des fibres, doit pousser avec forces égales chaque corpuscule par les deux côtés diamétralement opposés, pour le soutenir dans le centre d'équilibre forcé, ce qui fait que tous les centres sont enfilés par une même ligne droite qui représente la suite des fibres formées par une principale; car si un seul ou plusieurs corpuscules ne se trouvoient pas très-exactement situés avec les autres sur une même ligne droite, on voit bien que les pressions ne seroient plus opposées diamétralement, par conséquent ces corpuscules

viendroient à être chassés hors de la fibre, & n'y appartiendroient plus. Or chaque fibre a ses deux extrémités qui lui tiennent lieu d'appuis immobiles pendant qu'elle fait ses vibrations longitudinales.

LXXX.

Ainsi le rayon de lumière, qui n'est autre chose, comme nous l'avons déjà dit, qu'une suite ou une chaîne de fibres continuée, procédera toujours en droite ligne tant qu'il se trouve dans un milieu uniforme, & contenant de l'éther également élastique par toute son étendue. Mais comme il y a des milieux ou des matières transparentes de différente constitution par rapport à leur structure intérieure & à leurs pores, par où les rayons doivent passer, ne peut-on pas présumer naturellement que les conduits ou les pores dans les corps diaphanes sont plus ou moins étroits dans les uns que dans les autres, selon qu'ils sont d'une consistance plus ou moins dense, plus ou moins compacte? Si cela est ainsi, il faut dire que les petits tourbillons qui logent dans ces pores, sont plus ou moins au large selon la largeur des pores: ils se trouvent donc réduits ou resserrés à un moindre volume, par exemple, dans le verre que dans l'eau, à un moindre aussi dans l'eau que dans l'air, & à un moindre encore dans celui-ci que dans le milieu de la matière éthérée, où on peut les considérer comme étant dans leur état naturel, & comme ayant leur plus grand volume, quoique toujours d'une extrême petitesse.

LXXXI.

Faisons présentement attention à la nature de la force centrifuge d'un corps qui tourne sur la circonférence d'un cercle avec une vitesse donnée: nous savons que cette force doit augmenter en même raison que cette circonférence ou son diamètre vient à être diminué, tellement qu'un même degré de vitesse peut procurer à ce corps une force centrifuge infinie, pourvu que l'on conçoive que le diamètre de sa circulation devienne infiniment petit. D'où il est clair que la matière éthérée qui voltige dans chaque petit tourbillon

autour de son centre avec la vitesse une fois acquise, acquerra une force centrifuge en même raison plus grande que le diamètre du tourbillon est devenu plus petit. Or c'est dans la force centrifuge de la matière comprise dans la masse des tourbillons, que j'ai démontré (§. XXI.) que consiste la force élastique de l'éther : cette force sera donc plus grande là où les petits tourbillons sont resserrés plus étroitement, comme ils le sont dans les pores des corps transparents de différentes sortes.

L X X X I I.

La considération de ce que je viens d'expliquer nous conduit tout droit à entendre la raison pourquoi un rayon de lumière entrant dans un milieu de constitution différente de celle du milieu dont il sort, ne peut pas s'étendre suivant la même direction qu'il a avant que d'entrer, mais qu'il doit se plier, soit pour se rapprocher de la perpendiculaire tirée par le point d'incidence, soit pour s'en éloigner, selon que le milieu dans lequel il pénètre, contient de l'éther plus ou moins élastique, que n'est celui qui réside dans le premier milieu, d'où sort le rayon; car soient les deux milieux différens *RCD*, *SCD* séparés par la surface *CD*, le premier *RCD* soit par exemple de l'air, & l'autre *SCD* soit du verre. Concevons une des fibres lumineuses *AEB* oblique à *CD*, dont les deux extrémités *A* & *B* tiennent lieu d'appuis immobiles, & dont une partie *AE* est dans l'air, & l'autre partie *EB* dans le verre. D'abord il est évident par lui-même, que la continuation de la partie *AE*, ne sauroit aller tout droit vers *F* pour faire ensemble la ligne droite *AEF*, parce que l'éther contenu entre les corpuscules *n, n, n*, &c. ayant une plus grande force élastique, que celui qui remplit les intervalles des corpuscules *m, m, m*, &c. & ces deux forces étant directement opposées l'une à l'autre, il est visible que dans cet état la fibre *AEF* ne pourroit pas se soutenir en faisant ses vibrations, puisque le corpuscule *E* conçu sur la surface *CD* (où se fait le conflit de ces deux forces inégales) seroit continuellement sollicité plus fortement par la force de la

Fig. 4.

partie EF pour se glisser vers C , qu'elle ne le seroit pour aller vers D par une moindre force de la partie AE . Ainsi le corpuscule E s'échapperoit, de même que tout autre qui se mettroit à sa place; donc toute la fibre AEF seroit détruite dans le moment.

LXXXIII.

Mais pour conserver en son entier la fibre AEB , la nature y a pourvû en faisant prendre à la partie EF une situation convenable pour établir l'équilibre entre deux forces inégales, en vertu duquel le corpuscule E ne sera ni plus ni moins poussé vers C que vers D . Cette situation convenable se fait, lorsque conformément au principe de Statique employé par M. (Jean) Bernoulli dans les Actes de Leipzig de 1701, le sinus de l'angle AER est au sinus de l'angle BES , comme la force élastique de l'éther du milieu SCD , qui comprime ou anime la partie de la fibre EB , est à la force élastique de l'éther du milieu ACD , qui anime la partie AE , & partant en raison constante; c'est en quoi précisément que consiste la loi de la réfraction, dont je voulois expliquer la cause physique.

LXXXIV.

On peut regarder, si on veut, sans faire tort à notre explication, le point E comme l'appui commun des deux fibres entières AE & EB , lequel soutient en équilibre les forces inégales avec lesquelles elles sont pressées ou appuyées l'une contre l'autre, mais sans que l'une cede à l'autre, par ladite raison des sinus des angles d'incidence & de réfraction réciproquement proportionels à ces forces. Mais comme il est fort probable que toutes les fibres d'une même suite, quoiqu'en différents milieux, sont synchrones entr'elles, je veux dire, que leurs vibrations se font toutes en temps égaux, pour observer une parfaite harmonie; cependant comme on sçait aussi, qu'un ressort plus vif fait ses vibrations plus vite, qu'un autre en tout égal, mais moins vif; donc pour mettre au synchronisme toutes les fibres de différents milieux, il n'y a qu'à assigner à chacune sa juste longueur pour qu'elles fassent
toutes

toutes ensemble des vibrations contemporaines. Pour déterminer la longueur dûë à chacune, nous allons consulter l'art. LXIX. où nous avons trouvé $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG}$ qui exprime

Fig. 3.

le nombre de vibrations qui se font pendant une oscillation du Pendule donné D , par une fibre de la longueur AG , & comprimée par une force proportionnelle à A , à laquelle est égale la force élastique de l'éther qui anime la fibre. Donc afin que deux fibres de différente élasticité soient synchrones, ou qu'elles fassent leurs vibrations en temps égaux, il faut que leurs longueurs soient en raison soudoublée de leurs élasti-

cités; car alors la quantité $\frac{p\sqrt{(D \times A)}}{AG}$ est de même valeur pour

l'une & l'autre fibre. C'est ce qu'on trouve aussi dans les cordes de musique d'égale grosseur & de même matière, mais d'inégales longueurs, puisque si on les tend par des poids qui soient proportionnels aux quarrés de leurs longueurs, ou, ce qui est la même chose, que les longueurs soient en raison soudoublée des tensions ou des poids, on observera que ces cordes seront parfaitement à l'unisson, marque indubitable que leurs vibrations sont synchrones.

L X X X V.

Ainsi il n'y a qu'à dire, que les fibres lumineuses qui se forment, par exemple, dans le verre, quand le rayon s'y plonge, venant de l'air, s'allongent dans ladite proportion, afin que les vibrations des fibres, tant dans l'air que dans le verre, se fassent conjointement & en égal nombre en temps égaux. A cette occasion, on peut faire une remarque fort curieuse & paradoxale, c'est que la vitesse réelle de la propagation de la lumière, qui est différente en passant par différents milieux, doit être plus grande quand le rayon rompu s'approche de la perpendiculaire, & plus petite quand il s'en éloigne; d'où il suit, que la lumière passe plus vite par le verre que par l'eau, & plus vite par l'eau que par l'air, mais qu'elle court le moins vite par l'éther pur; au lieu que l'opinion générale étoit de croire, que les corps les plus denses étoient

ceux qui devoient le plus retarder le passage de la lumière. Il est vrai que le sentiment de M. Newton paroît contraire à ce préjugé général; car la démonstration qu'il donne à sa manière, fait voir évidemment que la vitesse du rayon qui pénètre dans un milieu en s'éloignant de la perpendiculaire tirée par le point d'incidence, doit être retardée conformément à sa théorie.

*Princ. Philos.
propof. 95.
Lib. 1.*

L X X X V I.

Cette théorie a de plus cet avantage, qu'elle me met en état de déterminer la véritable proportion des différentes vitesses de la lumière passant par différents milieux, dont on connoît les réfrangibilités; voici comme je me prends dans cette recherche. On a vû (§. LXXXIV.) que les longueurs des fibres synchrones doivent être en raison soudoublée de leurs élasticités, ou de la force du ressort de l'éther renfermé dans les milieux par lesquels passe successivement un rayon de lumière: on a vû aussi (§. LXXXIII.) que l'élasticité est en raison réciproque du sinus de l'angle de réfraction, il faut donc que les longueurs des fibres synchrones soient en raison soudoublée réciproque du sinus de l'angle de refraction. Or, comme à chaque vibration des fibres, il se forme successivement une nouvelle fibre (§. LV.) & que dans cette succession consiste le progrès de la lumière (§. LXXII.) il est visible qu'à cause du synchronisme de toutes les fibres, en quelque milieu qu'elles se trouvent, il se formera toujours dans un temps donné un égal nombre de fibres nouvelles, soit longues, soit petites; ainsi la vitesse du progrès ou de la propagation de la lumière par deux différents milieux, sera absolument proportionnelle à la longueur respective de chaque fibre formée dans ces deux milieux, par conséquent aussi réciproquement proportionnelle à la racine quarrée du sinus de l'angle de réfraction qui se fait lorsqu'un rayon passe obliquement d'un de ces milieux dans l'autre. Mais on connoît par l'expérience la réfrangibilité des milieux, on connoitra donc aussi le véritable rapport des vitesses respectives avec lesquelles la lumière se propage



ou s'étend par différents milieux. *Ce qu'il falloit trouver.*

On suppose dans cette démonstration une parfaite égalité entre les corpuscules qui appartiennent aux deux parties d'une même fibre, qui se forment immédiatement avant & après la réfraction; cependant, à prendre les choses à la rigueur, nous verrons que pour expliquer les couleurs, il faut qu'il y ait quelque petite inégalité entre ces corpuscules, ceux de l'éther plus élastique dans les corps transparents ayant toujours un peu plus de masse que ceux qui sont dans l'éther libre & hors de ces corps.

LXXXVII.

Pour appliquer notre spéculation à un exemple, l'expérience enseigne que le sinus de l'angle d'incidence d'un rayon, qui sortant de l'air, pénètre dans le verre commun, est au sinus de l'angle de réfraction, à peu-près comme 3 à 2, ou plus précisément, selon M. Newton, comme 31 à 20: je dis que la vitesse de la lumière par l'air, est à la vitesse par le verre, comme $\sqrt{20}$ à $\sqrt{31}$, ou environ comme 4 à 5. Ce rapport pourroit avoir lieu, si le rayon de lumière passoit immédiatement de l'éther pur dans le verre, puisque la réfrangibilité de l'air est si petite, selon le même M. Newton, que la différence de réfraction du rayon sortant de l'air ou immédiatement de l'éther pour entrer dans le verre, doit être insensible. *Opt. p. 320.*

On voit de-là que la lumière auroit besoin seulement de 12 minutes ou de la cinquième partie d'une heure, pour traverser diamétralement tout le gros globe de verre qui auroit l'orbite de la Terre pour circonférence, car 4 : 5 :: 12 : 15, supposé, suivant M. Newton, que la lumière parcoure cette vaste étendue dans l'éther en 15 minutes de temps. Que si un tel globe étoit d'eau, où les sinus de réfraction & d'incidence sont comme 3 à 4, & partant la vitesse de la lumière dans l'eau, à celle qu'elle a dans l'éther, comme $\sqrt{4}$ à $\sqrt{3}$, ou à peu de chose près comme 15 à 13, le diamètre de ce globe aqueux seroit parcouru par la lumière dans le temps de 13 minutes horaires, par conséquent d'une

52 RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

seule minute plus grand que le temps qu'il lui faudroit pour parcourir le diametre de ce même globe, s'il étoit fait de verre commun. On appliquera ce calcul à telle autre matière pellucide que l'on voudra, pourvû qu'on en connoisse par expérience la réfrangibilité.

LXXXVIII.

Je pourrois finir ici mon discours, après avoir répondu suffisamment à la question de l'illustre Académie, qui ne demandoit qu'une explication générale de la propagation de la Lumière. Celle que j'ai l'honneur de lui présenter, est tirée, comme on voit, des principes les plus clairs & les plus reconnus dans la sublime Méchanique. Ce qui m'a donné occasion d'expliquer non seulement en général l'origine & la manière dont se fait le progrès & l'extension de la lumière, mais d'entrer aussi en discussion des principales propriétés & d'autres symptomes curieux qui l'accompagnent, & que je crois avoir éclaircis à la satisfaction du Lecteur équitable. Cependant la production des couleurs, dont la source se trouve dans la lumière même, est une matière trop curieuse & trop utile pour n'en point parler. Ainsi je me flatte qu'on aura la patience d'entendre mes pensées là-dessus, que j'exposerai avec toute la brièveté possible, pour ne pas sortir des bornes d'une juste Dissertation.

LXXXIX.

Des Couleurs de la Lumière.

M. Newton dans son admirable Traité d'Optique, qui est un de ses ouvrages dont je fais le plus de cas, a très-bien montré par un grand nombre d'observations & de belles expériences, que les couleurs se trouvent déjà originairement dans la lumière, & que pour les manifester, il n'y a qu'à les démêler ou séparer les unes des autres, lesquelles étant encore mêlées ensemble présentent une couleur mixte, mais qui par cela même paroît uniforme, d'autant que la vûe ne sauroit discerner les couleurs primitives qui composent la mixte. Ainsi on a été long-temps dans l'erreur de croire, que,

par exemple, la couleur de la lumière du Soleil étoit une couleur pure ou simple; c'est ce qui a induit M. Descartes à prendre le change & à penser fausement, que les couleurs qu'on nomme *emphatiques*, telles que sont celles qu'on voit dans l'Iris, ou qui se répandent sur les objets regardés à travers un prisme de verre triangulaire, *que ces couleurs, dis-je, étoient nouvellement produites par une certaine modification survenuë aux mouvements des globules célestes, qui, selon lui, forment les rayons, lorsqu'ils entrent dans l'eau ou dans le verre; & que de la diversité de cette prétenduë modification provenoit la diversité des couleurs.* Mais je crois qu'on est généralement désabusé de cette erreur depuis la découverte de M. Newton. Ce n'est pas que je veuille embrasser en tout le système qu'il a donné, pour expliquer l'origine & la cause des couleurs; car comme son système diffère beaucoup de ma théorie, il me seroit impossible de lui accéder dans toutes les circonstances, & particulièrement dans la manière d'expliquer la propagation de la lumière. Il suffit de dire, que je suis persuadé comme lui, mais par mes propres raisons, que les couleurs sont primitives & existantes dans la lumière, dès que celle-ci existe elle-même.

X C.

En lisant l'ouvrage de M. Newton, on verra 1.^o qu'il fait consister la propagation de la lumière dans une effusion continuelle de petites particules dures, qui sont lancées avec une force & une vitesse prodigieuse du corps lumineux lui-même, par exemple, du Soleil. Il croit 2.^o que ces particules en partent & s'en viennent à nous par un mouvement de transport effectif, en sorte que celles qui frappent nos yeux dans ce moment, étoient encore dans le Soleil 7 ou 8 minutes auparavant. 3.^o Une infinité de ces particules solides qui se suivent à la file & en ligne droite, fait ce qu'il nomme un rayon solaire. 4.^o Il suppose qu'en général les particules sont de différente grosseur & lancées avec différente force, que les plus grosses acquièrent plus de rapidité, que les plus subtiles. Il veut 5.^o que chaque rayon considéré

séparément, soit composé de particules d'égale grosseur & d'égale vitesse, quoique sans en dire la raison. 6.^o Chacun de ces rayons simples, s'il venoit séparément des autres à frapper nos yeux, exciteroit en nous la sensation d'une certaine couleur, selon la grosseur & la force des particules dures qui le composent: ainsi, celles qui sont les plus grosses & les plus rapides, font le rayon simple du premier ordre, qui est d'une nature à produire la plus vive couleur, sçavoir le rouge foncé & éclatant; après ce rayon il considère les autres simples qui descendent par degré de force & de vitesse, dont chacun a sa propre couleur, qui convient à son degré de force & de vitesse. Il distribue ces rayons colorés en cinq classes principales, suivant l'ordre qu'observe la nature dans l'arc en ciel & dans la lumière projetée par un prisme de verre sur une paroi opposée au Soleil, qui sont le rouge, le jaune, le verd, le bleu & le violet. Ceux des rayons qui sont d'une constitution moyenne entre deux voisins principaux, différeront de chacun en couleur, & participeront pourtant de leur nature plus de l'un que de l'autre, selon qu'il en approche plus ou moins. De-là vient, que les cinq sortes de couleurs ne se terminent pas brusquement, mais qu'elles se perdent insensiblement & par nuances les unes dans les autres. Mais 7.^o les rayons simples de tout ordre sortant du corps lumineux pêle-mêle, chaque filament de ces rayons, quelque subtil ou délié qu'il soit, doit être considéré comme un rayon composé d'une infinité de rayons simples & indivisibles en forme de pinceau contenant grand nombre de brins ou de poils très-fins. C'est-là la raison 8.^o pourquoi la lumière qui part immédiatement du Soleil, paroît avoir une couleur uniforme, quoiqu'elle soit mixte & composée d'une infinité d'autres différentes. Enfin 9.^o M. Newton, fondé sur ces raisons, conclut qu'un rayon composé, lorsqu'il tombe obliquement sur une surface réfringente, doit se séparer en ses rayons purs & simples, parce que ceux de ces rayons, qui ont le plus de force à passer, souffriront une moindre réfraction, en s'écartant moins de leur direction commune, que

ne font ceux qui sont plus foibles, & qui par conséquent en se détournant davantage subissent une plus grande réfraction. D'où il suit nécessairement, que par une telle dispersion des rayons simples, la couleur primitive de chacun paroîtra distinctement à l'endroit où elle tombe séparée des autres.

X C I.

Voilà le précis de ce qui fait le système de M. Newton sur la nature des couleurs; quoique ma théorie s'accorde avec le résultat de son sentiment, elle en diffère pourtant dans les circonstances & dans les principaux points que je viens de rapporter. Car au lieu que chés lui les particules dures, qui sont la matière des rayons solaires, sortent du Soleil lui-même, & se lancent avec une rapidité énorme sur les objets les plus éloignés par un mouvement de transport; chés moi, ce ne sont que les corpuscules solides dans l'éther & hors du corps lumineux, qui se trouvent sur la direction des fibres lumineuses, excitées d'abord par les violentes secousses du Soleil que reçoit l'éther d'alentour, & multipliées ensuite chacune en sa direction commencée jusqu'à de très-grandes distances, sans que les corpuscules sortent de leurs fibres, & fassent autre chose que tremousser avec les vibrations des fibres. Pour expliquer les différentes sortes de rayons simples, qui portent avec eux les couleurs de différents ordres, M. Newton est obligé, comme moi, de supposer les particules dures de grandeur & de force différente, mais il ne démontre pas, d'où vient qu'un rayon simple est composé d'une grande file de particules parfaitement égales en grandeur & en vitesse; & qu'un autre rayon est pareillement composé de particules égales, mais d'un autre genre de grandeur & de force, & ainsi de tous les autres. Mais qu'est-ce qui peut faire ce choix, ou qu'est-ce qui fournit à chaque rayon des particules uniformes, qui lui conviennent pour telle ou telle couleur? ne semble-t-il pas, que toutes ces particules se trouvant dans le vaste Océan de la matière solaire, mêlées confusément & au hazard, devroient sortir sans distinction de grosseur & de force par tous les points de la surface du Soleil,

& qu'ainsi chacun des rayons seroit composé de particules de toute sorte de grandeur; quelle des couleurs porteroit-il donc avec lui? voudroit-on peut-être considérer la surface du Soleil, comme une lame percée à jour d'une infinité de petits trous de différents diamètres en forme de tamis ou de crible? cela ne satisferoit pas mieux, puisqu'on verroit bien pourquoi les plus petits trous ne laisseroient passer que les plus petites molécules, mais il n'y auroit aucune raison pourquoi ceux des trous qui sont les plus larges, ne laisseroient pas échapper les moindres molécules pêle-mêle avec les plus grosses. Ce qui interromproit déjà l'uniformité d'un rayon simple, requise pour produire une certaine couleur primitive, excepté peut-être le seul rayon formé par les plus petites particules, lequel, suivant le sentiment de M. Newton, doit porter le violet.

X C I I.

Cette difficulté ne se rencontre pas dans mon système des fibres lumineuses; j'ai montré ci-dessus (§. XXXIII. & XXXIV.) la raison pourquoi dans la formation de ces fibres les corpuscules, qui sont dispersés confusément dans l'éther, doivent se ranger en sorte que toute une suite de fibres secondaires (de celles au moins qui se font dans un milieu uniforme & homogène) n'enfile que des corpuscules d'une même grosseur avec ceux de leur fibre principale; la loi du mouvement conspirant des vibrations synchrones par toute la longueur de la suite, demande cette parfaite égalité des corpuscules dont elle est chargée; parce que tout autre de différente grandeur qui pourroit troubler le synchronisme commun en seroit bientôt sequestré, par cela même qu'il ne pourroit pas s'accommoder à leurs vibrations, comme je l'ai expliqué plus au long à l'endroit cité.

X C I I I.

Et l'éther pur étant sans doute le milieu le plus parfaitement homogène, il est dans une entière indifférence à être impregné de corpuscules de toutes sortes de grandeur, dont il se formera des fibres, & par conséquent des rayons de tout ordre possible; mais il ne paroît pas en être de même des autres

autres milieux particuliers & sensibles, dont chacun, selon sa propre constitution, doit avoir non seulement son éther qu'il renferme plus condensé à un certain degré qu'il n'est, quand il est libre & en masse, comme nous l'avons prouvé ci-dessus, mais aussi les corpuscules qui y naissent & qui doivent former les fibres, seront plus d'une grandeur égale & déterminée, selon que le demande la nature du milieu. Il est donc visible, que quand un rayon composé, ou un pinceau de rayons simples, tombe obliquement sur la surface réfringente *CD*, celles des fibres *AE*, dont les corpuscules *m, m, m*, &c. animés de l'élasticité de leur éther sont d'une grandeur à recevoir des forces accélératrices, qui approchent le plus des forces accélératrices des corpuscules *n, n, n*, &c. de la fibre *EB*, qui doit la contrebalancer; cette fibre *AE*, dis-je, étant prolongée en *EF*, aura une situation, dont s'écartera le moins qu'il est possible la situation de la fibre *EB*, c'est-à-dire, que l'angle de réfraction *BES* pour ce rayon simple représenté par *AE*, fera le plus grand qu'il peut être, & que tous les autres simples contenus dans le même pinceau souffriront de plus grandes réfractions, ou feront de plus petits angles *BES*, à mesure que les forces accélératrices de leurs corpuscules sont plus inégales à celles des corpuscules du milieu, par lequel doit passer la lumière. Donc le rayon composé en y entrant doit se disperser en simples, & se faire voir chacun sous la couleur qui lui convient.

Fig. 4.

XCIV.

Les milieux terrestres & denses, tels que le diamant, le verre, l'eau, &c. ont tout leur éther renfermé plus élastique, comme nous l'avons dit, qu'il n'est dans son état naturel, & les uns plus que les autres; mais considérons maintenant lesquels des corpuscules, dont est chargé l'éther libre, peuvent acquérir le plus de force accélératrice, lorsque leurs fibres sont en vibration, pour que les rayons simples souffrent la moindre réfraction possible. M. Newton croit, que ce sont celles des particules qui ont le plus de masse, & en même temps le plus de vitesse; ce qui seroit vrai, s'il avoit

démontré de quelle manière ces deux qualités peuvent subsister ensemble; mais comme ce n'est qu'une simple supposition, qui n'est pas démontrable par son système, je me trouve obligé de m'écarter ici de son sentiment & de dire, qu'en vertu de ma théorie il faut que les plus petits corpuscules soient les plus propres à faire que les fibres, d'ailleurs en tout égales, acquièrent de très-promptes vibrations. Témoin aussi les cordes de musique d'égale longueur & tendues par égales forces, mais d'épaisseur inégale, dont il est démontré dans le Tome III. des Comment. de Petersbourg, que le nombre de vibrations latitudinales de chacune

P. 25. & 27.

est exprimé par $\frac{p\sqrt{(D \times P)}}{\sqrt{(AB \times L)}}$, pendant la durée d'une oscillation du Pendule D , où p signifie toujours l'exposant de la raison entre la circonférence & le diamètre; P la force ou le poids qui tend la corde, dont AB est la longueur, & L la quantité de matière; en sorte que deux cordes où P & AB se trouvent de part & d'autre être de mesure égale, mais différentes en grosseur ou en quantité de matière L , feront dans un temps donné des vibrations, dont les nombres feront réciproquement en raison soudoublée de leur grosseur, ou, ce qui revient au même, en simple raison inverse des diamètres des cordes. Or, nous avons déjà vu, que les fibres élastiques par compression observent la même loi, en faisant leurs vibrations longitudinales, qu'observent les cordes élastiques par tension, quand elles tremoussent en sens latitudinal.

X C V.

Fig. 4.

Ayant donc prouvé (§. LXXXIII.) que les deux fibres AE , EB diversement élastiques entretiendront le point E (mobile sur CD) en équilibre, lorsque les sinus des angles AER , BES , sont en raison inverse des élasticités des fibres par le principe de Statique; ce qui a lieu, quand même les fibres cesseroient de tremousser, vu que c'est en vertu des pressions seules de leur éther opposées l'une à l'autre sous ces angles que doit se faire l'équilibre; il est manifeste, que les corpuscules m , m , m , &c. de la fibre AE , que je suppose

maintenant un peu plus petits que les corpuscules n, n, n , &c. de la fibre EB , recevant par leurs vibrations plus de vitesse actuelle, que ceux de son antagoniste, il est, dis-je, manifeste, que par ce nouvel accroissement de force, quelque petit qu'il soit, la force de la fibre AE l'emporteroit sur celle de la fibre EB ; afin donc que l'équilibre soit conservé, il faut, en conséquence du même principe de Statique, que la situation de la fibre EB se rapproche tant soit peu de EF pour rendre sa force plus directement opposée à celle de AE . Il en est à peu près ici comme d'un levier à bras inégaux, qui étant chargé de deux poids en raison réciproque de la longueur des bras, resteroit en équilibre, tant qu'il ne surviendrait point de mouvement aux poids; mais dès qu'on imprimeroit à chacun des forces accélératrices, & en même sens une plus grande au petit qu'à l'autre, on conçoit bien que celui-là nonobstant qu'il fût le plus petit, l'emporteroit sur celui-ci, & que l'équilibre se détruiroit.

XCVI.

La conclusion que je tire de ce raisonnement, tend à prononcer, que celui des rayons simples (contenus dans un rayon composé) qui souffre le moins de réfraction, & qui donne la couleur rouge, doit être chargé de corpuscules qui sont les plus petits ou les plus subtils de tous ceux qui sont mêlés dans l'éther, & que par conséquent les plus gros sont ceux qui entrent dans le rayon violet, lequel s'écartant le plus de la direction du rayon incident, doit subir la plus grande réfraction en passant d'un milieu dans un autre de différente nature; & enfin que les rayons simples de couleur intermédiaires se rangeront par la réfraction entre les deux extrêmes suivant l'ordre de petitesse des corpuscules, depuis le rouge comme le plus fort & le plus vif, jusqu'au violet comme le plus foible & le plus sombre, le tout conformément à l'expérience.

XCVII.

Il est vrai, que la différence entre la plus grande & la plus petite réfraction des deux rayons extrêmes est bien petite,

*Opt. édit.
Frans. p. 93.*

car le rayon incident & le rompu étant pris assés près de la perpendiculaire, afin que les angles soient sensiblement comme leurs sinus, M. Newton trouve par ses expériences, que l'angle compris entre les deux rayons extrêmes qui terminent le rouge & le violet, est la vingt-septième & demie partie de l'angle de moyenne réfraction. D'où il conclut (p. 94.) que les verres objectifs des Télescopes rassemblent toutes sortes de rayons paralleles à l'axe, en telle manière, que le foyer des rayons les plus réfrangibles est plus près du verre objectif que le foyer des rayons les moins réfrangibles, d'environ la 27^{me} & demie partie de la distance qu'il y a entre l'objectif & le véritable foyer où les rayons de moyenne réfrangibilité se rassemblent. Je ne sçais si M. Huguens, qui cite l'expérience de M. Newton faite avec le prisme de verre, a mal compris le résultat de cette expérience, ou si M. Newton lui-même l'ayant peut-être refaite depuis ce temps-là avec plus d'exactitude, l'a corrigée : car M. Huguens fait la différence de la plus grande réfrangibilité à la plus petite, beaucoup moins sensible que ne l'a fait M. Newton, puisqu'il dit positivement, que l'intervalle des deux foyers n'est que la cinquantième partie de la distance totale entre le verre & le foyer des rayons rouges.

*Dioptr. Latine
imprimée à
Leyde 1703.
p. 203.*

XCVIII.

Quoi qu'il en soit, la dernière expérience de M. Newton, comme elle se trouve dans son optique, étant supposée exacte, on pourroit déterminer par la méthode que j'ai employée ci-devant (§. LXXXVI.) la raison des vitesses avec lesquelles le rayon rouge & le violet marchent dans un même milieu : car en prenant d'abord la nature de la réfraction à l'ordinaire, on considéreroit le rayon rouge comme un rayon incident sur une surface réfringente en raison de 27 à 28, & le violet comme le rayon rompu par la force réfractive d'un milieu, dans lequel le rayon rouge doit entrer; ou réciproquement le violet pourroit être considéré comme un rayon incident, & le rouge comme son rompu, en sorte que le sinus de l'angle d'incidence seroit au sinus de l'angle de réfraction

comme 28 à 27. Sur ce pied-là on trouveroit par ladite méthode, avec combien de rapidité chacun de ces deux rayons extrêmes devroient se mouvoir dans un même lieu : car la vitesse du rouge seroit à celle du violet comme $\sqrt{28}$ à $\sqrt{27}$, ou à peu près :: 53 . 54 ; supposé donc avec M. Newton que la lumière employe $7\frac{1}{2}$ minutes, ce qui fait 450 secondes à parcourir la distance entre le Soleil & la Terre ; il faut instituer cette analogie, comme 55 est à 55 - 54 ou à 1 ; ainsi 450 est à $8\frac{2}{11}$, qui marque le nombre de secondes que le rayon rouge employe à parcourir le demi-diamètre du grand orbe plus vite que le violet ; cela veut dire, qu'un trait de lumière qui part dans cet instant du Soleil, commencera dans le premier moment de son arrivée sur la terre à se faire sentir rouge $8\frac{2}{11}$ secondes avant qu'il paroisse sous sa clarté naturelle & totale.

X C I X.

Pour le vérifier, il me vient sur cela une pensée assez curieuse pour M.^{rs} les Observateurs ; si, comme il arrive quelquefois, une grande tache sur le disque du Soleil venoit à disparaître subitement, & qu'une lumière éclatante (que Descartes nomme *facule*) prit sa place, je pense pour sûr, que dans le premier commencement de cette apparition, la facule paroîtroit sous une couleur plus rouge que le reste du disque, & qu'au contraire si une grande tache venoit subitement du fond du Soleil, laquelle couvriroit une partie de la lumière ; cette partie avant que d'être abolie entièrement, paroîtroit sous la couleur du violet, ou, pour un moment, d'un bleu sombre, parce que le violet seroit peut-être trop foible pour être sensible. Par la même raison, les Satellites de Jupiter, toutes les fois qu'ils iroient se cacher dans son ombre, avant que de disparaître totalement, devroient changer leur lumière évanouissante en bleu obscur, & toutes les fois aussi qu'ils sortiroient de l'ombre, leur lumière commenceroit par paroître rouge ; mais je crains beaucoup que le peu de vivacité d'une lumière empruntée qui vient de si loin, réfléchi par ces petits corps, qui paroissent quasi comme des points, ne

permette pas d'appercevoir assés sensiblement ces changements de couleur; quoique sans cela l'observation auroit cet avantage sur celle qu'on feroit des taches solaires, que la Terre pouvant s'éloigner de Jupiter presque six fois plus qu'elle n'est du Soleil, sçavoir, quand elle est un peu avant ou après l'opposition avec Jupiter, la différence des temps que le rayon rouge & le violet employent à parcourir cette distance, seroit aussi six fois plus grande que quand ils ne viennent que du Soleil; cette différence des temps seroit donc ici de $6 \times 8 \frac{2}{11}$ ou environ de 49 secondes, ce qui ne seroit pas tout-à-fait $\frac{1}{6}$ d'une minute.

Je ne dis rien des Satellites de Saturne; la lumière qui s'en réfléchit jusqu'à nous étant beaucoup trop foible pour en espérer quelque changement de couleur qui fût sensible; il suffit de faire remarquer, que vû la longueur du trajet entre Saturne & la Terre, lorsque ces deux Planetes ne sont pas loin de leur opposition par rapport au Soleil, la lumière rouge, qui viendrait de l'une à l'autre anticiperoit le violet environ du double de ce que nous avons trouvé pour les Satellites de Jupiter, sçavoir de 100 secondes ou de $1 \frac{2}{3}$ minutes.

C.

Si ces spéculations n'ont pas grande utilité pour l'Astronomie, elles ne laissent pas de mériter l'attention d'un Physicien; d'autant plus qu'elles me paroissent appartenir directement au sujet en question, qui veut sans doute, qu'on n'explique pas seulement la propagation de la lumière & la proportion des différentes vitesses qu'elle doit avoir en différents milieux, mais aussi la proportion des différentes vitesses que doivent avoir les rayons primitifs de différentes couleurs, pendant qu'ils se trouvent dans un même milieu; matière que personne, que je sçache, n'a traitée encore, mais dont l'explication, comme je me flatte, a été tirée assés naturellement des principes de ma théorie. Il me faudroit composer un ouvrage aussi gros que celui de M. Newton, si je voulois sortir du sujet proposé, & entrer avec lui dans un détail des particularités très-curieuses sur la production

des couleurs; sur-tout de celles qui s'observent sur des lames très-minces de verre, d'eau, d'air, &c. lorsqu'elles sont entre deux corps transparents dont la densité diffère de la leur; comme, par exemple, la pellicule d'une grande bulle d'eau savonneuse, étant, comme elle est, terminée par l'air extérieur & intérieur, montre les plus belles couleurs de toute espèce; c'est sur quoi M. Newton fait ses raisonnemens fondés sur des expériences très-déliçates, dont il remplit presque tout le second Livre de son Optique. Ce qu'il dit entr'autres (*p. 223. & suiv.*) de l'apparition des couleurs sur les verres objectifs de grands Télescopes qui se touchent, est très-digne de l'attention & de l'examen du Lecteur: il prit donc deux de ces verres, l'un plan-convexe propre à un Télescope de 14 pieds, & l'autre convexe des deux côtés, destiné à un Télescope d'environ 50 pieds; & appliquant le côté plan du premier sur une des convexités de l'autre, il les pressa doucement l'un contre l'autre; ce qui produisit d'abord un grand nombre d'anneaux diversément colorés, qui paroissoient avoir exactement pour centre le point de contact, lorsqu'il avoit l'œil placé dans l'axe des verres; & dans le contact il se trouva une tache noire ou blanche, selon que l'œil étoit entre le jour & le verre, ou le verre entre l'œil & le jour.

C I.

La cause immédiate de ce phénomène extraordinaire est sans doute la séparation ou la décomposition de la lumière mixte en ses rayons simples & primitifs, dont chacun occupant sa place particulière, se manifeste sous la couleur qui lui est naturelle; cette cause est générale par-tout où l'on voit la lumière changée en diverses couleurs. Mais il est difficile d'expliquer de quelle manière se fait ici la décomposition de la lumière, puisqu'il est clair qu'il n'en est pas des deux verres objectifs, qui montrent ces couleurs sur leurs surfaces, comme du prisme triangulaire, lequel, à cause de la différente réfrangibilité des rayons primitifs, les disperse & les jette au loin sur une étendue assez considérable pour

64 RECHERCHES PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES

en appercevoir les couleurs très-distinctement. M. Newton donne de ce merveilleux phénomène une explication qui est, à la vérité, au-dessus de tout ce qu'on peut imaginer de plus ingénieux, & qui seroit même (sans une supposition qui n'est pas bien démontrée) parfaite en son genre, parce qu'il en déduit heureusement grand nombre de circonstances, qui toutes se vérifient par l'expérience.

C I I.

Il avance donc (*p.* 327.) une proposition qu'il fonde sur ses observations, sçavoir « Que tout rayon de lumière acquiert en passant à travers une surface réfringente quel- » conque, une certaine constitution ou disposition transitoire, » qui dans le progrès du rayon revient à intervalles égaux, & » fait que le rayon, à chaque retour de cette disposition, est » transmis aisément à travers la surface réfringente qui vient » immédiatement après, & qu'à chaque intermission de cet » état, il est aisément réfléchi par cette même surface ». Ensuite il veut que cet intervalle entre le retour & l'intermission suivante est différent dans les rayons simples de différentes couleurs ; d'où il conclut que quand un trait de lumière mixte passe par une lame très-mince, comme est celle d'air contenu entre les surfaces des deux verres objectifs qui se touchent avec un peu de compression, il arrive que ceux des rayons simples, qui ont les intervalles de retour & d'intermission plus longs, quand ils seront parvenus depuis la surface antérieure jusqu'à la postérieure pendant qu'ils sont encore progressifs ; ces rayons, dis-je, seront transmis, & passeront plus outre ; d'autres au contraire, qui à leur arrivée à la surface postérieure ayant déjà fini leur allée, se trouvent dans l'intermission, ceux-ci seront réfléchis vers la surface antérieure, & en seront derechef réfléchis ou transmis selon qu'ils se trouvent dans l'un ou l'autre état à l'instant de leur incidence, & ainsi consécutivement ; & comme chaque rayon simple de son espece a ses propres intervalles différents de ceux des autres, on voit bien que tous ces rayons de même espece

espece doivent se séparer des autres d'espece différente : c'est ce qui fait la représentation des anneaux colorés, comme M. Newton l'explique très-bien & tout au long.

CIII.

Quoique ces raisonnements fassent un effet admirable, si on ne regarde que le résultat qui s'accorde presque en tout avec l'expérience & les observations faites là-dessus ; il y auroit néanmoins à y redire chose & d'autres par rapport aux hypothèses qu'il avance sans les prouver suffisamment ; car sans parler du vuide qu'il suppose, & de l'attraction qu'il attribue aux surfaces réfringentes, il paroîtra très-dur de concevoir d'où peut venir au rayon de lumière cette certaine constitution ou disposition transitoire qui, dans le progrès du rayon, revienne à intervalles égaux, d'où il déduit ensuite (p. 331.) ce qu'il appelle *les accès de facile réflexion, les accès de facile transmission, & l'intervalle entre deux accès de même nom* ; ceci, dis-je, paroît d'autant plus incompréhensible, qu'il ne balance pas de dire à la page suivante 332, que *ces deux sortes d'accès viennent déjà à la lumière, dès qu'elle commence à émaner du corps lumineux, & les retient durant tout son progrès* : or si selon son sentiment exposé en plusieurs endroits, sur-tout à la page 546, question 29, *les rayons de lumière sont de fort petits corpuscules élançés ou poussés hors des corps lumineux qui passent à travers des milieux uniformes en ligne droite* ; comment les corps une fois mûs en ligne droite, & puis abandonnés à eux-mêmes, peuvent-ils acquérir dans un milieu uniforme des vicissitudes de retardation, d'intermission & d'accélération, & encore des vicissitudes si-bien mesurées, que les intervalles entre les accès de même nom se fassent précisément en temps égaux ? Je ne vois ici aucune cause extérieure qui puisse changer la nature du mouvement toujours progressif en droite ligne, & toujours dans un même milieu où tout est uniforme, lequel ou résiste, ou ne résiste point ; s'il résiste, le mouvement doit être retardé continuellement, sans jamais reprendre d'accélération en avant ; si le milieu ne résiste pas, le mouvement progressif demeurera

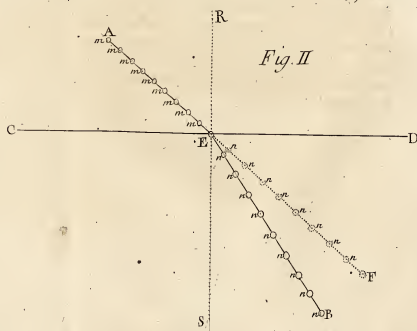
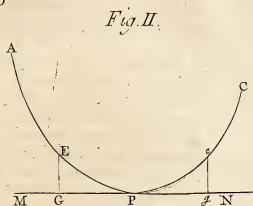
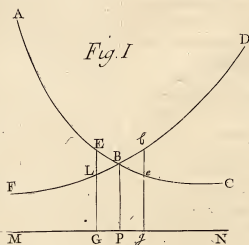
66 RECHERCHES SUR LA PROPAG. DE LA LUMIÈRE.

uniforme, & gardera la vitesse primitivement imprimée, pendant tout le temps qu'il n'est pas troublé par quelque nouvelle cause qui lui survient extérieurement; c'est la loi que tous les Philosophes reconnoissent.

C I V.

Mon système est exempt de cette difficulté; en faisant attention à la nature des fibres lumineuses, on conçoit avec une parfaite évidence, qu'il y a effectivement une telle réciprocation des petits corpuscules, mais de ceux qui composent les fibres, qui n'en sortent jamais, & qui tendent toujours à se remettre dans leur centre d'équilibre forcé, bien loin d'être élançés du Soleil pour faire ce vaste trajet jusqu'à la Terre & infiniment plus outre. Ce sont donc les réciprocations très-promptes des petits corpuscules, où leurs excursions rapides en deçà & en delà de leur centre d'équilibre, dans lesquelles consistent les vibrations longitudinales des fibres lumineuses; ce sont, dis-je, ces réciprocations, que l'on pourroit substituer à ces *vicissitudes d'accès progressifs & regressifs* fort difficiles à concevoir selon l'idée de M. Newton. On verra que de la manière que je les ai décrites, elles feront le même effet pour l'explication du phénomène des anneaux colorés, & de tous les autres phénomènes que ce grand homme a entrepris d'expliquer. Mais de peur de fatiguer la patience du Lecteur en m'étendant trop sur des matières qui ne regardent pas directement la Propagation de la Lumière, je finis ici mon Discours, que je soumets à l'examen & à la sage décision de l'illustre Académie, & de ceux de ses membres qu'elle a choisis, pour examiner plus rigoureusement les pièces qu'on lui aura envoyées sur le sujet proposé à tous les Philosophes de l'Europe.

F I N,



0111111111

1111111111

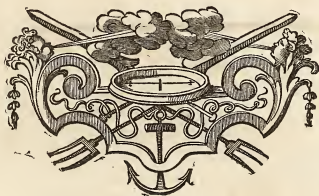
1111111111



1111111111

PIECES
QUI ONT REMPORTE
LES PRIX
DE L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES.
EN M. DCCXXXVII.

Selon la fondation faite par feu M. ROUILLÉ
DE MESLAY, ancien Conseiller au Parlement.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXVII.

912319

THE
SCIENCE



THE
ROYAL

OF THE

Avertissement de l'Académie.

PLUSIEURS excellentes Pièces que l'Académie a reçues cette année sur le sujet des Ancres, font le fruit du délai auquel elle se détermina en 1735. Cependant ayant divisé ce Sujet en trois parties différentes qui devoient faire l'objet d'autant de Prix, elle n'a pas trouvé des Pièces d'un égal mérite pour tous les trois. La figure des Ancres, comme plus susceptible de l'application de la Géométrie, est la partie qui en a fourni davantage, & les meilleures. Celle de la Forge & de la fabrique des Ancres, n'en a donné qu'un petit nombre; & l'épreuve des Ancres n'en a point procuré que l'Académie ait pû couronner sous ce titre. La Compagnie a donc adjugé le Prix du Sujet, *Quelle est la figure la plus avantageuse qu'on puisse donner aux Ancres ?* à la Pièce N° 5 (de 1737) qui a pour Devise,

Hic teneat nostras Anchora jacta rates,

& qui est de M. Jean Bernoulli, Docteur en Droit.

Elle a donné le Prix de la fabrique, *Quelle est la meilleure manière de forger les Ancres ?* au N° 7, dont la Devise est *Vis unita fortior*, & qui est de M. Tresaguet, ancien Ingénieur des Ponts & Chaussées.

A l'égard du troisième Sujet, *Quelle est la meilleure manière d'éprouver les Ancres ?* & qui ne lui a pas paru suffisamment rempli, Elle a jugé à propos de distribuer le Prix qu'elle y avoit destiné, en égale part à deux Pièces, où elle a trouvé d'ailleurs des Recherches curieuses & utiles, tant sur la figure des Ancres, que sur les autres

Sujets, & sur plusieurs pratiques qu'elle n'a pas voulu qu'il fussent perdus pour le Public.

L'une, qui est le N° 9, & qui a pour Devise, *Omnia conando docilis solertia vincit*, est de M. *Daniel Bernoulli*, Professeur en Anatomie.

L'autre, N° 11, qui contient trois parties, & qui a trois Devises, par ce vers ainsi varié,

Hic teneat nostras Anchora $\left\{ \begin{array}{l} \textit{Firma} \\ \textit{Ducta} \\ \textit{Certa} \end{array} \right\}$ rates,

est de M. le Marquis *Poleni*, Professeur de Mathématique à Padouë.

Les deux Pièces qui ont le plus approché du Prix, & c'est par rapport à la fabrique ou à l'épreuve des Ancres, sont le N° 5 (de 1735) qui a pour Devise, N° 154.

Et le N° 13 (de 1737) qui a pour Devise, *Si non bene saltem voluisse decorum est*, est de M. le Comte de Crequi.



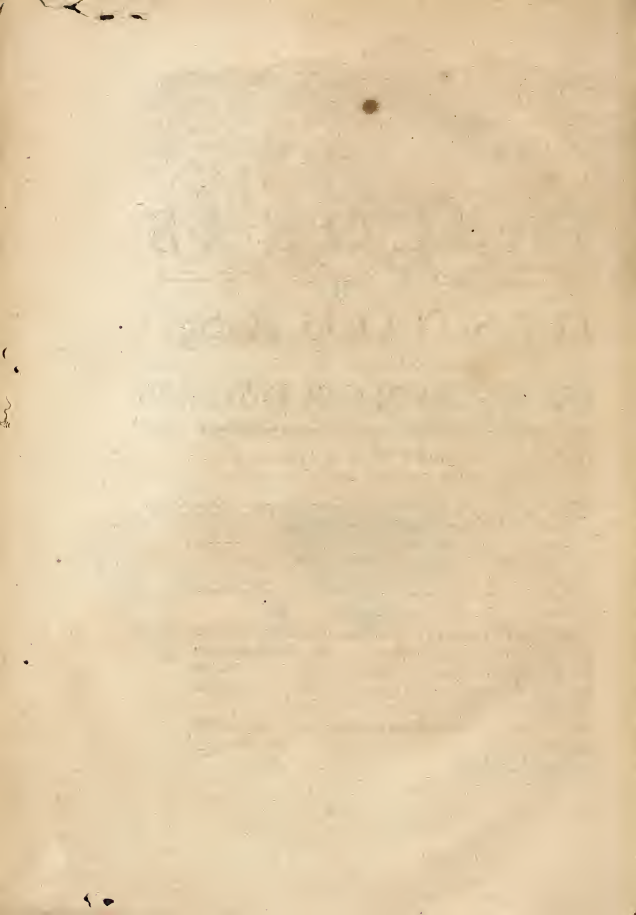
DISCOURS

DISCOURS SUR LES ANCRES.

Pièce qui a remporté le premier des Prix proposés
par l'Académie Royale des Sciences
pour l'année 1737.

*Par M. JEAN BERNOULLI, Docteur
en Droit.*







DISCOURS

SUR

LES ANCRES.

QUELLE EST LA FIGURE LA PLUS AVANTAGEUSE
QU'ON PUISSE DONNER AUX ANCRES!

*Sujet proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour
le premier Prix de l'année 1737.*

Hic teneat nostras Anchora jacta rates.

Ovid. lib. 1. de Art. am.

S. I.



L'ILLUSTRE Académie Royale des Sciences
ayant jugé à propos de proposer une seconde
fois le sujet qu'elle avoit déjà proposé pour le
prix de l'année 1735 ; elle en a fait trois sujets
différents, énoncés en ces termes.

1.^o *Quelle est la figure la plus avantageuse qu'on puisse donner
aux Ancres !*

A ij

2.^o *Quelle est la meilleure manière de forger les Ancres ?*

3.^o *Quelle est la meilleure manière d'éprouver les Ancres ?*

C'est principalement sur le premier de ces trois sujets que j'ai l'honneur de lui proposer mes réflexions dans ce petit discours, que j'ose soumettre au jugement éclairé de mes Juges. Je m'attacherai cependant aussi à expliquer mes pensées sur le troisième sujet, en faisant voir de quelle manière on pourra faire les épreuves convenables sur des modèles de petites Ancres, pour en tirer des conséquences applicables aux grandes.

§. I I.

Il y a lieu de croire, que l'Académie en demandant *quelle est la figure la plus avantageuse qu'on puisse donner aux Ancres*, veut savoir proprement *quelle est la meilleure manière de se servir des Ancres, non seulement par rapport à la figure qu'il convient de leur donner, mais aussi par rapport à d'autres circonstances auxquelles il est bon d'avoir égard* ! Pour me conformer donc le plus qu'il est possible à son intention, je crois devoir considérer l'Ancre dans trois temps différents, savoir, lorsqu'elle tombe au fond de la mer, lorsqu'elle y entre, lorsqu'elle y est fixée. C'est là l'ordre que je suivrai dans cette dissertation ; j'appuyai aussi mes raisonnements sur quelques expériences qui leur ajouteront beaucoup de poids.

§. I I I.

Avant que d'entrer en matière, il faut que j'explique les parties dont est composée l'Ancre représentée dans la Fig. 1.

Fig. 1.

DH est une pièce de fer, qu'on nomme la *verge* ; la partie *EDE* soudée au bout de la verge, qui fait la croix de l'Ancre, s'appelle la *croisée* ; *DE*, la moitié de la croisée, est appelée le *bras* ou la *branche* ; au bout de la branche est soudée la *patte F* ; je ne considérerai au commencement le bras de la croisée avec la *patte*, que comme une seule ligne droite. A l'autre bout *H* de la verge est attachée une pièce de bois perpendiculairement au plan de la croisée, c'est le *jas* ou *jouet* de l'Ancre ; *C* représente un gros anneau de fer

SUR LES ANCRÉS.

nommé l'*arganneau*, auquel est attaché le *cable*, qui est une grosse corde, par le moyen de laquelle le Vaisseau est arrêté après que l'Ancre est jettée.

Je ne parle pas des *Grapins d'abordage*, autre espece d'Ancre, que celle que nous avons représentée, ayant ordinairement quatre branches, & des crochets en place de pattes; on ne se sert de ces *Grapins* que sur les Galères, ou bien pour accrocher un Vaisseau ennemi, & je ne crois pas qu'ils fassent partie du sujet proposé; d'ailleurs le plus essentiel de ce que je dirai sur les Ancres, pourra s'entendre aussi des *Grapins*.

§. I V.

Quand l'Ancre tombe au fond, elle n'y mord pas aussitôt, ou du moins pas toujours; cela dépend de la situation où elle se trouve alors, & qui n'est pas toujours la même; quelquefois le plan de la croisée est perpendiculaire sur le fond de la mer, quelquefois il lui est parallele ou presque parallele, & le plus souvent il est oblique. Toutes ces situations ne sont pas indifférentes sans doute, & chacun voit que la première est la plus propre pour faire mordre & enfoncer l'Ancre dans le fond.

§. V.

Il seroit donc à souhaiter qu'on trouvât un moyen pour faire prendre à l'Ancre, en tombant au fond, telle situation qu'on voudroit lui donner; outre qu'on pourroit se passer alors du *Jas*, qui est fort embarrassant, & qui ne sert tout au plus qu'à empêcher que l'arc de l'Ancre ou la croisée ne prenne la situation parallele au fond.

§. V I.

L'Ancre ayant une fois mordu, il s'agit de la faire entrer aussi avant & avec autant de force qu'il est possible, dans le fond; & il est à remarquer ici, qu'à mesure qu'elle avance, on conçoit que sa verge change de direction, & qu'ordinairement elle fait au commencement un angle avec le cable, comme dans la Fig. 2. que cet angle devient de plus en plus obtus à mesure que le cable est tendu plus fort par l'effort que le Vaisseau fait pour s'éloigner de l'endroit de l'Ancre

Fig. 2.

Fig. 3.

qui l'arrête, & qu'à la fin le cable étant fortement tendu, il est presque en droite ligne avec la verge, comme dans la Fig. 3. & l'un & l'autre peuvent alors passer pour une seule ligne droite, qui sera comme horizontale, si la longueur du cable surpasse considérablement la profondeur de la mer, d'autant que le plus souvent on n'est pas en état de jeter l'Ancre en des endroits fort profonds. Cependant si on avoit l'invention de mettre l'Ancre dans telle situation que l'on voudroit, lorsqu'elle est au fond, on pourroit par ce moyen faire en sorte que la verge fût dès le commencement en ligne droite avec le cable, ce qui seroit encore un avantage considérable.

§. VII.

L'invention dont je viens d'insinuer l'utilité, ne me paroît ni impossible ni même difficile; je vois à vûe de pays plusieurs moyens pour en venir à bout; mais cette matière n'étant pas de mon ressort, je n'oserois me hasarder à en proposer un ici, craignant qu'il ne se trouvât dans son exécution des difficultés auxquelles je n'eusse pas pensé.

§. VIII.

Voyons maintenant ce qui fait pénétrer l'Ancre plus avant dans le fond, lorsque le Vaisseau vient à être entraîné par les vagues, & aussi par le vent qui donne toujours contre le Vaisseau, quand même les voiles sont *carguées*. C'est d'un côté la résistance que le poids de l'Ancre oppose à ce que le Vaisseau ne soit emporté avec trop de facilité, & de l'autre l'obliquité de l'angle sous lequel l'Ancre a mordu dans la terre.

Il faut sans doute que l'Ancre ait un certain poids; car il est clair, que si elle étoit trop legere, outre qu'elle seroit sujette à la rupture, son peu de résistance seroit aisément surmonté par la force avec laquelle les vents & les vagues poussent le corps du vaisseau; cependant elle ne doit pas être trop lourde ou trop pesante non plus, parce qu'on auroit trop de peine à la retirer. Il faut donc un certain milieu, qu'il seroit impossible de déterminer par le calcul; cela

SUR LES ANCRES. 7

dépend d'une infinité de circonstances, qui ne sont pas déterminées elles-mêmes : il a fallu consulter pour cela l'expérience, de même que pour la longueur & l'épaisseur de l'Ancre. On fait l'épaisseur de la plus grande, nommée la *maîtresse Ancre*, d'autant de pouces qu'il y a de pieds dans la moitié de la largeur du Vaisseau ; pour ce qui est de la longueur & du poids de la maîtresse Ancre, leur proportion est marquée dans la Table qui suit, par laquelle il paroît que la longueur de l'Ancre doit être comme la largeur du Vaisseau, mais le poids de l'Ancre en raison cubique de la même largeur du Vaisseau.

TABLE contenant la longueur & le poids que doit avoir la grande Ancre d'un Vaisseau, à proportion de la largeur de ce Vaisseau.

Largeur du Vaisseau.	Longueur de l'Ancre.	Poids de l'Ancre.
pieds.	pieds.	livres.
8.	3 $\frac{1}{2}$	33.
9.	3 $\frac{3}{4}$	47.
10.	4	64.
11.	4 $\frac{1}{2}$	84.
12.	4 $\frac{3}{4}$	110.
20.	8	512.
30.	12	1728.
40.	16	4096.
50.	20	8000.

S. I X.

J'ai dit qu'outre le poids de l'Ancre c'étoit aussi l'obliquité de l'angle sous lequel la patte se présente au fond, qui la faisoit entrer de plus en plus, à mesure que le Vaisseau est poussé. En effet, tout angle n'est pas également propre

Fig. 4.

pour cela, & l'on voit d'abord qu'on n'obtiendrait pas cet effet de l'Ancre, si on la faisoit comme elle est représentée dans la Fig. 4. en sorte que la croisée avec la patte fût en ligne droite perpendiculaire à la verge, parce que la direction de la force avec laquelle la verge est tirée, seroit perpendiculaire à la direction de la croisée, & qu'ainsi cette force ne contribueroit en rien pour faire entrer l'une des pattes dans le fond.

Fig. 5.

D'un autre côté l'on voit aussi que si la croisée étoit trop oblique, c'est-à-dire, si elle faisoit un angle trop aigu avec la verge, comme dans la Fig. 5. il arriveroit que la patte ne mordroit pas assés dans le fond, & qu'en avançant elle friserait seulement la surface de la terre, ou tout au plus elle ne feroit que des sillons ou des rayons pareils à ceux que fait le soc d'une charruë en remuant la terre; le *Vaisseau chasseroit sur son Ancre*, comme les Marins s'expriment, parce que la résistance de l'Ancre ne seroit pas suffisante pour l'arrêter.

§. X.

Cherchons donc l'angle le plus favorable, c'est-à-dire, celui sous lequel la patte entre le plus profondément, & avec le plus de facilité & de force.

Pour cet effet nous n'avons qu'à déterminer généralement la force avec laquelle la patte entre dans le fond sous un angle variable, & égaliser ensuite cette force à un *maximum*, ce qui nous donnera le sinus de l'angle le plus avantageux.

Fig. 6.

Soit pour cette fin dans la Fig. 6. *CA* le cable, *FG* le fond de la mer considéré comme presque parallèle à la direction de la verge & du cable *CB*; *AB* la verge, *NBE* la croisée. Ayant tiré *HI* perpendiculaire sur *BN*, soit nommée cette *HI* (sinus de l'angle cherché *HBI*) $= m$; (co-sinus du même angle) $= n = \sqrt{1 - mm}$; *HB* (sinus total) $= 1$; enfin la force avec laquelle le câble est tiré $= f$. Cette force *f* étant appliquée obliquement à la branche *BN*, ne sera pas toute employée suivant la direction *BN*; je la décompose donc suivant *BI* & *HI*, dont la

la première est dans la direction de BN , & la seconde perpendiculaire à cette même direction ; maintenant je dis , $HB(1) \cdot BI(m) : f$ (toute la force avec laquelle le cable est tendu ,) $\cdot mf$, qui sera la partie de cette force employée suivant la direction BN ; mais cette force mf n'est pas toute employée non plus à faire entrer l'Ancre dans le fond , & nous avons déjà dit que si la direction BN étoit fort oblique, l'Ancre ne mordroit point. Il faudra donc derechef décomposer cette dernière force suivant NL parallèle , & ML perpendiculaire au fond de la mer ; de ces deux forces ce n'est que la dernière qui fait entrer l'ancre dans le fond : or cette force est $= mnf$, car prenant $MN = HB = 1$, ML sera $= HI = n$ & $NL = BI = m$, & j'aurai cette analogie, $MN(1) \cdot ML(n) : mf$ (toute la force suivant BN) à la force résultante suivant $ML = mnf$.

Ainsi cette force mnf , ou (en divisant par la constante f) mn doit être un *maximum*, ce qui nous donne [en mettant pour n sa valeur $\sqrt{1 - mm}$] & puis en différenciant $m \sqrt{1 - mm}$] cette équation, $d m \sqrt{1 - mm} - \frac{m m d m}{\sqrt{1 - mm}} = 0$, ou bien $mm = 1 - mm$, & partant $m = \sqrt{\frac{1}{2}}$, comme aussi $n = \sqrt{1 - mm} = \sqrt{\frac{1}{2}}$: le triangle rectangle HIB sera donc isoscèle , & par conséquent l'angle cherché HBI égal à un demi-droit.

§. XI.

Le calcul que nous venons de faire suppose,

1.^o Que le fond de la mer est horizontal ; ce n'est pas que nous le croyons tel par-tout , ce qui seroit absurde , mais au moins il sera tel le plus souvent , & nous n'avons pas plus de raison de lui donner une autre situation, n'y ayant aucune certitude.

2.^o Que le cable est horizontal aussi, ce qui n'est pas vrai à la rigueur ; mais j'ai déjà insinué ci-dessus, qu'il peut passer pour tel lorsqu'il est bien tendu & assez long, par rapport à la profondeur de la mer. On voit donc qu'il est bon de faire les cables aussi longs qu'il est possible, selon que les autres

circonstances le permettent, afin qu'ils approchent d'autant plus d'être horisontaux.

Il y a encore une autre raison pour laquelle on doit faire les cables aussi longs que l'on peut; c'est afin qu'ils prêtent mieux aux bouffées des vents, de même qu'aux secousses des vagues, & qu'ils soient moins sujets à se rompre; parce que les extensions étant moins brusques dans une longue corde que dans une courte, elles prêtent plus aisément à la violence subite des bouffées & des secousses.

Quand je parle d'extension, ce n'est pas que je veuille dire par-là que les cables s'étendent réellement en longueur, mais c'est qu'un cable bien long, qui, comme l'on sçait, est fort pesant, ne sçauroit jamais être si bien tendu, qu'il ne lui reste encore quelque courbûre, & que par conséquent les bouffées & les secousses ne le puissent tendre encore davantage; c'est cette tension que j'ai appelée *extension*, & c'est dans ce sens qu'on pourroit dire d'une chaîne de fer suspendue horisontalement par les deux bouts, qu'elle s'étend, quoique le fer ne soit pas extensible, parce que les deux points de suspension s'éloignant l'un de l'autre, la chaîne paroît s'allonger.

S. XII.

Je dis qu'il est bon de faire les cables aussi longs qu'il est possible, selon *que les autres circonstances le permettent*; car on pense bien qu'on ne peut pas les faire aussi longs que l'on veut à l'indéfini. On a sur un Vaisseau grand nombre de cables, & ces cables, si on les faisoit trop longs, ne laisseroient pas que d'embarrasser tant par rapport au volume qu'au poids.

Mais il me vient une idée, qui peut-être n'est pas à rejeter, pour faire prêter un cable d'une longueur donnée autant que prêteroit un autre bien plus long; voici donc à quoi je pense: c'est de partager le cable en plusieurs parties, longues chacune de 20, 30 ou 40 pieds, & de joindre ces parties, par des ressorts de fer assez forts; comme seroit, par exemple, le ressort *BC* (*Fig. 7.*) entre les deux cordes *BA* & *CD*, lequel se dilateroit lorsqu'une grande force viendrait subitement à

Fig. 7.

tendre la corde totale *AD*, par-dessus la tension qu'elle souffroit déjà auparavant. On voit donc que par la dilatation de plusieurs ressorts mis entre deux, de distance en distance par toute la longueur du cable, cette longueur pourroit en s'allongeant considérablement, donner au cable la qualité de parer les plus violentes extensions, & de résister ainsi à la rupture par les dilatations & resserrements alternatifs des ressorts, selon la violence plus ou moins grande des bouffées & des secousses.

Je suis persuadé que si on exécutoit cette idée, on s'en trouveroit fort bien, car je ne crois pas que de cette manière on courût aucun risque de perdre jamais d'Ancre, ce qui seroit un avantage très-essentiel, vu que l'expérience ne nous montre que trop, combien il arrive souvent à un Vaisseau de perdre sa maîtresse Ancre; or cette Ancre une fois perdue le Vaisseau est fort mal, parce qu'un pareil accident n'arrive que dans le temps de grosses tempêtes.

S. XIII.

Nous avons supposé encore jusqu'ici, que la patte étoit en ligne continuée avec la croisée, ce qui pourtant n'est pas nécessaire, car il suffit que la ligne de direction du plan de la patte fasse avec le fond l'angle trouvé de 45 degrés, & le bras de la croisée pourra avoir telle figure, & faire tel angle avec la patte, que l'on voudra.

Il ne convient pas même que le bras considéré comme une ligne droite, soit dans la même direction avec la patte; en voici la raison: il faut, comme nous avons dit ci-dessus, que l'épaisseur, la longueur & le poids de l'Ancre gardent une certaine proportion avec la largeur du Vaisseau. Or cette proportion ne pourroit pas subsister, si chaque bras de la croisée étoit dans la même direction que sa patte; je veux dire, que si on donnoit à l'Ancre l'épaisseur & le poids qui sont requis, sa longueur deviendroît trop petite, ou bien si on donnoit à l'Ancre l'épaisseur & la longueur requises, elle deviendroît trop pesante, ce qu'il faut éviter avec soin, parce que la maîtresse Ancre est déjà si lourde d'elle-même,

qu'on ne peut la retirer qu'avec beaucoup de peine, & que pour cette raison on ne se résoud à la jeter que dans la dernière nécessité, comme dans un temps d'orage; adjoints à cela qu'il ne convient pas de charger le Vaisseau au de-là du nécessaire.

Il faut donc, pour garder la juste proportion marquée dans la Table, que chaque bras de la croisée (considéré toujours comme rectiligne) fasse un angle avec la direction de sa patte, comme dans la Fig. 8, où l'on voit que les lignes *DC*, *EC*, qui marquent les directions ou les prolongations des pattes *DE*, ne concourent qu'au point *C*; qui est au-dessus du sommet *B* de la verge *AB*.

§. XIV.

L'angle de 45 degrés que nous avons trouvé ci-dessus, est à la vérité le plus avantageux pour faire entrer la patte dans le fond, mais il ne le sera pas pour l'y faire demeurer quand elle y est fixée une fois, & pour empêcher que le Vaisseau ne chasse sur son Ancre: car alors plus le plan de la patte approchera d'être perpendiculaire sur la surface du fond de la mer, plus aussi y tiendra-t-elle ferme, parce qu'elle trouve plus de résistance, & ces résistances sont comme les quarrés des sinus de l'angle que fait la patte avec le fond. Car d'abord la patte rencontre plus de matière qui résiste sous un angle plus approchant d'un droit que sous un plus petit en raison des sinus de ces angles, & puis chaque particule de cette matière résiste davantage sous le premier de ces angles, que sous l'autre encore en raison de ces mêmes sinus; d'où il résulte, comme j'ai dit, que les résistances totales sont en raison doublée des sinus de l'angle de la patte avec le fond.

§. XV.

Ce que je viens de dire est aisé à vérifier par une expérience, il n'y a qu'à faire deux coulisses d'inégale largeur *ABCD*, *abcd* (Fig. 9 & 10;) remplies l'une & l'autre de terre grasse d'égale consistance; plantés-y les petites planchettes *EF*, *ef*, parfaitement égales entr'elles, mais

inégalement inclinées sur la direction de leur coulisse ; aux centres G, g , de ces planchettes attachés des ficelles GHP, ghp , que vous ferez passer par-dessus les poulies H, h ; & au bout de ces ficelles suspendés des poids P, p , que vous augmenterez successivement, jusqu'à ce qu'ils commencent à vaincre la résistance de la terre grasse, en faisant avancer les planchettes ; vous trouverez alors que le poids P sera au poids p , comme le carré du sinus de l'angle EFC , au carré du sinus de l'angle efc .

Ayant donc égard à cela, il sera bon de faire l'angle en question un peu plus grand que de 45 degrés.

§. XVI.

Je ne me suis pas fort étendu dans les réflexions que j'ai faites jusqu'ici, en considérant l'Ancre dans le temps où elle tombe au fond de la mer, & dans celui où elle y mord, parce que ce n'est pas là le principal de la question ; il est bien plus essentiel d'examiner quelle figure il convient de donner à la branche de l'Ancre, pour en avoir le plus d'avantage qu'il est possible, lorsqu'elle est une fois fixée ; & c'est à quoi je vais m'appliquer avec plus de soin dans la suite de ce discours.

§. XVII.

Mais avant que de continuer il faut que je m'explique sur quelques termes dont je me servirai, & qui sans cela pourroient causer de l'équivoque.

Que l'on conçoive donc (*Fig. 11.*) l'Ancre dans une situation horizontale, dont la projection de la croisée soit $ACBDA$, & celle de la verge soit DE ; que l'on conçoive aussi un plan vertical & parallèle à la verge, lequel coupe la croisée, & que la section fasse un parallélogramme rectangle $HFGI$, car c'est sous cette forme que je veux que le contour de la croisée soit construit, comme la plus commode pour en faire le calcul ; cela bien entendu, j'appellerai le côté horizontal GF ou IH l'épaisseur de la croisée ; le côté vertical GI ou FH la largeur ; l'arc ADB sa longueur, & l'aire de la section $HFGI$ sa grosseur ; enfin j'entendrai

Fig. 11.

par la *surface intérieure de la croisée*, la surface dans laquelle est situé le côté *GI* du rectangle vertical *HG*, laquelle surface je nommerai dans la suite aussi, *surface concave de l'Ancre*; mais pour le présent je fais abstraction de la concavité.

Après cette explication je retourne à mon sujet.

S. XVIII.

Pour que la figure de l'Ancre soit la plus avantageuse, il faut qu'elle lui donne deux avantages ou deux qualités les plus favorables, l'une pour résister le plus qu'il est possible à être cassée, & l'autre pour être le moins sujette à se plier ou à changer de figure; la figure par le moyen de laquelle on obtient le premier avantage, regarde la grosseur de l'Ancre, & celle qui doit procurer le second avantage, regarde la surface intérieure de l'Ancre; Nous chercherons premièrement la première de ces deux figures, puis l'autre, & enfin nous verrons comment il faut les combiner ensemble pour en avoir les deux avantages à la fois.

Je dis d'abord qu'il ne faut pas que la branche de la croisée ait par-tout une égale grosseur, parce qu'elle ne résisteroit pas également par toute sa longueur à être cassée; elle se casseroit plus aisément, par la nature du levier, vers le sommet de la croisée, que vers ses extrémités; par conséquent elle ne seroit pas forte à proportion de la matière qui la compose; il y auroit donc de la matière employée inutilement vers les extrémités, ou trop peu de matière vers le sommet. Il faut donc distribuer la matière en telle façon, que la branche soit par-tout également forte: c'est par cette raison que l'on fait les arcs des arbalètes plus minces vers leurs extrémités, que vers le milieu.

Or, Galilée a déjà démontré que, dans une poutre horizontale, insérée par un des deux bouts dans un mur, & portant un gros poids attaché à l'autre, la force pour résister est uniforme dans toute la longueur de cette poutre, lorsque les *EF*, *EF* (Fig. 12.) qui représentent les grosseurs de la poutre, sont par-tout proportionnelles aux appliquées correspondantes *DB*, *DB* de la parabole Apollonienne *ABC*,

Fig. 12.

c'est-à-dire, lorsque AEH est elle-même une parabole : supposé que la largeur, qui dans la position que donne Galilée à la poutre est horizontale, soit égale dans tous les points $F, F,$

§. XI X.

Ainsi il est à remarquer que cette dernière proposition n'est vraie, que pour le cas où l'Ancre, ou la poutre (pour me servir du même terme dont se sert Galilée) chargée à l'extrémité d'un poids attaché, faisant abstraction de sa propre pesanteur, est également large par toute sa longueur, c'est-à-dire, lorsque la surface intérieure de la croisée, considérée comme plane, est un parallélogramme rectangle ; car si sa largeur est variable, la courbe (dont les appliquées représentent les épaisseurs de la poutre) changera de nature suivant la loi des largeurs, de sorte que l'équation générale de cette courbe pour des largeurs quelconques, contiendra trois indéterminées, dont l'une, par exemple, celle qui dénote la largeur variable de la poutre sera arbitraire, pourvu que les aires des sections transversales, c'est-à-dire, les rectangles GH (Fig. 11.) soient proportionnelles aux appliquées de la parabole.

* Pour trouver cette équation générale soit $DFAMN$ (Fig. 13.) la poutre qui résisteroit par-tout également à une puissance qu'on appliqueroit en D , suivant la direction DC , & soit DeF la courbe des épaisseurs, dont nous cherchons l'équation, ou la courbe dont les appliquées be marquent les épaisseurs de la poutre ou du bras de la croisée ; soit l'aire du rectangle ec la section transversale de la poutre, en sorte que be étant son épaisseur, bc ou ed soit sa largeur aux points b ou e ; cette droite bc étant présentement variable sera l'appliquée d'une courbe DcM , qui terminera la surface intérieure de la croisée, & qu'on pourra appeler *courbe des largeurs*, laquelle de même que la courbe des épaisseurs DeF ,

Fig. 13.

* Pour éviter la confusion, il est bon de faire remarquer, que suivant l'idée de Galilée, il faut considérer la projection de la poutre comme faite sur un plan vertical, parallèle

à la longueur de la poutre DA , en sorte que l'épaisseur se change ici en largeur, & réciproquement la largeur en épaisseur.

aura pour axe la droite DA . Nommons toute la longueur $DA = a$, $Ab = y$, l'épaisseur $be = t$, la largeur $bc = z$, & la puissance qu'on suppose être appliquée en $D = p$.

La nature de la courbe DeF sera telle, que pour chaque point b le moment de la puissance en D , c'est-à-dire, p multiplié par la distance $a - y$, sera égal au moment de la force avec laquelle la poutre résiste à la rupture dans l'endroit du rectangle ec ; or cette résistance absolue étant proportionnelle à la multitude des fibres qui devroient être rompuës à la fois, & par conséquent proportionnelle à l'aire du rectangle ec , qui est $= zt$, il est visible, par la nature du levier, que la résistance absolue zt multipliée par la distance du centre de gravité à la base bc , qui est comme l'appui de ce levier, exprime par-tout le moment de la résistance; mais la distance du centre de gravité à la base d'un rectangle étant au milieu, on voit bien qu'elle sera toujours proportionnelle à t , donc le moment de la résistance sera exprimé par $zt \times t = zt^2$; il me vient donc cette équation pour la courbe DeF , $ztt = p(a - y)$, contenant trois indéterminées y , t , z , desquelles par conséquent il y en aura une d'arbitraire, par exemple z , laquelle étant ensuite déterminée par une autre circonstance que nous n'avons pas encore tirée en considération pour ce sujet, il n'y aura qu'à substituer la valeur de z en y ou en t , pour avoir l'équation à la courbe DeF dans chaque cas particulier.

§. XX.

Pour la simplicité nous avons considéré jusqu'ici la surface intérieure de l'Ancre comme plane, & nous le pouvions sans que cette supposition entrât pour rien dans le calcul par rapport au sujet dont il s'agissoit, car l'on sçait que le moment d'une puissance est le même dans un levier droit & dans un levier courbe, si sa distance à l'appui est la même dans l'un & l'autre levier. Cependant il y a une autre circonstance à laquelle nous n'avons pas encore fait attention, & qui ne permet pas que la surface intérieure de l'Ancre soit plane; c'est que de cette manière on n'obtiendrait pas le
second

second avantage requis dans l'Ancre, dont nous avons parlé ci-dessus (*Art. XVIII.*) car dans ce cas la branche ne seroit pas dans une disposition convenable pour conserver sa figure, quand le cable commence à se bander fortement, quoique d'ailleurs l'Ancre soit assés forte pour résister à la rupture; c'est ce qui nous conduit à la considération de cette autre qualité que doit avoir l'Ancre, & qui est bien la principale: car il ne suffit pas que ses dimensions soient dans la juste proportion, pour qu'elle résiste uniformément à la rupture par toute la longueur de sa croisée, mais il faut de plus lui donner une certaine courbûre, qui fasse que la croisée ne soit pas pliable ou sujette (je ne dis pas à la rupture, mais) à changer de figure, par la forte pression exercée contre la surface intérieure de la branche enfoncée dans la terre, laquelle pression lui arrive par l'opposition de la terre qui doit arrêter l'Ancre ou la tenir immobile, lorsque le cable bandé fait tout son effort pour l'entraîner.

S. XXI.

'Après d'assés longues méditations, & plusieurs tentatives que j'ai faites, pour découvrir en quoi pourroit consister le principe de la recherche de la plus avantageuse courbûre qu'il faut donner à la croisée, pour que sa branche enfoncée ne se plie en aucun endroit, quelque grand que soit l'effort du cable bandé, pourvû que d'ailleurs l'Ancre soit assés robuste, pour n'être point rompuë entièrement; j'ai enfin réussi dans mon entreprise, ayant trouvé le véritable & unique fondement de cette recherche, puisqu'il me paroît au-dessus de toute exception, tellement qu'après avoir communiqué mon idée à un de mes amis, bon connoisseur en fait de mécanique, il approuva fort ma théorie, dont il se servira peut-être lui-même, supposé que l'envie lui prenne de travailler aussi sur le sujet en question. Voici donc ma théorie: d'abord je me figure la branche enfoncée de la croisée, comme étant faite de matière parfaitement flexible, excepté ces deux extrémités, sçavoir, la patte & le sommet de la croisée, que je considère comme deux points fixes,

auxquels seroit attachée la branche flexible en forme de linge ou de voile, qui se courbe, comme on sçait, d'une certaine façon que la nature elle-même prescrit par la loi des pressions exercées sur la surface du linge ou de la voile, par le poids d'une liqueur ou par la force du vent. Ainsi quand la branche flexible est tirée fortement par le cable attaché à la verge de l'Ancre, on voit bien que la résistance de la terre, contre laquelle la surface intérieure de la branche flexible est pressée, doit faire le même effet que fait le poids d'une liqueur, ou l'impétuosité du vent, c'est-à-dire, que la branche flexible prendra d'elle-même une certaine courbure selon l'exigence de la loi des pressions. Or, il est visible que cette courbure une fois prise sera permanente, quoique la branche soit encore flexible; donc à plus forte raison, si nous supposons que dans cet état l'Ancre reprenne sa roideur ou sa dureté, on ne pourra nier que la courbure des branches de la croisée ne soit précisément celle que nous cherchons, pour que les branches ne soient point pliables, puisqu'elle auroit été engendrée par les pressions mêmes qui donnent l'équilibre à toutes les parties de la branche fixée en terre, de sorte que si une seule partie venoit à être déplacée de sa situation, tout cet équilibre seroit troublé dans le moment, ce qui seroit contre la loi des pressions, qui ont produit la courbure dans la surface concave de la branche, pendant qu'elle étoit encore, comme nous l'avons supposé, dans l'état de flexibilité.

§. XXII.

De tout ceci nous voyons que la courbure que l'on doit donner à chaque demi-croisée, ou plutôt à sa surface concave, est du genre des lingières ou des voilières; or cette courbe deviendra de différente nature, selon que la surface concave fera uniformément ou non-uniformément large. Pour la déterminer généralement, j'employerai le principe ordinaire pour la recherche des courbes flexibles par la pression des fluides, lequel consiste en ce que la force d'un fluide qui heurte obliquement contre les éléments d'une courbe, est

constamment en raison doublée du sinus de l'angle, que fait la courbe avec les parallèles à l'axe; d'autant que nous avons dit ci-dessus (*Art. XIV.*) que les résistances que souffre la branche de l'Ancre par l'opposition de la terre où elle est enfoncée, sont en cette raison là. Cherchons donc maintenant cette courbe.

§. XXIII.

L'on sçait qu'un fil tiré ou poussé par une infinité de forces, suivant les directions perpendiculaires à la figure courbe qu'il prend demeurant en équilibre, il faut que la courbure de ce fil [c'est-à-dire, l'angle de contact] soit partout proportionnelle à la force qui la cause; car (*Fig. 14.*) en concevant la courbe comme un polygone infinilatéral *abcdef*, où les forces sont appliquées aux angles *b, c, d*, &c. suivant les directions normales à la courbe, on voit par le principe de Statique, que la force en *b* est à la force en *c*, en raison composée de la force en *b* à la tension suivant *bc*, & de la tension suivant *cb* (égale à la première) à la force en *c*; la première raison du sinus de l'angle *abc*, ou de l'angle du contact *abr*, qui est son complément à deux droits au sinus total, & la seconde du sinus total au sinus de l'angle *bcd* ou *bcs*, donne *ex aquo directo*, que la force en *b* est à la force en *c*, comme le sinus de l'angle *abr* est au sinus de l'angle *bcs*, ou (à cause de l'infinie petitesse de ces angles) comme l'angle *abr* à l'angle *bcs*; donc les courbures en *b* & en *c* sont respectivement comme les forces; & ainsi de toutes les autres *d, e*, &c. *C. Q. F. D.*

C'est par ce principe que l'on a déterminé les courbes des voiles, celles des linges & toutes celles qui sont faites par les pressions des fluides sur des matières parfaitement flexibles, lesquelles pressions, comme on sçait par la nature des fluides, s'exercent toujours en directions normales à la courbe; ainsi la chose est trop connue pour m'y arrêter plus long-temps.

§. XXIV.

Il faut donc voir quelle courbe en résultera, lorsque les pressions (en donnant d'abord à la surface concave de la

Fig. 15.

croisée une largeur uniforme par toute sa longueur) seront proportionnelles aux quarrés des sinus de l'angle que fait la courbe ABC (Fig. 15.) avec les paralleles à l'axe, c'est-à-dire, à $\frac{dy^2}{ds^2}$, en nommant AD , x ; DB , y , & l'arc AB , s .

En général dans toutes les courbes l'angle de contact (en faisant ds constante) est $= \frac{-ddy}{dx}$; cet angle de contact est donc, (suivant la théorie exposée dans l'article précédent) proportionnel à la force qui presse, & qui elle-même est proportionnelle à $\frac{dy^2}{ds^2}$. Nous aurons donc $\frac{dy^2}{ds^2}$ multiplié

encore par la longueur de l'élément ds , c'est-à-dire, $\frac{dy^2}{ds} = \frac{-ddy}{dx}$, ou (pour obtenir l'homogénéité) $= \frac{-addy}{dx}$;

ce qui donne $\frac{dx}{ds} = \frac{-addy}{dy^2}$; en intégrant, il provient

$\frac{x}{ds} = \frac{a}{dy} + \frac{c}{ds}$, où bien (en réduisant les fractions

en entiers, & mettant pour ds^2 sa valeur $dx^2 + dy^2$), on aura $(x - c)^2 \times dy^2 = aadx^2 + aady^2$, & par conséquent $[(x - c)^2 - aa] dy^2 = aadx^2$: d'où enfin nous

tirerons $dy = \frac{adx}{\sqrt{(x-c)^2 - aa}}$, qui est l'équation pour

les chaînettes. Que si on fait l'arbitraire $c = 0$, on obtient l'équation ordinaire pour la chaînette, $dy = \frac{adx}{\sqrt{(xx - aa)}}$.

C. Q. F. T.

Corollaire. Donc la croisée, qui a sa surface concave partout également large, étant courbée suivant la courbure d'une chaînette ordinaire, ne pourra pas être pliée, ni changer de figure par les pressions opposées de la terre où elle est enfoncée, quelque grand que soit leur effort, c'est-à-dire, que l'Ancre, si elle n'est pas assez forte, se rompra plutôt en pieces que de plier la moindre chose en aucun endroit.

S. XXV.

J'ai vérifié le calcul que nous venons de faire par l'expérience qui suit.

J'ai pris une masse de terre grasse, à laquelle j'ai donné la forme d'un parallépipede rectangle *ACD* (*Fig. 16.*) aux côtés duquel j'ai appliqué une ficelle dont la longueur égaioit environ la moitié du contour du parallépipede, en sorte qu'en appliquant un bout au point *B* au milieu de la surface *ABC*, & faisant passer la ficelle par *C* & *D*, l'autre bout vint atteindre au milieu de la surface opposée, sçavoir vis-à-vis de *B*; cela étant fait, j'ai pris les deux bouts de la ficelle avec les deux mains, & j'ai tiré ainsi la ficelle à travers la terre grasse, suivant la direction horisontale *BA*, en sorte que le mouvement égal des deux extrémités fût toujours parallèle aux côtés du parallépipede, & que la section se fît dans un plan horisontal : à peu-près comme on fait lorsqu'on veut couper en deux une piece de savon par le moyen d'un fil d'archal; j'ai continué ce mouvement jusqu'à ce que toute la ficelle, excepté les deux bouts que je tenois avec les mains, ait été cachée dans la terre grasse; ensuite de quoi, ayant séparé la partie supérieure du parallépipede, j'ai examiné quelle étoit la figure que la ficelle avoit prise, & je l'ai trouvée assés bien la même que celle d'une chaînette d'égale longueur.

Fig. 16.

S. XXVI.

Cette expérience demande beaucoup de précaution & beaucoup de délicatesse dans son exécution, par rapport à toutes ses circonstances. Il faut d'abord que la terre ne soit pas trop sèche ni trop épaisse, mais elle doit être aisée à manier. Il faut de plus qu'elle soit bien épurée, & qu'elle ne contienne point de grains de sable qui pourroient altérer la figure de la ficelle: il convient aussi de prendre une assés grande quantité de terre, pour que toute la masse ne soit pas entraînée par l'effort avec lequel on tire la ficelle. Au reste, il faut se servir pour cette expérience, de terre grasse, ou de quelqu'autre matière semblable, & non point de quelque liqueur, telle, par exemple, que l'eau; car si on faisoit l'expérience dans l'eau, la ficelle étant tirée, ne feroit pas, en pousant, reculer les particules de l'eau, elle ne feroit

que fendre l'eau, en séparant ses particules qui s'échapperoient de côté & d'autre, & les directions de leurs résistances ne seroient pas normales aux éléments de la ficelle, par conséquent ce ne seroit pas notre cas.

Pour ce qui est de la ficelle, il faut qu'elle soit sans aucune roideur, & par-tout également facile à être pliée, elle doit aussi avoir quelque largeur en forme de ruban; car si on ne se servoit que d'un fil délié, il ne feroit encore que fendre ou séparer les particules de la terre grasse, sans les pousser devant soi. Il faut avoir bien soin encore que le mouvement de ce ruban soit horizontal & uniforme. Enfin, il faut prendre bien garde qu'en séparant la partie supérieure de la terre grasse, cela se fasse avec beaucoup de délicatesse, pour ne rien changer à la figure que le ruban aura prise. Sans toutes ces précautions, l'expérience pourroit en apparence démentir mon raisonnement.

§. XXVII.

Il est vrai que la solution donnée dans l'article XXIV. n'a lieu que lorsque la figure courbe n'est qu'une ligne: ou plutôt lorsque la surface concave de la croisée est par-tout de la même largeur. Cependant les épaisseurs pourront être inégales, & telles qu'on les jugera convenables; car l'épaisseur n'entre pour rien dans la résistance, d'autant qu'il est visible que de tout le parallélogramme *ec* (*Fig. 13.*) ce n'est que le côté *bc* qui est exposé à la résistance.

Que si pourtant on trouvoit à propos de faire la surface concave inégalement large, en donnant, par exemple, à chaque branche la figure d'un conoïde parabolique courbé en trompe, alors le calcul deviendrait beaucoup plus embarrassant; car la largeur de la section n'étant plus constante, comme elle l'étoit auparavant, il faudra encore multiplier par elle le $\frac{dy^2}{ds}$ pour avoir la force qui s'exerce sur un élément de la courbe considérée comme ayant une largeur variable; or cette largeur de la section transversale du conoïde parabolique, est proportionnelle à $\sqrt{a-y}$. Nous aurons

donc $\frac{-ddy}{dx}$, ou (à cause de ds constante) $\frac{ddx}{dy} =$
 $\frac{dy^2 \sqrt{(a-y)}}{b ds \sqrt{a}}$ & (en divisant par dy) $\frac{ddx}{dy^2}$ ou $\frac{ddx}{ds^2 - dx^2} =$
 $\frac{dy \sqrt{(a-y)}}{b ds \sqrt{a}}$, par conséquent $\int \frac{ddx}{ds^2 - dx^2}$, ou $\frac{1}{2 ds} \left(\int \frac{ddx}{ds - dx} \right.$
 $\left. + \int \frac{ddx}{ds + dx} \right) = \int \frac{dy \sqrt{(a-y)}}{b ds \sqrt{a}}$, ou négligeant de part &
d'autre les ds constants, $\frac{1}{2} \left(\int \frac{ddx}{ds - dx} + \int \frac{ddx}{ds + dx} \right)$
 $= \int \frac{dy \sqrt{(a-y)}}{b \sqrt{a}}$; le premier membre est $= \frac{1}{2} L \frac{ds + dx}{ds - dx}$,
& l'autre est $= \frac{-\frac{1}{2}(a-y)^{\frac{1}{2}}}{b \sqrt{a}} + \frac{\frac{1}{2}a}{b}$.

Je n'acheve pas le calcul, parce qu'il n'aboutit pas à grande chose; cependant j'ai été bien aisé de montrer la manière dont je m'y suis pris pour ce cas, où l'équation différentielle se réduit aux simples différentielles du premier degré, parce que cette méthode m'a fait songer à un moyen de faire en sorte que la courbe cherchée devienne algébrique, & même d'une infinité de manières. Je vais l'indiquer en peu de mots.

§. XXVIII.

Ce qui est cause dans notre dernier cas, que la courbe n'est pas algébrique, c'est que le premier membre de l'équation n'est intégrable que par les logarithmes, & que le second membre l'est absolument. Si donc je puis faire en sorte que ce second membre soit aussi une différentielle logarithmique, j'obtiendrai ce que je souhaite, savoir une équation algébrique: or je puis substituer à $\sqrt{(a-y)}$ une quantité qui en fasse une différentielle logarithmique, & il m'est permis de le faire, pourvu que je fasse variable la largeur de la surface concave proportionnellement à cette quantité; au lieu que dans notre dernier cas, elle étoit proportionnelle à $\sqrt{(a-y)}$. En effet, nous avons déjà dit, qu'il n'importoit quelle que fût cette largeur, pourvu qu'on réglât là-dessus l'épaisseur de l'Ancre, afin de satisfaire à la première qualité

qu'elle doit avoir pour résister uniformément à la rupture, suivant la Théorie de Galilée. Or nous avons donné dans l'article XIX, une équation générale pour la courbe des épaisseurs de l'Ancre, quelle que soit la largeur, variable ou invariable de sa surface concave. Un exemple suffira pour expliquer ma pensée.

§. XXIX.

Posons que la surface concave de l'Ancre, contre laquelle la pression s'exerce, soit inégalement large; qu'elle soit terminée de part & d'autre par une courbe, dont les appliquées à l'axe soient proportionnelles à $\frac{1}{aa-yy}$, l'équation pour

la courbe cherchée deviendra celle-ci $\frac{ddx}{dy} = \frac{ady^2}{ds(aa-yy)}$, &

(en divisant par $\frac{dy}{ds}$) $\frac{dsddx}{dy^2}$ ou $\frac{dsddx}{ds^2-dx^2} = \frac{ady^2}{aa-yy}$. Ici on

voit que le second membre est aussi une différentielle logarithmique, & qu'il est parfaitement semblable au premier.

En décomposant donc ces deux membres, on aura $\frac{ddx}{ds-dx}$

$+\frac{ddx}{ds+dx} = \frac{dy}{a-y} + \frac{dy}{a+y}$, &, en intégrant, $L\frac{ds+dx}{ds-dx}$

$= L\frac{a+y}{a-y} + L\frac{b}{a}$ (je prends b pour arbitraire). Donc

$\frac{ds+dx}{ds-dx} = \frac{ab+by}{aa-ay}$, &, en multipliant en croix, & rangeant

les ds d'un côté & les dx de l'autre, $(aa-ab-ay-by)$

$ds = (ay-by-aa-ab)dx$. Enfin, après avoir pris

les quarrés, & substitué pour ds^2 sa valeur dx^2+dy^2 , on

parvient à cette équation finale $dx = \frac{aa-ab-ay-by}{2\sqrt{a^3b-abyy}}dy$;

qui dans le cas où $b=a$, donne $dx = \frac{-ydy}{\sqrt{aa-yy}}$ &

$x = \sqrt{aa-yy} + c$. D'où l'on voit qu'il y a un cas

où la courbe cherchée est un cercle.

Il faut noter ici, en passant, que si l'arbitraire b est prise

$= -a$, l'équation qui en viendra, $dx = \frac{ady}{\sqrt{yy-aa}}$, est

encore pour la chaînette, si-bien que cette fameuse courbe

peut

peut satisfaire non seulement dans le cas de l'invariabilité des largeurs, comme nous avons trouvé dans l'article XXIV, mais aussi lorsque l'on fait les largeurs variables en raison de $\frac{1}{aa-yy}$. Chose digne d'attention pour la pratique, à cause de la facilité avec laquelle cette courbe se forme d'elle-même par une chaîne suspendue par les deux bouts.

§. XXX.

Nommons maintenant généralement la largeur indéterminée de la surface concave de la croisée z , & nous aurons $\frac{ddx}{dy}$ (à cause de ds constante) $= \frac{-ddy}{dz} = \frac{zdy^2}{dz}$; multipliant par $ds dx$, & divisant par dy^2 , il vient $\frac{-dsddy}{dy^2} = z dx$; en intégrant, on a $\frac{ds}{dy} = \int z dx$; en prenant les quarrés, & multipliant par dy^2 , l'on trouve $dx^2 + dy^2 = dy^2 (\int z dx)^2$, ou bien $dx^2 = [(\int z dx)^2 - 1] dy^2$, & enfin $\frac{dx}{\sqrt{(\int z dx)^2 - 1}} = dy$.

Voilà l'équation générale de la courbe, en donnant à la surface concave de l'Ancre une largeur quelconque, constante ou variable suivant telle loi qu'on voudra, puisque cette loi est arbitraire. Donc si l'on fait z constante, l'équation sera pour la chaînette, ce qui est le cas que nous avons déjà eu ci-dessus, (art. XXIV.) comme je viens de l'insinuer dans l'article précédent.

Si l'on fait $z = \frac{1}{xx}$, la courbe devient un cercle; car on aura $dy = \frac{xdx}{\sqrt{(1-xx)}}$, & $y = -\sqrt{1-xx}$.

Pour avoir généralement telle équation qu'on voudra, il n'y a qu'à chercher dans cette équation, la valeur de dy , la faire égale à $\frac{dx}{\sqrt{(\int z dx)^2 - 1}}$, on en tirera aisément la valeur de z . Par exemple, si on souhaite que la courbe pour la croisée soit une parabole qui ait pour équation $yy = 2cx$, on aura $dy = \frac{cdx}{\sqrt{(2cx)}} = \frac{dx}{\sqrt{(\int z dx)^2 - 1}}$, par conséquent $\frac{c}{\sqrt{(2cx)}} = \frac{1}{\sqrt{(\int z dx)^2 - 1}}$, & l'on obtiendra $z = \frac{1}{(2cx+cc)} = \frac{1}{(2y+cc)}$.

La théorie des Voilières fournit aussi, comme elle le doit, la même Solution de notre Probleme : nous allons la donner en peu de mots, elle servira de petite récapitulation de ce que nous venons de dire.

Fig. 17. Soit HBC (Fig. 17.) la courbûre de la surface concave de la demi-croisée, FeD la courbe d'égale résistance, c'est-à-dire, la courbe dont les épaisseurs représentent les épaisseurs de la poutre qui résisteroit par-tout également à une puissance qu'on appliqueroit en D , suivant la direction DC ; soit le rectangle ec la section transversale de la poutre, dont eb est l'épaisseur, & bc ou ed la largeur au point b ou e ; soient de plus dans tous les points B qui répondent aux points b ou e , les épaisseurs Bf de la croisée proportionnelles aux épaisseurs correspondantes be de la poutre, de même aussi les largeurs de la surface concave proportionnelles aux largeurs ed ou bc de la poutre, en sorte que les grosseurs ou les aires des sections transversales deviennent proportionnelles aux grosseurs ou aux aires correspondantes ec des sections de la poutre.

Soient nommées, toute la longueur $AD = a$, $HE = x$, $EB = y = Ab$, $eb = t$, $bc = z$, la puissance qu'on suppose être appliquée en D , suivant DC parallèle aux épaisseurs $eb = p$.

Nous avons trouvé ci-dessus (art. XIX.) pour la nature de la courbe FeD cette équation $ztt = p(a - y)$ contenant trois indéterminées, desquelles il y en a une d'arbitraire, par exemple z . Mais comme la courbûre HBC de l'Ancre doit être celle que l'Ancre prendroit de soi-même, si elle étoit parfaitement flexible, & qu'elle fût pressée contre la matière du fond plus ou moins dure, dont la résistance s'exercât principalement sur l'extrémité C , c'est-à-dire, sur la patte dont l'étendue étant considérablement plus grande que celle de la surface concave du bras enfoncé de la croisée, il faudra considérer cette résistance exercée sur la patte, comme la puissance p qui doit soutenir les efforts qui se font

également pour plier le bras dans tous les points B , à peu près semblable à la résistance des vergues qui soutiennent les voiles pendant que le vent les enfle, & leur donne la juste courbure : or pour trouver cette courbure dans l'Ancre (considérée comme flexible), savoir celle que l'Ancre enfoncée, prendroit en appliquant la surface concave HBC contre la terre intérieure du fond de la mer, il faut former cette équation en conséquence de la théorie des Voilières,

$$\frac{-dy}{dx} = \frac{dy^2}{ds^2} \times \frac{zds}{ab} = \frac{zdy^2}{abds}. \text{ Donc } \frac{-dy}{dy^2} = \frac{zdx}{abds},$$

& leurs intégrales $\frac{x}{dy} = \frac{1}{abds} \int z dx$, ou $abds = dy \int z dx$.

§. XXXII.

Cette équation renferme encore trois indéterminées y, z & x , desquelles les deux premières sont contenues déjà dans l'équation à la courbe des épaisseurs $ztt = p(a - y)$, d'où il paroît que les trois courbes, celle des épaisseurs de l'Ancre, celle des largeurs de la surface concave, & celle de la courbure de la surface concave elle-même, sont tellement liées ensemble, que l'une étant prise à volonté, la nature des deux autres en découle nécessairement. Donc, puisque nous avons pris z pour arbitraire, nous pourrions prendre pour elle une telle fonction de x , qui rende la quantité différentielle $z dx$ intégrable. Je nommerai donc son intégrale X , quelque fonction de x , & j'aurai $abds = X dy$ & leurs carrés $aabb(dx^2 + dy^2) = XXdy^2$; d'où je tire $aabbdx^2 = (XX - aabb) dy^2$ & $dy = \frac{abdx}{\sqrt{XX - aabb}}$.

Pour que cette équation devienne algébrique, on pourra choisir de toutes les X une telle qui rende son dernier membre intégrable.

§. XXXIII.

Mais il est plus commode de prendre pour HBC telle courbe que l'on veut, c'est-à-dire, de regarder les y comme arbitraires, & d'en déterminer ensuite les z .

Je veux, par exemple, que HBC soit une parabole, qui

ait pour équation $\frac{yy}{ac} = x$, ou $\frac{ydy}{c} = dx$: on aura ds^2 ou $dx^2 + dy^2 = \frac{yydy^2 + cc dy^2}{cc}$, dont la différentielle (à cause de ds^2 constant) doit être égale à zero, d'où on trouvera $ddy = \frac{-ydy^2}{cc + yy}$. Donc si dans l'équation générale $\frac{-ddy}{dy^2} = \frac{zdx}{abds}$, trouvée sur la fin de l'article XXXI. on substitue les valeurs de ddy , dx & ds , qui sont $\frac{-ydy^2}{cc + yy}$, $\frac{ydy}{c}$ & $\frac{dy\sqrt{(cc + yy)}}{c}$, cette équation-là se change en celle-ci $\frac{y}{cc + yy} = \frac{zy}{ab\sqrt{(cc + yy)}}$, d'où je tire z ou $bc = \frac{ab}{\sqrt{(cc + yy)}}$ & l'équation à la courbe des épaisseurs de la poutre FeD , que nous avons trouvée être $ztt = p(a - y)$, (Art. XIX.) dégénérera en celle-ci $\frac{abtt}{\sqrt{(cc + yy)}} = p(a - y)$, ou $abtt = (pa - py) \times \sqrt{(cc + yy)}$, & t'ou eb , ou la proportionnelle $Bf = \sqrt{\frac{(pa - py)\sqrt{(cc + yy)}}{ab}}$.

Si l'on veut que HBC soit un cercle dans lequel $y = 1 - \sqrt{(1 - xx)}$, on aura $dy = \frac{x dx}{\sqrt{(1 - xx)}}$, $ddy = \frac{x ddx - x^2 ddx + dx^2}{(1 - xx)^{\frac{3}{2}}} = (\text{à cause de } ds \text{ constante}) \frac{-dx ddx}{dy}$
 $= \frac{-\sqrt{(1 - xx)} ddx}{x} = (\text{en substituant pour } ddx \text{ sa valeur } \frac{-x dx^2}{1 - xx}) \frac{dx^2}{\sqrt{(1 - xx)}}$, & $ds [= \sqrt{(dx^2 + dy^2)}] = \frac{dx}{\sqrt{(1 - xx)}}$, par conséquent l'équation $\frac{-ddy}{dx} = \frac{zdy^2}{abds}$ sera transformée en celle-ci $\frac{-dx}{\sqrt{(1 - xx)}} = \frac{zx dx^2}{1 - xx} : \frac{ab dx}{\sqrt{(1 - xx)}}$
 $= \frac{zx dx}{ab\sqrt{(1 - xx)}}$; d'où l'on obtient $z = \frac{ab}{xx}$.

Tout cela est conforme à ce que nous avons trouvé dans l'article XXX.

§. XXXIV.

Je crois que les réflexions que nous venons de proposer, satisfont abondamment à notre question, puisqu'elles enseignent à construire en plusieurs manières l'Ancre de telle

façon qu'elle ait les quatre qualités essentielles, ſçavoir, 1.^o d'entrer ou de mordre le plus facilement dans le fond; 2.^o d'y demeurer le plus ferme; 3.^o de réſiſter le plus à la rupture; & enfin, 4.^o d'être le moins ſujette à ſe plier ou à changer de figure.

Elle aura les deux premières qualités, comme nous avons montré dans les articles X & XV. ſi le plan de la patte fait avec la verge un angle d'un peu plus de 45 degrés.

Pour ce qui eſt des deux autres qualités, elles dépendent de la figure de l'Ancre, & on peut les lui procurer d'une infinité de manières; elle les aura, par exemple, ſuivant ce que nous avons trouvé dans l'article précédent, ſi on donne à la ſurface concave une figure parabolique exprimée par cette équation $yy = 2cx$ (en conſidérant la verge comme l'axe de la parabole, & nommant les abſciſſes depuis le ſommet x & les appliquées y ; pour c elle eſt arbitraire), & ſi de plus on fait les largeurs z de la même ſurface concave proportionnelles à $\frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}}$ (a eſt égal à la longueur de la branche, & b eſt arbitraire), & enfin les épaiſſeurs t de la branche, proportionnelles à $\sqrt{\frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab}}$, (p déſigne la force qui s'exerce ſur la patte). Car puiſque $z = \frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}}$, & $t = \sqrt{\frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab}}$, on aura $z t t = \frac{ab}{\sqrt{(cc+yy)}} \times \frac{(pa-py)\sqrt{(cc+yy)}}{ab} = pa - py$; par conſéquent (ſuivant l'article XIX.) la branche réſiſtera le plus qu'il eſt poſſible à la rupture.

De plus, on aura $dx = \frac{y dy}{c}$, $z dx = \frac{ab y dy}{c \sqrt{(cc+yy)}}$ donc $\int z dx = \frac{ab}{c} \sqrt{(cc+yy)}$ & $dy \int z dx = \frac{ab dy}{c} \sqrt{(cc+yy)}$; mais ds étant $= \frac{dy \sqrt{(cc+yy)}}{c}$, on aura auſſi $ab ds = \frac{ab dy \sqrt{(cc+yy)}}{c}$; ainſi $ab ds = dy \int z dx$, par conſéquent (ſuivant l'article XXXI.) la branche ſera le moins ſujette à ſe plier, ou à changer de figure.

Il ne me reste plus qu'à dire quelques mots sur le troisième Sujet proposé par l'Académie, suivant ce que j'ai promis dès le commencement de mon Discours : car pour ce qui est du second Sujet, comme il est hors de ma sphere, je n'entreprendrai point d'en parler ; il faudroit avoir la pénétration & l'expérience de M. de Reaumur, pour connoître à fond la nature intime & les propriétés du fer, la manière de le manier & de le forger, selon qu'exigent les circonstances, sans quoi il seroit difficile de travailler avec succès sur cette matière.

§. XXXVI.

Je ne sçais si j'entre bien dans la pensée de l'Académie, ou si en demandant *quelle est la meilleure manière d'éprouver les Ancres* ! elle demande autre chose que de sçavoir la *meilleure manière de connoître la force de l'Ancre*, c'est-à-dire, de connoître à quelle force l'Ancre peut résister sans se rompre.

Si c'est-là ce que l'Académie veut sçavoir, il me semble qu'il n'y a pas de manière plus facile & plus sûre, que de faire cette épreuve sur une Ancre fabriquée en petit ; je veux dire, de construire une petite Ancre à laquelle on donnera la figure & les dimensions indiquées ci-dessus, de suspendre un poids à une de ses extrémités, & de voir jusqu'à quel point il faudra augmenter ce poids avant que l'Ancre se casse ; d'où l'on pourra conclurre quelle sera la force d'une grande Ancre semblable à la petite, & qui aura par conséquent toutes ses dimensions en raison donnée avec celles qui sont homologues dans la petite.

§. XXXVII.

Je dis qu'on pourra connoître de cette manière quelle sera la force de la grande Ancre, parce qu'il est aisé de démontrer que les puissances que deux Ancres semblables, mais de différents poids, peuvent soutenir, seront entr'elles comme les quarrés des dimensions homologues ; car nous avons vû dans l'article XIX, que dans toute Ancre le moment de la force avec laquelle elle résiste à la rupture dans

un endroit quelconque, c'est-à-dire, z *tt* doit être égal au moment du poids que l'Ancre peut supporter, c'est-à-dire, à $p \times (a - y)$; donc $p = \frac{z \cdot t \cdot t}{a - y}$. Mais dans les Ancres semblables les z , les t & les $a - y$ qui se répondent, sont tous en même raison, sçavoir, comme les dimensions homologues, par exemple, comme les longueurs a des demi-croisées; ainsi les p ou les poids que deux Ancres semblables peuvent supporter, seront entr'eux comme les $\frac{a^3}{a}$, ou comme les $a a$; d'où il suit, comme j'ai dit, que les puissances p auxquelles deux Ancres semblables peuvent résister, sont entr'elles comme les quarrés des dimensions homologues de ces Ancres. De sorte que si je trouve qu'une petite Ancre pesant, par exemple, une livre, puisse soutenir un poids de 400 livres attaché à une de ses extrémités, je conclurai de-là qu'une Ancre semblable, pesant 8000 liv. pourra soutenir un poids de 160000 livres.

Il s'agit après cela de sçavoir si la force avec laquelle l'Ancre est tirée par le Vaisseau tourmenté par les vents & les vagues dans les plus grosses tempêtes, surpasse celle d'un poids de 160000 liv. & si elle ne la surpasse pas, on pourra dire qu'une Ancre de 8000 liv. est capable de résister aux plus grosses tempêtes. Pour moi, j'avouë que je ne sçais pas jusqu'où va la force des vents & des vagues, lorsque la mer est la plus orageuse, mais je ne doute pas qu'on n'ait des expériences là-dessus. On voit bien que c'est une affaire de pure expérience, il suffit que j'aye fait voir, qu'en construisant en petit un modele d'Ancre, dont on peut aisément éprouver jusqu'où va la plus grande force à soutenir, on est en état de calculer par ma regle, à combien de force telle grande Ancre que l'on voudra, pourra résister, pourvu qu'on en connoisse les dimensions.

S. XXXVIII.

Ce que j'ai dit dans l'article précédent, que les p , ou les puissances auxquelles les Ancres peuvent résister, étoient proportionnelles aux $\frac{z \cdot t \cdot t}{a - y}$, me donne occasion de faire une remarque que j'aurois pû faire plutôt, mais qui me paroît

32 DISCOURS SUR LES ANCRES.

trouver ici le plus commodément sa place. C'est que sans employer plus de matière, on peut faire en sorte que les Ancres résistent à une plus grande puissance, en faisant les épaisseurs t plus grandes que les largeurs z , sans pourtant changer les grosseurs zt , ce qui se fera en diminuant les z en même raison que l'on augmente les t ; car si je prends t un nombre n fois plus grand pour avoir nt , & z autant de fois plus petit pour avoir $\frac{1}{n}z$, il est visible que j'aurai $\frac{1}{n}z \times nt = zt$; par conséquent l'Ancre dans toute sa longueur conservera ses premières grosseurs; donc aussi son poids ou sa masse totale ne changera pas non plus. Cependant la force d'une Ancre dont les largeurs sont $\frac{1}{n}z$, & les épaisseurs nt , sera n fois plus grande que celle d'une autre Ancre de poids égal, mais dont les largeurs seroient z , & les épaisseurs t : ce qui est facile à prouver. Car la force de celle-ci étant simplement exprimée par $\frac{z^{11}t}{a-y}$, la force de l'autre sera $\frac{\frac{1}{n}z \times nnt}{a-y}$, ou $\frac{nzt}{a-y}$; or on voit que $\frac{z^{11}t}{a-y}$ est à $\frac{nzt}{a-y}$ comme 1 à n .

De cette manière on pourroit augmenter à l'infini la force de résister dans les Ancres, sans rien changer à leur poids ni à leur courbure. Mais il y a deux choses à observer, qui empêchent de diminuer trop leurs largeurs: car 1.^o la surface concave n'ayant pas une largeur raisonnable, il pourroit arriver facilement, que le Vaisseau vînt à chasser sur l'Ancre qui fendroit la terre comme par un tranchant, à moins que la patte seule ne fût capable de l'arrêter; 2.^o l'Ancre étant trop mince selon le plan de la croisée, l'opposition de la terre pourroit la faire plier de côté ou d'autre, comme une lame se plie lorsque de son tranchant elle donne tant soit peu obliquement contre un obstacle. Ainsi il faudra toujours observer un juste milieu pour éviter le trop ou le trop peu: c'est le plus souvent l'expérience qu'il faut consulter sur les circonstances qui ne sont pas essentielles à la question dont il s'agit.

FIN de la Pièce qui a remporté le premier Prix.

MEMOIRE

Fig. 1

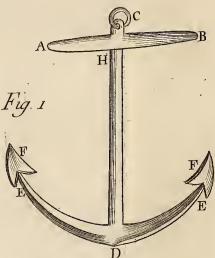


Fig. 2



Fig. 4

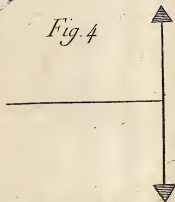


Fig. 3

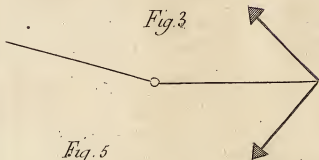


Fig. 5



Fig. 6

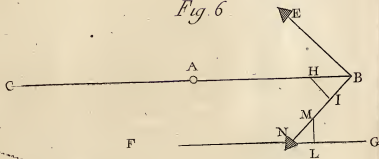


Fig. 8

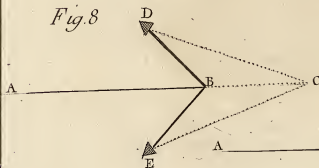
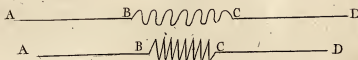
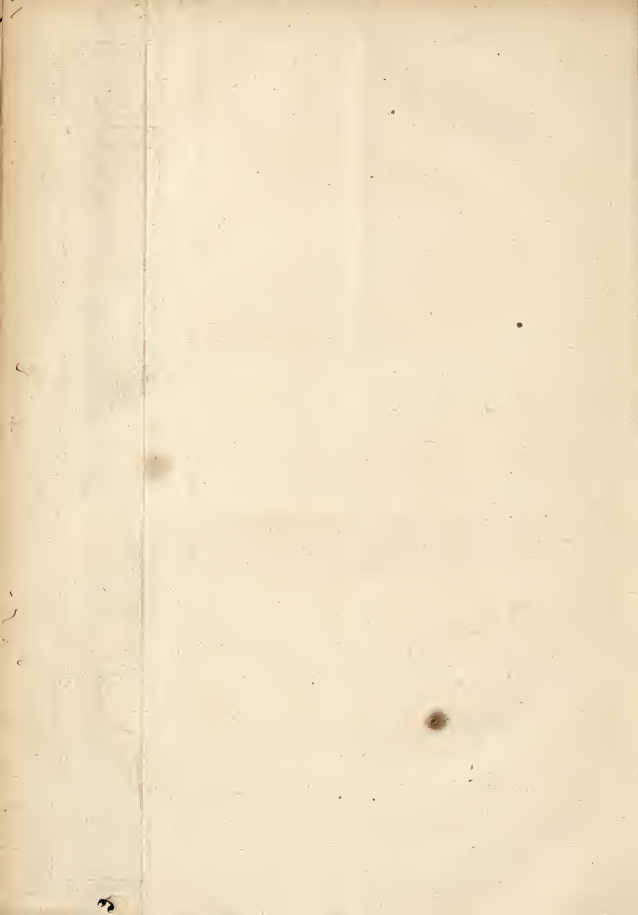
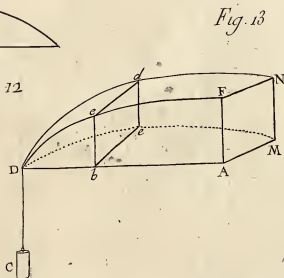
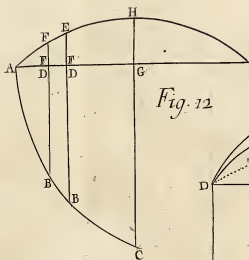
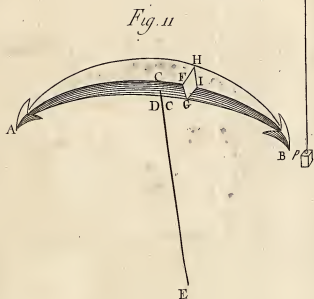
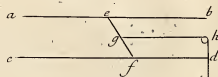
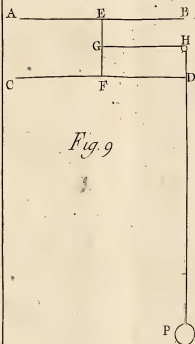


Fig. 7







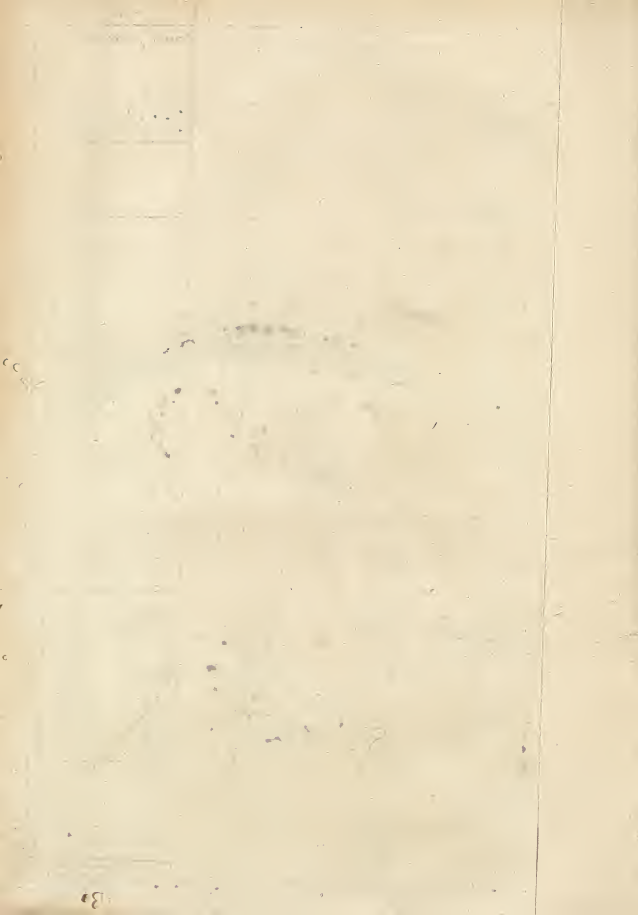


Fig. 15

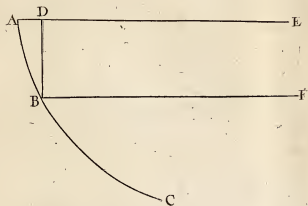


Fig. 14



Fig. 16

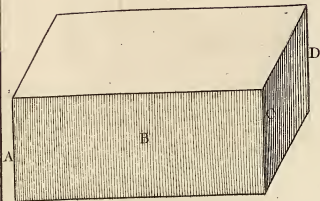
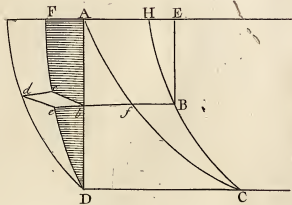
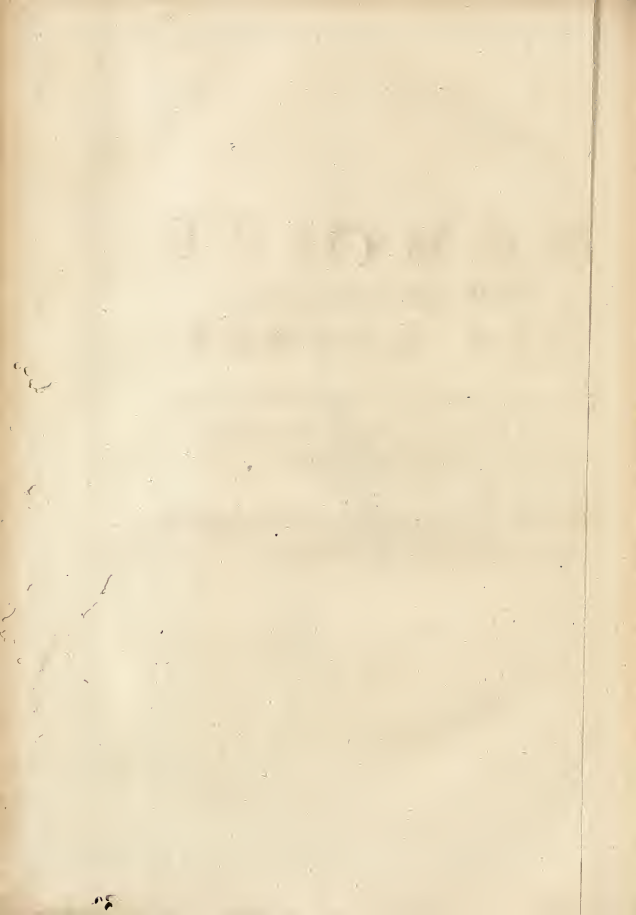


Fig. 17





MEMOIRE

SUR LA FABRIQUE

DES ANCREs.

Pièce qui a remporté le second des Prix proposés
par l'Académie Royale des Sciences
pour l'année 1737.

*Par M. TRESAGUET, ancien Ingenieur
des Ponts & Chaussées.*

Prix 1737.

E

THE

OF

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE



MEMOIRE

SUR LA FABRIQUE

DES ANCRÉS.

QUELLE EST LA MEILLEURE MANIERE
DE FORGER LES ANCRÉS!

*Sujet proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour
le second Prix de l'année 1737.*

Vis unita fortior.

IL faut nécessairement connoître la nature du Fer, pour
juger sûrement de la manière dont il doit être mis en
œuvre.

Il se tire des Mines en grains de différentes grosseurs
& de différentes figures depuis une ligne de diametre jusqu'à
12 lignes, & plus.

On jette ces grains dans un grand vaisseau ou fourneau
de maçonnerie rempli de charbon de bois, que deux gros
soufflets qui agissent alternativement par le moyen de l'eau,
entretiennent toujours allumé. On y mêle une pierre blanche
appelée *castine*, partagée en petits morceaux d'un ou deux
pouces cubes pour lui servir de dissolvant. La Mine se fond
en liqueur qui tombe au fond du fourneau, comme ce qu'il
y a de plus pesant; la terre & quelques parties hétérogènes

Planche II.

Planche III,
IV, V & VI.

E ij

Planche IV. mêlées avec les parties du Fer, la castine fondue, la cendre des charbons, tout cela furnage, & c'est ce que l'on appelle le *litier*.

Planche III. On fait couler séparément le Fer dans un moule, par une ouverture qui se fait au bas du fourneau, après avoir fait sortir le litier par une autre au-dessus; il s'y congele en se refroidissant, de sorte que toutes les petites parties intérieures du Fer se rapprochent les unes des autres, à peu-près de la même manière qu'elles l'étoient dans un seul grain, mais dans une bien plus grande quantité, suivant que l'on en a mis plus ou moins en fusion, & ordinairement on en rassemble assés pour former un prime triangulaire de 15 pieds de long, sur 8 à 10 pouces de côté, ce qui pèse environ 2000 livres, & ce que l'on appelle en Berry une *Gueuse*.

Cette fonte composée de petites parties irrégulières de métal, qui se touchent les unes les autres, laissent entr'elles de petits espaces remplis du reste de cette matière hétérogène qui ne s'en est pû entièrement séparer par cette première opération.

Planche VII. On dispose un bout de la gueuse sur une espece de caisse de Fer d'environ 3 pieds de long sur deux de large & un de profondeur, on la couvre de charbon de bois que l'on entretient toujours bien allumé, par le moyen de soufflets pareils à ceux du fourneau: le feu amollit cette fonte au point de la faire tomber dans cette caisse en petites masses, parties par parties, à peu-près comme la cire d'Espagne sur du papier. Cette opération diffère de la première, en ce que les parties hétérogènes mêlées avec le métal, ne sont pas mises en assés grand mouvement, pour écarter beaucoup les premières les unes des autres, mais seulement les faire, pour ainsi dire, tressaillir.

On rassemble avec un ringard, qui est une longue barre de Fer quarrée, tout ce qui est tombé dans la caisse; il s'en forme une masse que l'on appelle une *Loupe*, laquelle on prend avec de grosses tenailles pour la porter sous un gros marteau que l'eau fait aussi mouvoir. Ce marteau en frappant

SUR LA FABRIQUE DES ANCRES. 37

dessus, rapproche toutes les parties du métal, & en exprime quelques-unes des hétérogènes qui les tenoient trop éloignées. On forme un parallelepède, on le reporte au feu, & ensuite sous le gros marteau pour l'allonger, & cela autant de fois qu'il est nécessaire pour le réduire en barre de la longueur & de la forme que l'on veut, platte ou carrée.

Dans ces dernières opérations, non-seulement les parties du métal se pressent encore les unes contre les autres, par la force des coups de marteau qui les comprime, mais étant amollies par le feu, elles changent de figure, & s'allongent à peu-près dans la même proportion que toute la barre; les parties hétérogènes & liquides qui sont restées entr'elles, quoiqu'en petite quantité, leur donnent la facilité de se placer en sorte qu'elles s'engagent tellement entr'elles, que leur tissure, difficile à déranger entièrement, les rend seulement pliables, en glissant un peu les unes contre les autres, & c'est en quoi consiste la qualité des Fers doux.

Tout ce qui précède s'est dit des Fers en général, & ne regarde cependant que ceux provenant de certaines Mines. Il y en a de si chargées de matières étrangères que l'on ne peut, sans beaucoup de travail & de dépense, les en dégager, ce qui fait que les parties de métal nageant, pour ainsi dire, au milieu des premières, ne peuvent, avec les opérations ordinaires, que se rapprocher les unes des autres, sans changer que peu leur figure, ni s'entrelacer comme celles dont on a parlé, de sorte que la moindre force suffit pour les dégager; & c'est de cette sorte qu'est composé le Fer cassant, d'autant plus que les matières étrangères qui s'expriment de tous les Fers, tiennent de la nature du Verre, comme l'expérience nous l'apprend.

On a vu qu'en forgeant une loupe sous le gros marteau, les petites parties de métal prenoient à peu-près chacune en particulier, la forme du tout ensemble, ainsi celles d'une barre platte, sont autant de petites lames qui s'arrangent les unes entre les autres, ce que l'on apperçoit même à la simple vue; de sorte que pour partager ces sortes de barres en deux,

on est obligé de les plier plusieurs fois d'un côté & d'autre, ce qui est, pour ainsi dire, les déchirer, plutôt que de les casser, par la difficulté d'en dégager les petites lames les unes des autres, & de vaincre pour cela leur frottement.

Il est encore à observer qu'il faut une force des plus considérables pour faire casser, & même courber une barre platte sur le côté, & cela parce qu'il y a beaucoup plus de parties qui résistent à leur séparation que de l'autre sens, & beaucoup plus de frottement. Ces principes bien entendus, il est aisé d'en conclurre quelle doit être la véritable manière de forger les Ancres.

Il faut prendre pour exemple les plus grosses qui se sont faites.

La longueur d'une Ancre de 6000 livres doit être à peu près de 15 pieds, & sa grosseur de 10 pouces.

Pour composer une aussi grosse masse de Fer, on n'a que des loupes de 50 livres pesant ou environ, telles qu'elles se tirent d'une gueuse l'une après l'autre, comme on l'a dit ci-devant.

On sçait qu'en faisant chauffer deux morceaux de Fer jusqu'à un certain degré, les appliquant l'un sur l'autre, & frappant dessus, ils s'unissent de sorte qu'ils ne forment plus qu'un même corps, c'est ce qu'on appelle *souder ces Fers l'un à l'autre*. Alors les parties métalliques s'insinuent les unes entre les autres, facilitées par ce qu'il y a de parties étrangères presque liquifiées, & cela d'autant mieux que les parties de Fer de l'une & de l'autre sont disposées de même sens, & pareillement figurées.

Si l'on faisoit chauffer deux de ces loupes pour les joindre ensemble, & ainsi consécutivement jusqu'à ce que cette pièce fût formée des proportions qu'elle doit avoir, on voit que les parties du Fer n'auroient pû acquérir ni la figure ni la liaison qu'ont celles d'une barre platte formée d'une pareille loupe, parce que chacune de ces loupes ne sera point allongée à beaucoup près; la pièce d'Ancre ne se pouvant former de cette sorte, pour ainsi dire, que par troncçons, ni s'épurer

SUR LA FABRIQUE DES ANCRES. 39

autant qu'il est nécessaire, de ses parties étrangères & cassantes qui restent dans les loupes, ne pourroit avoir toute bonne qualité des Fers doux.

Il en seroit de même si on la formoit de plusieurs pièces Planche VIII.
de Fer courtes, quoique plus épurées, mais qui ne peuvent Fig. 1.
jamais avoir l'avantage de la tissure des parties intérieures, outre bien d'autres inconvénients auxquels ces sortes de fabriques seroient sujettes, dont le détail est inutile à présent.

Il ne reste donc plus que de la composer de barres, mais il y a plusieurs façons de s'y prendre.

On avoit imaginé de faire un paquet de plusieurs barres de Fer quarrées, de la longueur que l'on vouloit donner à l'Ancre, entretenues ensemble par des liens de fer. Ce paquet étoit porté au feu, ou par le milieu, ou par un bout, & chauffé au point nécessaire; plusieurs forgerons frappaient dessus à grands coups, de forts marteaux élevés à tours de bras soudoient la superficie de la partie qui avoit été chauffée; mais quelque forte que fût l'impression de tous ces marteaux, elle n'a jamais pû être assez grande pour pénétrer jusqu'au centre de la pièce, de sorte que ce qui étoit soudé formoit une espèce de croûte ou de fourreau dans lequel les barres du milieu étoient renfermées, ainsi que des plumes dans une casse d'écrivain; au moyen de quoi, lorsque dans les grands mouvements d'une Mer agitée, cette croûte se cassoit, les barres du milieu n'étant point entretenues ensemble, ne résistoient pas long-temps, tout se disloquoit, s'il est permis de le dire ainsi. D'ailleurs l'usage est de donner aux Ancres une figure pyramidale, en les grossissant depuis le quarré jusqu'à la croisée, tant les verges que les bras, de sorte que les barres qui composent le paquet étant également grosses d'un bout à l'autre, pour grossir la pièce vers la croisée, on inséroit de petits bouts de barres entre les grandes, ce que Planche X.
Fig. 1.

l'on appelloit des *fourrures*, lesquelles non-seulement ne tenoient que par un bout, & ne donnoient aucune nouvelle force à l'Ancre, mais encore laissoient nécessairement des vides préjudiciables entre les grandes barres, parce que

Planche VIII.
Fig. 3.

dans le mouvement, elles servoient de point d'appui pour les casser.

La manière suivante de forger, de disposer les barres, & de les souder, remédie à tous ces défauts, c'est ce que l'on croit démontré, tout ce qui précède étant bien entendu.

On supposera qu'elles doivent avoir la figure que l'usage leur donne.

Planchie IX. On forge des barres plates & pyramidales, en sorte que l'un des bouts est plus large & plus épais que l'autre, & que la même proportion suive dans toute la longueur; on leur donne moins de longueur que n'en doit avoir la pièce, soit que ce soit une verge ou un bras que l'on veuille forger; on en fait de deux largeurs différentes seulement, mais plusieurs de différentes épaisseurs.

On en arrange d'une même espèce les unes à côté des autres sur le même plan, en sorte qu'elles aient ensemble plus que le diamètre de la pièce, observant de commencer par celles qui ont le plus d'épaisseur; sur celles-là, on en pose d'autres plus larges & moins épaisses, afin qu'elles recouvrent les joints des premières, & l'on continue de suite jusqu'au centre du paquet que l'on veut former; après quoi on pose de semblables lits de barres dont les épaisseurs augmentent dans la même proportion à mesure qu'elles s'éloignent du centre.

On connoît par le calcul, le plus de grosseur & le moins de longueur que doit avoir le paquet pour que la pièce se trouve avoir les proportions que l'on veut lui donner, & qu'elle soit du poids demandé. On fait le paquet plus court & plus gros que ne doit être la pièce, parce qu'en le forgeant il s'allonge & diminue de grosseur; & l'on connoît que toutes les barres sont également chauffées, & par conséquent soudées, parce qu'elles s'allongent également, ce qui se voit aisément par le bout du paquet. On donne plus d'épaisseur aux barres les plus éloignées du centre, parce que le feu agit davantage sur elles, & en enleve plus de parties, & celles du centre sont plus minces, parce que le feu y pénètre moins,

SUR LA FABRIQUE DES ANCRES. 41.

moins, & qu'elles sont ainsi plus aisées à chauffer.

On lie toutes ces barres ensemble avec des liens soudés, de différents diamètres, que l'on fait entrer par le petit bout du paquet, & que l'on chasse ensuite à grands coups de marteau jusqu'à ce qu'ils soient parvenus à un endroit où toutes les barres soient extrêmement en ferre.

Ce paquet étant fait & bien affermi, on le porte à la forge; on pose l'endroit que l'on veut chauffer au-dessus de ce que l'on appelle *la tuyere*, qui est l'ouverture par laquelle le vent des soufflets se communique au foyer, & on le dispose de sorte que les différents lits des barres soient situés verticalement. On couvre le tout d'une quantité de charbon de pierre proportionnée à la grosseur de la pièce, après y en avoir jetté une pellerée d'allumé. Ce charbon, qui doit être d'une pierre assez menuë, onctueuse, & non de celles qui, remplies de soufre, s'enflamment d'abord, s'unit le plus que l'on peut, & s'applatit par le dessus, afin qu'il n'y ait point d'ouvertures qui communiquent du dedans au dehors, on le mouille pour faciliter cette opération, & empêcher que la superficie extérieure ne reçoive l'impression du feu; on est attentif pendant toute la chaude à ce qu'elle se conserve en cet état & sans fractures. Le tout reste ainsi un petit espace de temps sans faire agir les soufflets, pendant quoi le feu s'allume peu à peu, ensuite on donne un vent médiocre, & enfin tout celui des deux soufflets qui agissent alternativement, comme à toutes les autres forges, & donnent un vent continu. Par cette gradation de vent, les petites parties de Fer s'ébranlent peu à peu, & celles de la superficie communiquent leur mouvement aux autres, au lieu qu'un vent continu & violent, détacheroit ces premières, avant que les plus près du centre fussent suffisamment agitées. Les charbons les plus proches de la pièce se consomment, elle se trouve isolée au milieu d'une voute embrasée dans laquelle le vent circule continuellement, & porte de toutes parts les parties imperceptibles du charbon qu'il détache, lesquelles mettent

en mouvement toutes celles du paquet comprises dans la voute.

Elles s'insinuent premièrement entre les couches verticales des barres, vis-à-vis desquelles le vent a plus de force à la sortie des soufflets, & pénètrent ensuite dans les joints horizontaux des épaisseurs des barres; si le vent a plus de force dans cet endroit, il trouve aussi plus de résistance dans ces petits passages étroits & détournés, & c'est ainsi que le tout se chauffe également.

Pour connoître s'il l'est au degré nécessaire, on perce la voute joignant le paquet; on le tourne & retourne, si on le juge nécessaire, ce qui est facile, étant isolé, comme on l'a dit, sans rompre la voute, le charbon n'étant plus adhérent; enfin lorsque l'on s'apperçoit qu'il est blanc, & au degré nécessaire pour bien souder, on le tire du feu.

On le porte sous un gros marteau de 7 à 800 pesant qui, tombant d'environ 3 pieds de hauteur, d'où il est encore poussé par un ressort, soude en quatre coups toutes ces barres les unes avec les autres, celles du centre comme celles de la superficie, en sorte qu'elles ne forment plus qu'un seul corps; de manière que si on le coupoit dans quelqu'endroit que ce fût, on n'y reconnoîtroit aucunes jointures: on continue de cette sorte partie par partie successivement dans toute la longueur du paquet jusqu'à ce qu'il soit entièrement soudé.

Une pareille pièce de Fer a certainement toutes les qualités du meilleur Fer & le plus doux & le moins cassant; ses parties métalliques n'ont pû changer de figure, elles ont été frappées du même sens que lorsque les barres ont été formées, rien n'en a interrompu la tissure, elles se sont même encore allongées, & par conséquent plus engagées les unes dans les autres, le paquet ayant été fait moins long & plus gros que la pièce ne devoit être; elle est plus épurée de cette matière cassante dont ses parties étoient trop environnées.

Le poids d'une Ancre est déterminé par la force de l'équipage du Vaisseau pour lequel elle est destinée, c'est-à-dire,

SUR LA FABRIQUE DES ANCRES. 43

par le nombre d'hommes qui peuvent servir au Cabestan; étant d'ailleurs d'un Fer de la meilleure qualité qu'elle puisse être, il s'agit de tirer encore tout l'avantage possible de la quantité.

De la manière dont une Ancre est mouillée, le plus grand effort qu'elle fait est dans le plan qui passe par la verge & les deux bras.

De ce que l'on a dit d'une barre plate, qu'elle étoit infiniment plus difficile à casser sur le côté que sur le plat, on en doit conclure infailliblement que l'Ancre, pour avoir aussi toute la force possible, doit être plate en ce sens, & non pas ronde ni quarrée, mais un parallelepipedé prolongé, dont les angles cependant doivent être abbattus en rond, tant pour empêcher qu'elle ne coupe les cables, que parce que par le frottement contre les rochers ou autrement, elle pourroit souffrir de l'altération dans ses parties les plus foibles, enfin pour la facilité de la manœuvre.

Elle auroit plus de force, moins elle auroit de longueur, parce que ses parties grossiroient à proportion.

Enfin quoique l'usage soit établi de les faire pyramidales, peut-être parce qu'elles ont plus de grace, c'est-à-dire, plus foibles vers l'organneau, ainsi que les bras vers les pattes, il semble qu'elles devroient être par-tout également grosses, d'autant que lorsque l'on jette une Ancre, il est très-incertain quel sera le point d'appui, parce qu'elle pénètre très-inégalement dans tous les différents fonds qu'elle rencontre.

Les pattes méritent autant d'attention que les autres parties de l'Ancre, & ne se font cependant que de loupes applaties, dont les parties intérieures n'ont aucune liaison, quoiqu'il soit nécessaire qu'elles résistent à toutes les violentes secousses de la Mer: il seroit donc d'une extrême conséquence de les forger comme le reste, en soudant plusieurs barres ensemble, pour les applatir ensuite dans les proportions qu'elles doivent avoir; elles se souderont même plus exactement aux bras, leurs petites parties étant disposées du même sens, de sorte qu'en s'y appliquant, elles se placeront plus facilement entre

celles-là, sans les croiser ni les trop séparer, comme feroient des grains irréguliers de la fonte.

Ceux qui conduisent cette fabrique doivent, par un calcul exact, régler toutes les dimensions des Ancres, par rapport au poids de chacune pour le leur donner juste, & en même temps les proportions conformes à celles qui leur seront prescrites. Ils doivent en tracer le dessein sur un plan, pour les faire exécuter avec justesse.

Les inconvénients de cette fabrique proviennent de l'inattention des chauffeurs qui laissent brûler le Fer, les barres se trouvent coupées; ils y appliquent des pièces du premier Fer qu'ils trouvent, & cette partie devient sans comparaison, beaucoup plus foible que les autres. C'est à ce que cela n'arrive jamais, qu'il est nécessaire de veiller avec grand soin, parce que l'on doit regarder une pièce manquée lorsque cela arrive.

EXPLICATION DES PLANCHES *du Mémoire sur la fabrique des Ancres.*

P L A N C H E I.

Ourdon ou Etablissement de Charbonniers.

Figure 1. Cordes de bois dressées.

2. Fourneau commencé.

3. Fourneau dressé.

4. Fourneau bougé, ou incrusté de terre, auquel on met le feu pour convertir le bois en charbon.

P L A N C H E II.

Mineray.

Figure 1. Mineurs ou Tireurs de Mine.

2. Laveurs pour nettoyer la Mine.

3. Grapeur qui lave une seconde fois la Mine dans un chaudron percé comme une passoire.

SUR LA FABRIQUE DES ANCRES. 45

P L A N C H E I I I.

Masse de Fourneau.

- Figure 1*, Ouverture par laquelle on fait sortir le litier ou l'écume du Fer, que des manœuvres cassent lorsqu'il est congelé, pour l'enlever en morceaux.
2, Ouverture par où le Fondeur fait couler la fonte dans le moule qu'il a creusé pour former la gueuse.
3, Gueuse.

P L A N C H E I V.

Coupe du Fourneau perpendiculaire à la face de l'autre part.

- Figure 1*, Litier.
2, Mine fonduë.
3, Intérieur ou cuve du fourneau.

P L A N C H E V.

Coupe du Fourneau parallele à la première face, tel qu'il est chargé & en feu.

- Figure 1*, Soufflets de bois qui agissent alternativement par le moyen de l'eau.
2, Tuyere dans laquelle s'insinuent les deux bouts des soufflets.

P L A N C H E V I.

Derrière du Fourneau par où on le charge.

P L A N C H E V I I.

Affinerie.

- Figure 1*, Gueuse.
2, Bout de la gueuse en fusion.
3, Affineur qui rassemble les parties tombées dans l'affinerie.
Figure 4, Loupe que le valet d'affineur rassemble davantage, & raffermir.

46 MEMOIRE SUR LA FABR. DES ANCRES.

4. 4. Loupe que le Marteleur commence à forger sous le gros-marteau, de laquelle il s'exprime encore du litier.

P L A N C H E V I I I.

Forge aux Ancres.

Figure 1, Ancre de mises ou de différentes pièces les unes au bout des autres.

2, Verge en paquets de barres de Fer quarré, assemblées indistinctement.

3, Coupe de cette verge où les fourrures s'apperçoivent.

4, Cette verge forgée à bras, telles qu'elles se forgent dans les Ports.

5, Verge de barres plattes au feu.

6, Verge de barres plattes sous le gros marteau.

P L A N C H E I X.

Figure 1, Barres du second lit de la verge.

2, Barres du premier lit.

3, Profil du petit bout.

4, Profil du gros bout.

P L A N C H E X.

Figure 1, Forgerons qui portent un bras d'Ancre pour être soudé à la verge par le gros marteau, ce qui ne peut se faire que dans les grosses Forges, & est infiniment plus sûr que de les souder à bras, comme il se pratiquoit.

2, Maître Ancrier qui rogne l'Ancre, par où l'on connoît en même temps que toutes les barres sont unies, & ne forment plus qu'un même corps.

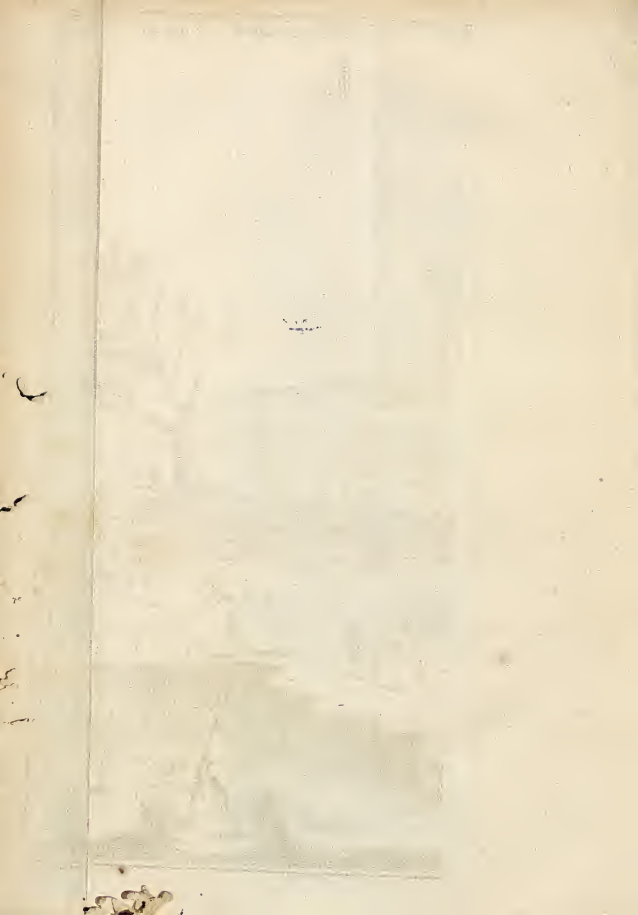
P L A N C H E X I.

Figure 1, Ancre de barres non soudées intérieurement.

2, Forgerons qui donnent la courbûre au bras.

FIN de la Pièce qui a remporté le second Prix.







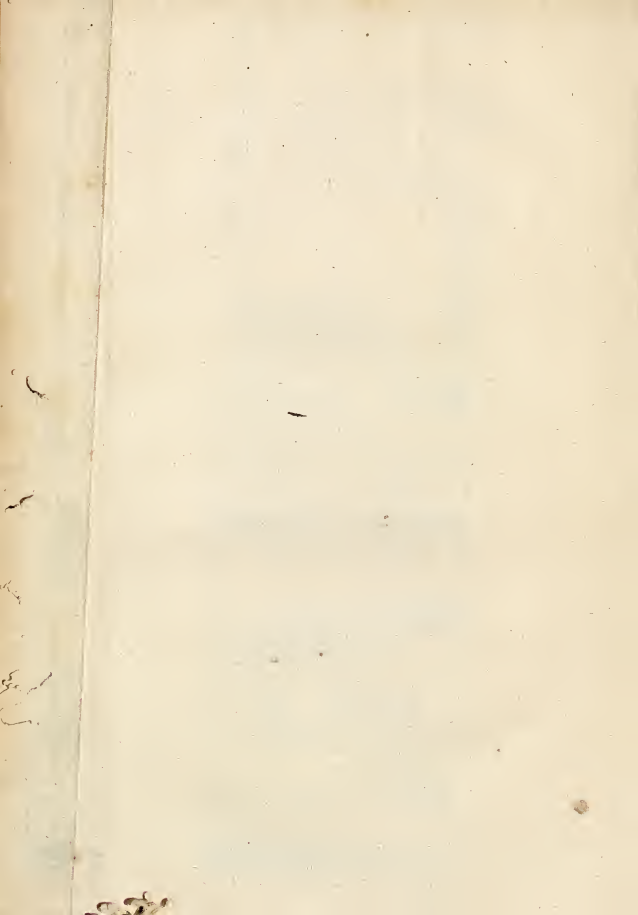
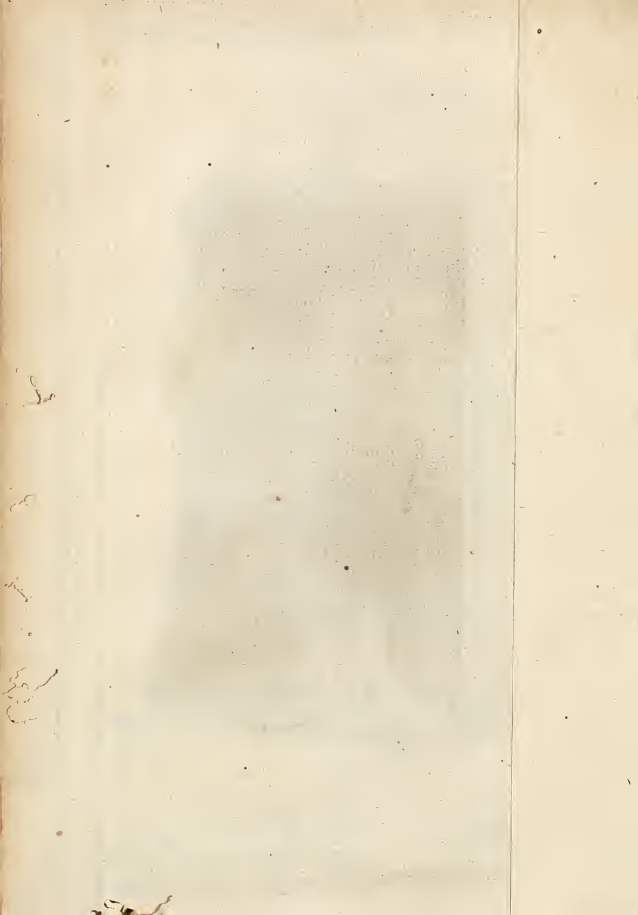
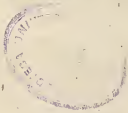
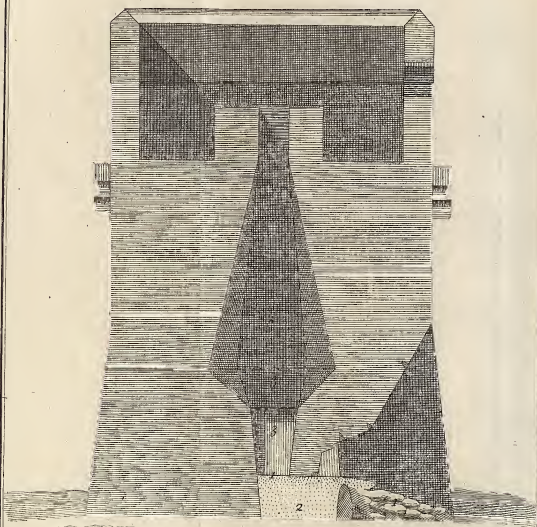
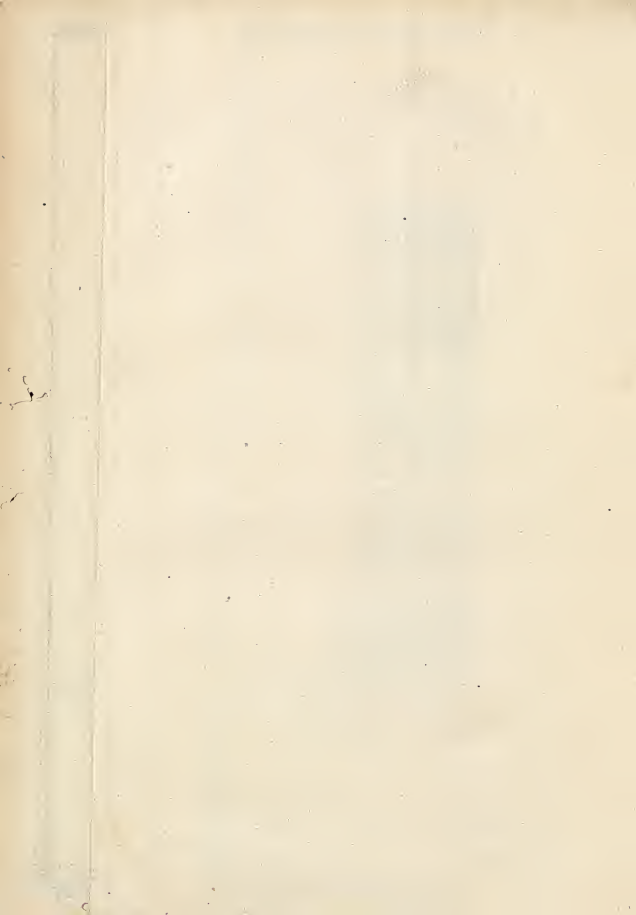


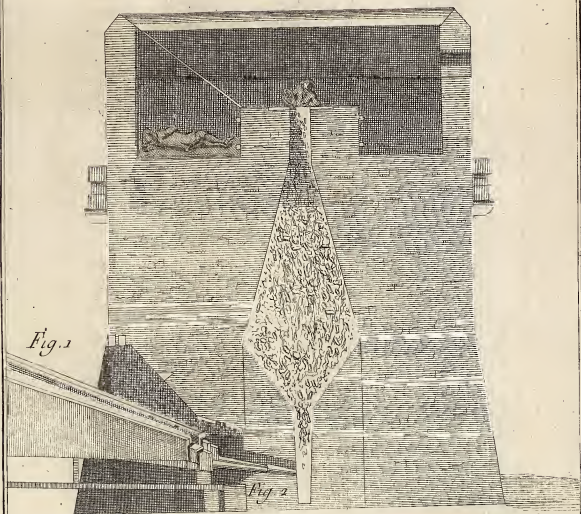


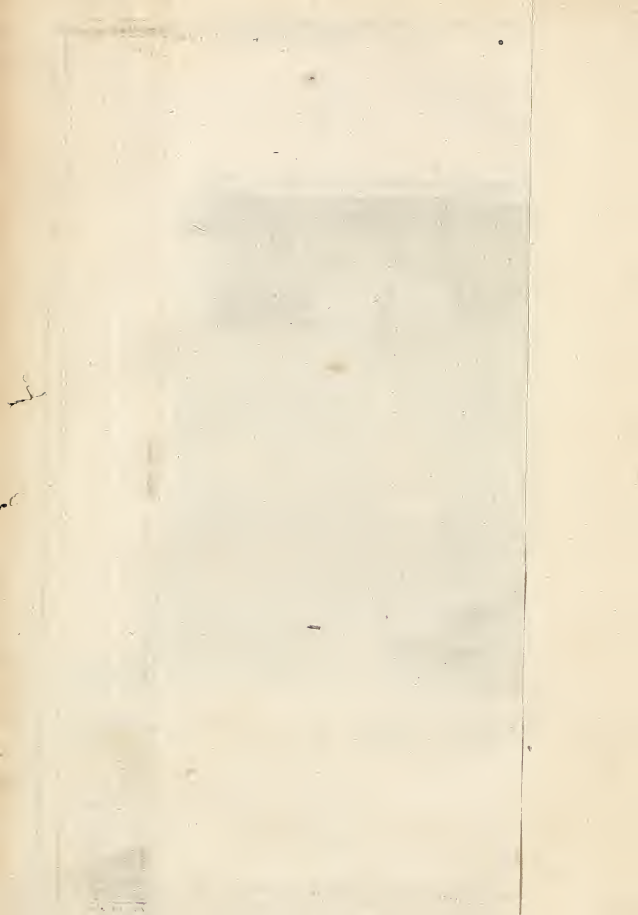
Fig. 3.

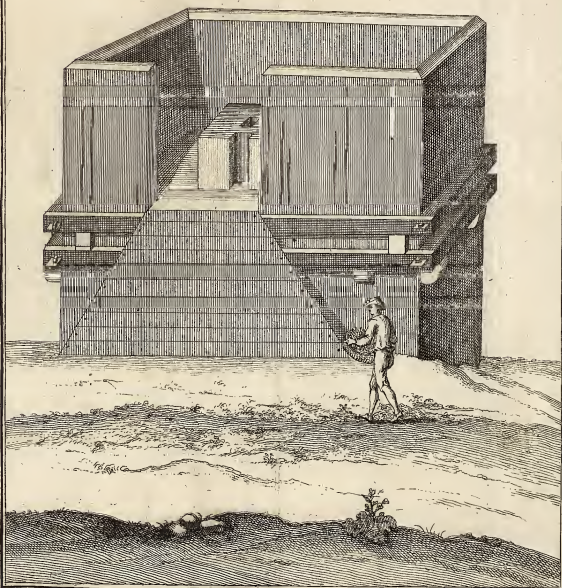


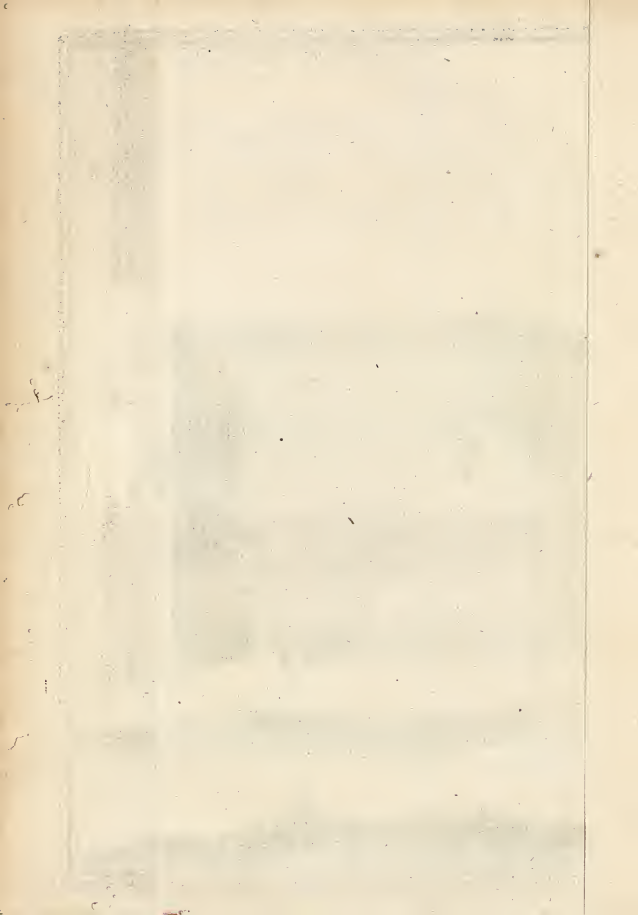












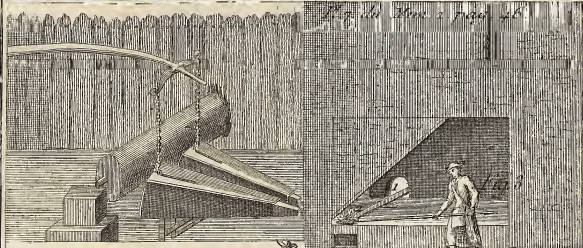
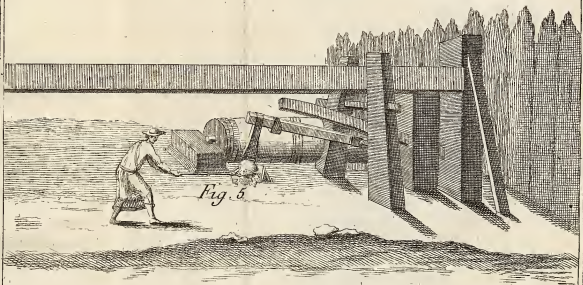
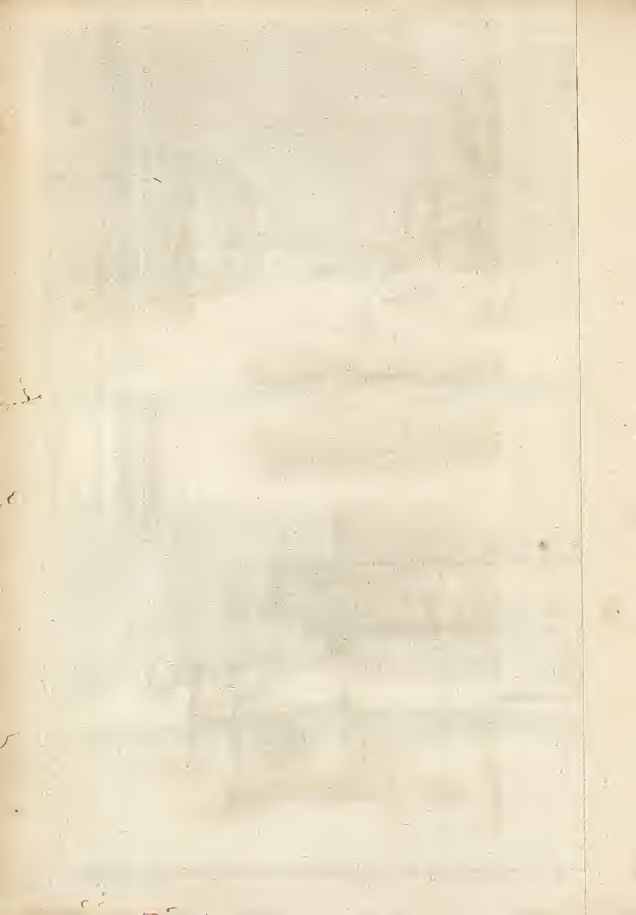


Fig. 4



Fig. 5





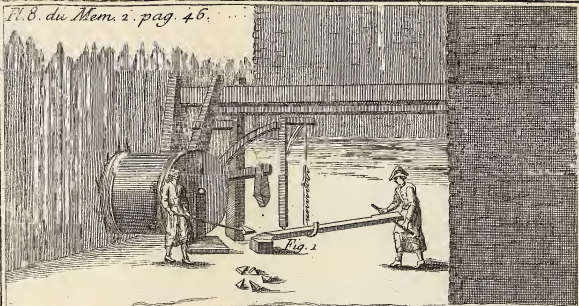
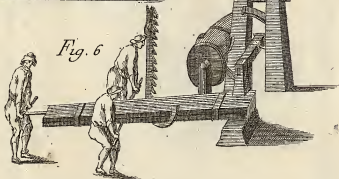
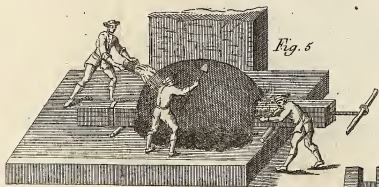


Fig. 3



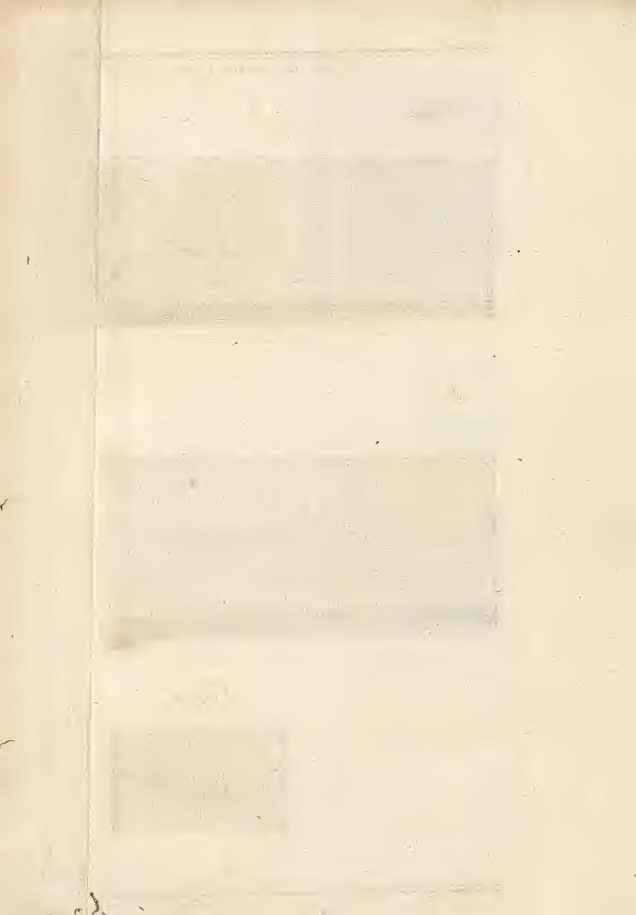


Fig. 1

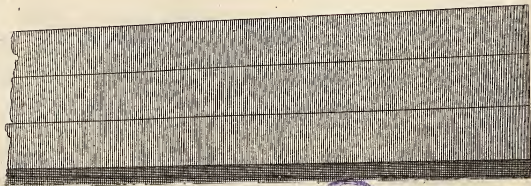


Fig. 2

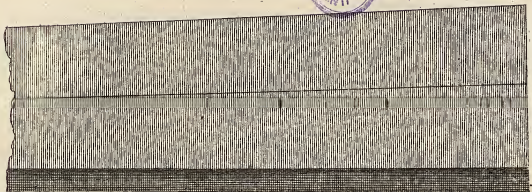
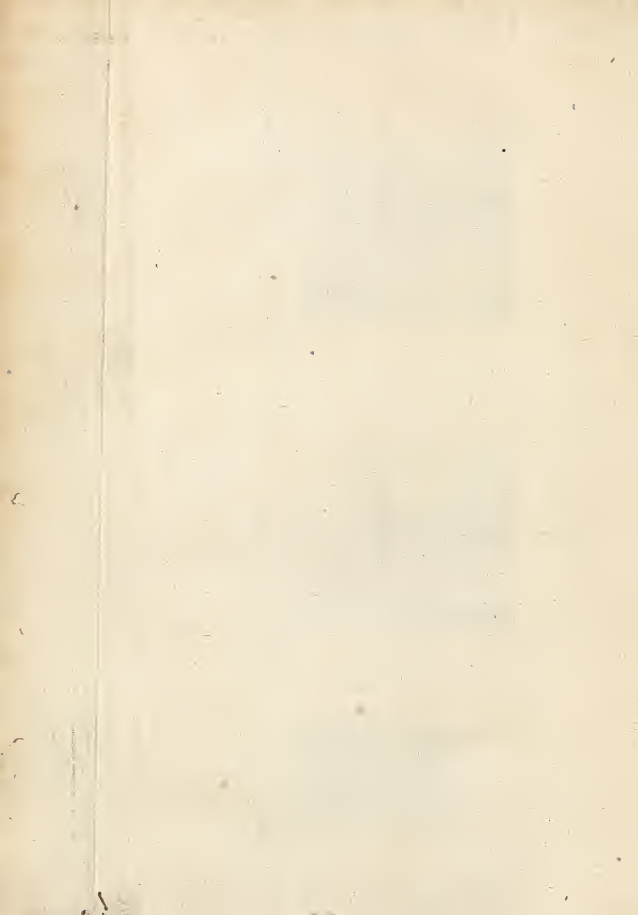


Fig. 3

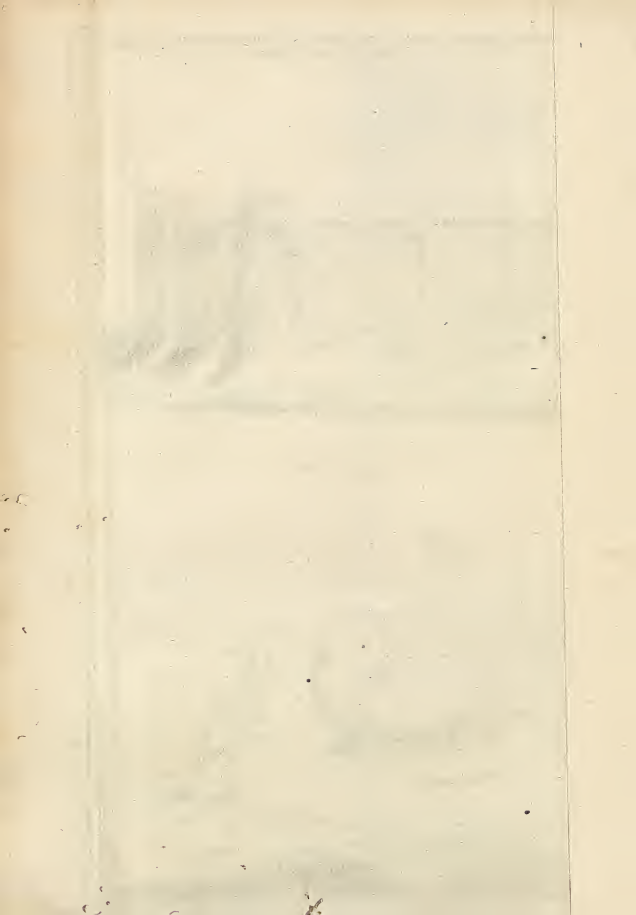


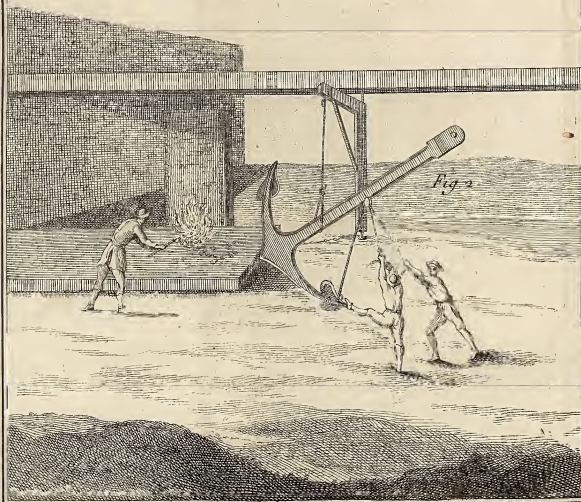
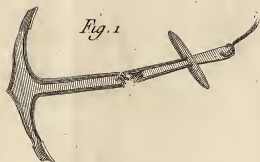
Fig. 4

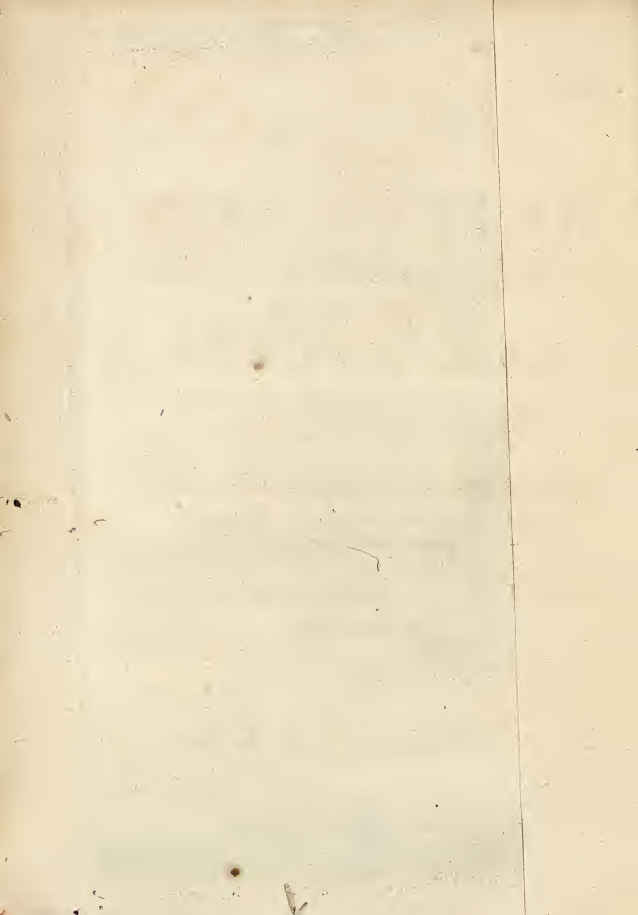












REFLEXIONS
SUR LA MEILLEURE FIGURE
A DONNER
AUX ANCRES,
ET LA MEILLEURE MANIERE
DE LES ESSAYER.

Pièce qui a partagé le troisiéme des Prix proposés
par l'Académie Royale des Sciences
pour l'année 1737.

*Par M. DANIEL BERNOULLI, Professeur
en Anatomie.*



THE
LIBRARY OF THE
MUSEUM OF NATURAL HISTORY
NEW YORK

JOHN A. HARRIS

1880

1880

1880

1880

1880

1880

1880

1880

1880

1880

1880

1880

1880

REFLEXIONS



REFLEXIONS
SUR LA MEILLEURE FIGURE
A DONNER
AUX ANCRES,
ET LA MEILLEURE MANIERE
DE LES ESSAYER.

QUELLE EST LA MEILLEURE MANIERE
D'ÉPROUVER LES ANCRES?

*Sujet proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour
le troisième Prix de l'année 1737.*

Omnia conando docilis solertia vincit.

I.

QUOIQUE l'histoire des Ancres nous manque presque entièrement, il ne faut pourtant pas douter que l'invention n'en soit très-ancienne, tant à cause de l'ancienneté du nom, que de leur nécessité indispensable dans les grandes Navigations, telles qu'on a faites depuis des temps immémoriaux. Il y a donc apparence que les Ancres n'auront guères manqué d'atteindre à la plus grande perfection dont elles sont capables : toute correction possible & importante aura difficilement échappé à tant de Nations, à tant de

Prix 1737.

G

50 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

recherches & à tant de siècles, mais sur-tout à nos derniers temps, dans lesquels on a poussé les Sciences & les Arts en général, & la Navigation en particulier, à un degré de perfection que nos Ancêtres auroient à peine osé espérer. Je sens donc bien la difficulté de mon entreprise, mais aussi me semble-t-il que dans les choses aussi importantes & aussi perfectionnées, la moindre addition doit être reçûe avec autant de satisfaction qu'on reçoit des inventions toutes nouvelles. C'étoit-là sans doute le motif de l'illustre Académie, de donner pour sujet de ses Prix la perfection des Ancres & de l'ancrage, & de le donner pour la seconde fois. Il en est comme des Horloges ; l'application des Pendules par M. Huguens n'en est qu'une légère addition, mais qui merite autant d'éloges que tout ce qu'on avoit inventé auparavant sur la Mesure du Temps. Il est vrai qu'on pourroit facilement imaginer des especes d'Ancres toutes nouvelles, ou faire de grands changements à leur structure reçûe : ces nouveautés ou changements pourroient avoir de bonnes apparences ; mais lorsqu'on en feroit l'essai, on trouveroit peut-être ces nouvelles Ancres bien inférieures aux ordinaires. On verra dans la suite que j'ai examiné avec beaucoup de soin la structure des Ancres, tâchant d'approfondir leur mécanisme avec les fonctions de chaque partie, & il m'a paru d'y voir beaucoup d'invention ; j'ai donc crû n'y devoir changer que dans les circonstances qui dépendent absolument de la Géométrie : l'expérience a fait voir l'essentiel, & le raisonnement qu'un homme de Lettres peut faire dans son Cabinet, ne doit plus y avoir de prise que dans les choses d'une mécanique bien ménagée, & cela non tant pour décider que pour donner à penser aux personnes intelligentes qui sont à portée de faire de nouvelles expériences.

Voici l'ordre que je me propose dans ce discours : je commencerai par exposer la structure ordinaire des Ancres, après quoi je décrirai la manière mécanique dont elles agissent ; je rechercherai ensuite ce qu'il faut faire pour rendre leur usage le plus sûr & le plus parfait, & pour diminuer quelques



ET L'ESSAI DES ANCRES. 51

inconvéniens qui leur restent , en parcourant toutes les parties des Ancres : je donnerai la description d'une nouvelle sorte d'Ancres , & enfin j'ajoutérai quelques réflexions sur la meilleure manière d'essayer les Ancres, mais je ne toucherai que légèrement ces deux derniers points.

I I.

Les Vaisseaux portent ordinairement quatre Ancres de différente grandeur; la plus grande est la *maîtresse Ancre*, qu'on réserve pour les cas extraordinaires & les plus périlleux en temps d'orage : la seconde est celle dont on se sert ordinairement : la troisième, nommée l'*Ancre d'affourche*, un peu plus petite que la précédente, est celle que l'on mouille opposée à l'*Ancre* déjà jettée, c'est-à-dire, de sorte que leurs cables forment un angle tantôt plus tantôt moins grand ; la quatrième est appelée l'*Ancre à touer* ; elle est beaucoup plus petite que les précédentes , aussi ne s'en sert-on pas pour arrêter les Vaisseaux, mais pour les *touer*. Toutes ces Ancres, quoique de différente grandeur, ne laissent pas d'avoir les mêmes proportions dans leurs parties, de sorte qu'il seroit superflu d'en traiter séparément.

Les Ancres sont composées des parties suivantes. Il y a la *vergue* : c'est une barre de fer d'une épaisseur égale, c'est-à-dire, cylindrique : sa longueur est proportionnée à la largeur du Vaisseau, & cette proportion est dans la maîtresse Ancre comme 2 à 5. Le diamètre de la *vergue* fait environ la vingt-sixième partie de sa longueur : le bout de la *vergue*, qui joint le *jas*, est quarré, ou plutôt prismatique sur une section quarrée : il est troué à l'extrémité pour donner passage à l'*arganeau*, qui est un anneau de fer, auquel le *cable* est attaché, & afin que celui-ci ne se pourrisse pas par l'enrouillure de l'*arganeau*, on enveloppe l'*arganeau* avec de vieux cordages. Le bout prismatique de la *vergue* est plus épais que le reste, pour y mieux faire tenir le *jas* par lequel il passe.

Ce *jas* est un assemblage de deux pièces de bois d'une figure égale, empatées fort étroitement ensemble : il fait un

52 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

angle droit avec la *vergue*, & va en diminuant vers les extrémités : sa longueur ne diffère pas beaucoup de celle de la *vergue*, mais il a environ quatre fois plus d'épaisseur dans son milieu que la *vergue* n'en a.

A l'autre bout de la *vergue* est soudée la *croisée* sous un angle droit & perpendiculairement au plan qui passe par le *jas* & la *vergue*. La *croisée* est recourbée vers le *jas*, & sa courbure forme environ un arc de cercle de soixante degrés, plus ou moins, dont le centre viendrait à peu-près au milieu de la *vergue* : ses épaisseurs vont en diminuant vers les deux bouts : elle a enfin deux branches, dont chacune peut être censée former un arc de cercle d'environ trente degrés.

Les *pattes* sont deux pièces de fer triangulaires, soudées sur le dedans de chaque bout de la *croisée* ; leur longueur est un peu plus grande que la base, qu'on appelle les *oreilles* : elles sont recourbées en dedans autant que la *croisée*, pour pouvoir mordre plus facilement dans le sable du fond de la Mer.

Enfin le *cable* peut encore être censé appartenir à l'Ancre : il est attaché, comme j'ai déjà dit, par l'*arganeau* : sa longueur est ordinairement de 120 brasses : il passe par les *écubiers* du Vaisseau, qui sont des trous faits aux côtés de l'avant du Vaisseau ; les quarrés de leurs épaisseurs, qui en marquent le nombre des fils, ne suivent pas la proportion des poids des Ancres, & on a des Tables là-dessus, qui ne sont fondées absolument que sur l'expérience. Voici cependant un exemple. Une Ancre de 500 livres a un cable d'environ 3 pouces de diametre ; il sera composé de 375 fils, dont chacun est estimé de 4 livres de poids, de sorte que tout le *cable* pesera 1500 livres, & par conséquent trois fois plus que toute l'Ancre. Les cordages sont tantôt plus tantôt moins pesants suivant qu'ils sont plus ou moins roides, cependant dans l'eau ils sont tous d'une même pesanteur spécifique, & lorsqu'ils sont bien mouillés & imbibés, ils descendent sous l'eau par leur propre poids, étant alors d'une pesanteur spécifique plus grande que l'eau.

J'ai pris ces descriptions & proportions d'un Livre de

Navigation, & même quelques-unes des simples figures sans description, sur-tout lorsqu'elles me paroissent conformes aux observations que j'avois faites autrefois moi-même sur les Ancres; j'établirai ma théorie sur ces proportions, & si on ne leur trouvoit pas assés de précision, il sera facile d'accommoder mon raisonnement aux véritables proportions.

III.

Examinons maintenant de quelle manière les Ancres étant jettées dans la Mer, mordent dans le sable : c'est certainement ici le point principal, & qui demande le plus d'attention : aussi nous faudra-t-il, pour connoître à fond toute la mécanique des Ancres, commencer ces recherches d'un peu loin. Il est clair que l'Ancre ne sçauroit mordre dans le fond à moins de lui présenter sa pointe, c'est-à-dire, d'avoir la *croisée* dans un plan vertical : mais les Ancres peuvent se coucher sur un fond horizontal de deux manières différentes : l'une tient la *croisée* couchée sur le fond pendant que le *jas* y est appuyé par un de ses bouts ; dans l'autre c'est au contraire le *jas* qui est couché horizontalement, & la *croisée* est soutenue par la pointe de l'une de ses *pattes* : ce n'est que dans celle-ci que l'ancrage peut se faire : voyons cependant laquelle de ces deux situations est la plus naturelle aux Ancres : nous examinerons ce point d'abord hors de l'eau, & ensuite dans l'eau.

IV.

Soit dans la première Figure *DE* la ligne droite qui joint les extrémités des deux *pattes* : on peut la considérer ici à la place de la *croisée*, comme si celle-ci n'avoit point de courbure : soit *AB* la *vergue*, & *FG* le *jas* : concevons pour la première situation la ligne *DE* couchée horizontalement, de sorte que les points *D*, *A*, *E* & *G* soient dans un plan horizontal ; & les points *G*, *B*, *F* & *A*, dans un plan vertical. Examinons à présent ce qu'il faut pour changer cette situation de l'Ancre, & lui faire prendre l'autre situation : il faut pour cet effet que l'Ancre tourne autour de la ligne *EG*, qui joint l'une des pointes de la *croisée* avec le point d'appui du *jas*. De cette manière le centre de gravité de l'Ancre (que je

Fig. 1.

G iij

54 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

supposeroi en H) s'éleve d'abord jusqu'à ce qu'il soit arrivé au point le plus haut, après quoi l'Ancre acheve de se renverser par son propre poids, & prend ainsi la seconde situation qui est requise pour les ancrages. Il s'agit ici de sçavoir combien le centre de gravité H est élevé pendant ce renversement, puisque la force requise pour faire prendre à l'Ancre la situation qu'elle doit avoir, lorsqu'elle ne l'a pas, est proportionnelle à cette même élévation du centre de gravité.

Pour cet effet qu'on tire les droites HE & HG , comme aussi la ligne AG , puis HL perpendiculaire à AG & HI perpendiculaire à EG : on voit que la hauteur initiale du centre de gravité par dessus l'horison est égale à HL , & que la plus grande hauteur, pendant le renversement de l'Ancre, est égale à HI , de sorte que pour renverser l'Ancre, il faut auparavant donner à son centre de gravité une élévation égale à $HI - HL$: il ne reste donc plus qu'à exprimer analytiquement ces lignes.

Soit $AE = a$, $BG = a$, $AH = b$, $BH = c$, on aura $AG = \sqrt{AB^2 + BG^2} = \sqrt{aa + bb + 2bc + cc}$: de-là on tire $EG = \sqrt{AE^2 + AG^2} = \sqrt{aa + aa + bb + 2bc + cc}$; pour abréger, je supposeroi $EG = c$: on trouvera HL en prenant la quatrième proportionnelle à AG , GB & AH , ce qui donne

$$HL = \frac{ba}{\sqrt{aa + bb + 2bc + cc}}.$$

Pour trouver la ligne HI , je considere le triangle EHG , dont la base EG est $= c$; le côté $EH = \sqrt{EA^2 + AH^2} = \sqrt{aa + bb}$, & le côté $HG = \sqrt{GB^2 + BH^2} = \sqrt{aa + cc}$: des trois côtés donnés on trouve la perpendiculaire à la base, sçavoir

$$HI = \frac{\sqrt{2aa + 2bb \times aa + cc + 2cc \times aa + bb + aa + cc - aa + bb - aa + cc - c^2}}{2c}$$

Connoissant donc les droites HI & HL , leur différence donnera l'élévation cherchée du centre de gravité, pendant qu'on fait prendre à l'Ancre sa juste position, laquelle élévation doit être estimée proportionnelle à la force requise pour cet effet,

Changeons maintenant la proposition, en supposant au contraire que l'Ancre soit dans la juste position, c'est-à-dire, que la *croisée* soit dans le plan vertical, le *jas* étant couché horizontalement, & voyons quelle est la force qui pourroit faire quitter à l'Ancre cette position nécessaire pour l'ancrage, & la remettre dans l'état qu'elle a été supposée au commencement de l'article précédent. Il est facile de voir qu'on n'a qu'à convertir pour cet effet les lettres a & α , comme aussi b & ζ ; ce que faisant, la valeur de c , qui est $= \sqrt{(aa + \alpha\alpha + bb + 2b\zeta + \zeta\zeta)}$, demeure dans les deux cas la même. Si l'on tire donc $H\lambda$ perpendiculaire à EB , ce sera $HI - H\lambda$ qui exprimera la force requise à ce second renversement. La première ligne HI est la même que dans le premier cas, & on a

$$H\lambda = \frac{\zeta\alpha}{\sqrt{(aa + bb + 2b\zeta + \zeta\zeta)}}.$$

VI.

Les deux forces respectives étant en vertu des deux articles précédents, comme $HI - HL$ à $HI - H\lambda$, on remarquera ici, qu'il convient que la première force marquée par $HI - HL$ soit aussi petite, & l'autre marquée par $HI - H\lambda$ soit aussi grande que les autres circonstances le permettent, par où l'on obtiendra cet avantage, que l'Ancre n'étant pas dans la juste position, elle s'y mette avec facilité, & qu'y étant, elle ne la quitte que difficilement: il suit de là que plus HL est grande, & $H\lambda$ petite, plus les Ancres prendront facilement leur position requise pour le succès de l'ancrage.

Ce que je viens de dire sert également pour les Ancres submergées, & pour celles qui seroient jetées sur un fond hors de l'eau, & toute la différence qu'il y a, est que le centre de gravité est placé différemment dans ces deux cas, à cause du *jas*; j'appliquerai cependant ces regles à l'un & l'autre cas, tant pour en voir la grande différence dans leur résultat, que pour nous servir de cette application dans la suite.

La *vergue* est d'une épaisseur égale, & il me semble que la *croisée* aura à peu-près le même poids que le *jas* chargé du bout quarré de la *vergue* & de l'*arganeau*. Cela étant, on peut placer le centre de gravité dans les Ancres non-submergées, au milieu de la *vergue*: supposons encore la *vergue* & le *jas* d'une longueur égale, & que la distance des extrémités des *pattes* ou *DE* soit égale à la moitié du *jas*. Toutes ces positions font $a = c = b = 2a$, & $c = a\sqrt{2}$, ce qui donne $HI - HL = \sqrt{\frac{8}{2}} - \sqrt{\frac{4}{2}} =$ (en fraction décimale) 0, 174, & $HI - H\lambda = \sqrt{\frac{8}{2}} - \sqrt{\frac{4}{2}} = 0, 584$. Les deux forces dont j'ai parlé aux articles IV & V, sont donc comme 174 à 584, ou à peu-près comme 2 à 7.

On comprend aisément par-là, qu'une Ancre étant jetée au hasard sur un fond, donnera probablement à sa *croisée* la position verticale & non l'horizontale, si ce fond est horizontal & hors de l'eau: mais on se tromperoit, si on ne faisoit cette probabilité que comme 7 à 2. Il est plutôt vrai que l'Ancre étant jetée avec force, & que le fond soit bien dur, il est moralement impossible que la *croisée* reste couchée sur le fond, & voici la raison de cette proposition assés paradoxique; c'est que l'Ancre jetée avec une force, que je supposerai plus grande que 7, se roulera d'abord, & qu'à mesure qu'elle se roule, elle perdra de sa force jusqu'à ce que cette force étant moindre que 7, & plus grande que 2, la *croisée* de l'Ancre doit enfin garder nécessairement sa situation verticale: sans cela il faudroit que dans un seul renversement de l'Ancre, elle perdît plus que $\frac{5}{7}$ de sa force, ce qui ne sçauroit arriver sur un fond bien dur.

Pour déterminer les mêmes choses dans les Ancres submergées, il faut principalement faire attention que le *jas* est de bois, mais d'un bois fort & pesant, de sorte que pris avec le bout quarré de la *vergue* & avec l'*arganeau*, il ne manquera pas d'avoir à peu-près la même pesanteur spécifique que

que l'eau, & que par conséquent son poids peut être négligé sous l'eau; & comme tout le reste de l'Ancre est de fer & homogène, on n'a plus qu'à examiner quelle seroit la place du centre de gravité H dans une Ancre dégarnie de son *jas*. Or toutes choses bien considérées, j'estime que dans ce cas HB sera à peu-près double de HA . Mettant donc $b = \frac{4}{3}a$, & $c = \frac{8}{3}a$, en retenant les autres hypothèses & dénominations de ci-dessus, on n'a qu'à suivre les mêmes raisonnements & calculs. De cette manière, on trouvera $HI - HL = 0,337$, & $HI - H\lambda = 0,287$, ce qui fait voir que les deux forcés sont assés égales, & que même la première est plus grande que la seconde, marque qu'il est plus facile & plus naturel aux Ancres sous l'eau, d'avoir la *croisée* couchée que dressée; cela doit nécessairement rendre l'ancrage mal sûr. On auroit eu de la peine à croire la chose si différente pour les deux cas, sans les calculs que nous venons de faire.

X.

L'ordre demande que nous examinions maintenant ce qui arrive aux Ancres jettées au fond de la Mer, lorsqu'elles sont tirées par le *cable*: nous le ferons, après avoir dit deux mots sur la nature du fond propre au *mouillage*.

Il ne doit pas avoir au de-là de 50 brasses de profondeur, puisque la longueur du cable ne surpasse pas 120 brasses, & qu'il doit toujours faire un angle fort oblique avec l'horison, comme je le démontrerai ci-dessous. D'ailleurs le fond ne doit pas être trop dur, car l'Ancre ne scauroit y mordre, ni assés enfoncer: si le fond est simplement sablonneux, l'Ancre enfonce facilement, mais elle n'y tient pas assés ferme, & le Vaisseau est sujet à *chasser sur son Ancre*. Suivant les observations de M. le Comte Marfigli, le fond de la Mer est le plus souvent d'une conglutination sablonneuse d'argile, de coquillages, & d'autres corps: cette conglutination est formée par la matière glutineuse qui réside dans les eaux de Mer, & le tout forme une croûte qui n'est pas fort épaisse, mais qui est d'ailleurs d'une consistance fort

58 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

propre pour le *mouillage*, sçavoir, ni trop dure, ni qui se laisse trop facilement labourer par l'Ancre : au-dessous de cette incrustation, le fond est d'une constitution pierreuse, dans lequel la *patte* ne sçauroit plus mordre. Les corps mêlés avec le sable durci, doivent rendre la surface du fond assés inégale & raboteuse.

X I.

On jette l'Ancre ordinairement pendant que le Vaisseau avance sur sa route, en prenant garde que le *cable* ne se roidisse pas d'abord, & en filant pour cet effet le *cable* autant que la vitesse du Vaisseau le demande, jusqu'à ce qu'on le voye faire avec la surface de la Mer un angle d'environ 30 degrés; alors l'Ancre étant traînée plus ou moins vite, il arrivera d'abord qu'elle roule de côté & d'autre, se couchant tantôt sur le *jas*, tantôt sur la *croisée*, ayant pour l'un & pour l'autre une facilité à peu-près égale en vertu du VIII.^{me} article. Mais voici la raison de ce roulement, c'est que la *croisée* se couchant horizontalement, le *jas* sera appuyé sur le fond par un de ses bouts, faisant avec le fond un angle d'environ 63 degrés, si les parties des Ancres suivent les proportions que nous avons supposées dans le second article : or si le fond de la Mer étoit parfaitement uni & poli comme une glace, il est très-certain que l'Ancre demeurerait constamment dans cette situation, mais comme ce fond est raboteux, & que le *jas* présente sa pointe appuyée en avant, à cause de son inclinaison en arrière, on voit qu'il heurtera continuellement contre les obstacles qu'il trouvera en son chemin, qu'il s'en ébranlera, & que très-aisément il se renversera & se couchera sur le fond; alors c'est la *croisée* qui est dans le plan vertical, & l'une de ses *pattes* présentera au fond sa pointe, quoique sous un angle presque droit, c'est-à-dire, que la tangente de l'extrémité de la patte fait un angle presque droit avec le fond; cette tangente est pourtant un peu inclinée en arrière, mais pas tant que le *jas* l'étoit dans l'autre situation de l'Ancre; ainsi donc la *croisée* heurtera aussi contre les inégalités du fond, de même que le *jas* le faisoit

ET L'ESSAI DES ANCRES. 59

auparavant : mais ces impulsions qui se font contre le bout de la *croisée*, ne seront peut-être pas si sensibles comme celles du *jas*, à cause que la *croisée* n'est pas si longue que le *jas*, ni si obliquement appuyée sur le fond : car on démontre aisément dans la Mécanique, que la longueur & l'obliquité du levier heurtant, tel qu'est ici la branche inférieure de la *croisée*, rendent les impulsions plus sensibles & plus efficaces dans notre cas pour renverser l'Ancre ; & quant à l'obliquité en particulier, l'expérience le confirmera, si en s'appuyant sur une canne, on la glisse sur le plancher : car on verra que la canne étant perpendiculaire au plancher, ne s'en tremoussera pas tant, que si elle est inclinée en arrière. Il semble donc, pour les deux raisons apportées, que les impulsions données contre la *croisée* ne la renverseront pas si facilement qu'elles renversent le *jas*, & qu'elles serviront plutôt à faire mordre la *patte* dans le fond ; car après que la *croisée*, par un coup reçu, a été poussée en haut, & qu'elle retombe la pointe contre le fond, cette pointe y entrera par la chute d'un si grand poids, quelque légère que soit la chute, & dès-lors l'Ancre n'est plus si sujette à se renverser, & l'action du *cable* l'enfoncera de plus en plus, comme nous ferons voir ci-dessous.

X I I.

Ce que nous venons de dire sur la mécanique des Ancres jettées & traînées au fond de la Mer, se confirmera par l'expérience à ceux qui la voudront prendre comme je l'ai fait : Qu'on fasse un petit modele d'Ancre, mais dont le *jas* ait toute la légèreté possible, pour imiter parfaitement la nature des Ancres jettées au fond de la Mer, où le *jas* n'a plus de poids ; si on traîne cette petite Ancre sur une table bien polie, on verra qu'elle ne se renversera jamais, que ce soit le *jas* ou la *croisée* qui est couchée : Qu'on traîne ensuite cette Ancre sur un plancher moins uni, & on la verra se renverser très-souvent & très-facilement, & cela avec une facilité égale pour l'une & pour l'autre situation : car si d'un côté, en vertu du IX.^{me} article, la *croisée* se couche plus

60 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

facilement que le *jas*, nous avons fait voir au contraire dans le précédent article, que les petits chocs donnés contre la *croisée* ne sont pas si sensibles que ceux du *jas*. Enfin si on traîne la petite Ancre sur un fond sablonneux, dont les inégalités & la dureté soient proportionnées à la grandeur & au poids de l'Ancre, on trouvera qu'après plusieurs roulements de côté & d'autre, la *patte* commencera à s'enfoncer, & qu'elle y entrera après cela si avant, qu'on ne sçauroit plus l'entraîner, sans employer considérablement plus de force, qu'on n'avoit fait au commencement de l'expérience. Tout ceci me paroît prouver exactement la vérité de ce que je viens d'avancer sur la mécanique des Ancres, & nous fait voir en même temps, quelle seroit la meilleure manière d'essayer les Ancres : c'est sur quoi je m'expliquerai plus clairement à la fin de ce Discours. Il nous reste à examiner ce qui arrive aux Ancres, après qu'elles ont déjà commencé à mordre dans le fond.

XIII.

Dès que l'Ancre a mordu dans le fond, elle laboure d'abord le sable, & par-là même elle résiste avec une plus grande force au *cable*, ou plutôt au Vaisseau qui est la force mouvante; si on faisoit d'abord trop roidir le *cable*, sa force pourra facilement élever l'*arganeau*, ce qui fera nécessairement renverser la *croisée*, si elle ne tient déjà bien ferme dans le fond, & en ce cas c'est à recommencer. On voit par-là que la flottaison du *jas* entre deux eaux ne sçauroit qu'être extrêmement préjudiciable au *mouillage*. Il y en a cependant qui ont cru cette flottaison essentielle à l'ancrage, pensant que c'est pour cette raison, qu'on fait le *jas* de bois. Il est certain que si le *jas* flottoit naturellement entre deux eaux, la *croisée* se coucheroit toujours sur le fond, auquel cas l'ancrage ne sçauroit se faire: on s'en convaincra, si dans les expériences exposées dans le précédent article, on tiroit l'Ancre assés verticalement pour élever le *jas*, car on verra la *croisée* tomber aussi-tôt. Et si le *jas* étoit élevé après que la *patte* est déjà entrée dans le fond, il arrivera, ou que la

ET L'ESSAI DES ANCRES. 61

patte tienne déjà assés ferme pour empêcher le renversement de l'Ancre, & en ce cas elle tiendra aussi assés ferme pour empêcher que le Vaisseau ne *chasse sur son Ancre*, ou qu'elle ne tienne pas assés ferme pour soutenir l'effort de la *croisée* de se coucher, & en ce cas toute la manœuvre de l'ancrage est rendue inutile. Ainsi donc l'élevation du *jas*, ou bien celle de l'*arganeau*, ne peut jamais avancer le *mouillage*, mais bien le retarder. Il faut donc l'éviter, en tirant le *cable* le plus horizontalement qu'on peut, & en *filant le cable sur les bûtes* assés vite pour qu'il ne soit pas trop roide, ni par conséquent ses efforts trop grands. Nous allons examiner cela de plus près.

XIV.

Soit dans la seconde Figure, *MN* le chemin que l'Ancre fait sur le fond de la Mer, *PC* la ligne tirée perpendiculairement à l'extrémité de la *patte*; elle coupe, comme j'ai dit au second article, la vergue *AB* au milieu *C*, & par les proportions supposées dans le même article, l'angle *ACP* sera d'environ 30 degrés, & par conséquent l'angle *CPB*, qui en est la moitié, de 15 degrés; c'est cet angle qui fait l'obliquité de la *patte* contre le fond, & sans cette obliquité, elle n'y pourroit mordre qu'autant qu'elle y seroit forcée par son propre poids, qui seul ne suffiroit pas; car outre ledit poids, c'est aussi la force du *cable* qui fait entrer la *patte* plus avant dans le fond, après qu'elle a commencé à y mordre; la direction de cette seconde force est la tangente du *cable* en *B*, celui-ci prenant la figure de la chaînette, qui approche plus ou moins de la ligne droite selon sa longueur & la force avec laquelle il est tiré par le Vaisseau. Soit donc *BE* la direction du *cable* en *B*, & que *BE* exprime en même temps la force qui tire l'Ancre *BDP*: il faut résoudre d'abord cette force en sa verticale *OB*, & horizontale *FB*, en faisant le rectangle *BOEF*. Quant à la force verticale *BO*, elle fait effort pour lever l'*arganeau*, mais de sçavoir si elle l'élèvera actuellement ou non, cela dépend de la force absolue *BE* & de l'angle *EBF*, comparés avec

Fig. 2.

62 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

la force que l'Ancre exerce par son poids sur le point *B*, & la résistance que l'enfoncement de la *patte* peut apporter contre cette élévation. Ce qu'il y a de sûr, est que l'élévation de l'arganeau & du *jas* peut très-facilement faire renverser l'Ancre sur sa *croisée*, & retarder par-là le succès de l'ancrage, pendant qu'elle ne sçauroit être d'aucune utilité; & qu'il faut par conséquent diriger la manœuvre de manière que le *jas* reste couché sur le fond; cela étant, ladite force verticale *OB* reste sans effet. Quant à la force horizontale *FB*, comme la direction passe par *P*, & que c'est la résistance de la *patte* qui est opposée à cette force, on voit qu'il faut la considérer comme appliquée en *P*, & ensuite la résoudre en deux, l'une parallèle à la direction de l'extrémité de la *patte* en *P*, & l'autre perpendiculaire à cette direction: ces directions sont représentées par les lignes *BG* & *GF*, la première sert directement à enfoncer la *patte*, l'autre force appliquée en *P*, & parallèle à *GF* ne fera que presser fortement la surface de la *patte* contre le sable, qu'elle renversera en labourant le fond, si la force est assez grande; & cela continuera ainsi jusqu'à ce que la *patte* soit assez enfoncée pour ne plus se laisser entraîner par cette force. Voilà de quelle manière les Ancres agissent, en arrêtant ainsi peu à peu les Vaisseaux, & les affermissant ensuite contre le vent, contre les courants, & sur-tout contre les coups de Mer: ce sont ceux-ci qui font le plus d'effet, mais ils ne font ordinairement qu'enfoncer de plus en plus les Ancres, qui le sont déjà trop pour labourer encore le fond, pendant qu'elles peuvent toujours y entrer davantage, d'autant que les lames tirent le *cable* brusquement, de sorte que la force résultante approche plutôt de la nature des chocs, que des simples forces qu'on appelle *mortes*: aussi voit-on que dans les grandes tempêtes, les coups de Mer font plus souvent rompre le *cable* que *déraper* l'Ancre.

X V.

Tâchons ici d'avoir quelque idée sur le rapport des forces dont nous venons de parler, pour pouvoir les comparer

ensemble, ce qui nous fera d'une grande utilité dans la suite.

Soit donc dans la troisième Figure, AB le *cable*, le point A représentant l'endroit de l'*arganeau*, & B celui de l'*écubier*, en négligeant la longueur du *cable* depuis la surface de l'eau jusqu'à l'*écubier*. J'ai déjà dit qu'à cause du poids que le *cable* a sous l'eau, il prendra la figure connue sous le nom de la *chaînette*. Qu'on conçoive cette courbe BA continuée jusqu'en G , qui est son point le plus bas, & où la tangente est horizontale : qu'on s'imagine ensuite à chacune des extrémités A & B , être appliquées deux forces, une horizontale & une verticale, qui toutes quatre soient en équilibre, & tiennent le *cable* suspendu ; les grandeurs & les directions de ces forces sont représentées par AE , AF , BD & BC . Ceci posé, on sçait qu'en faisant les rectangles $AEHF$ & $BDLC$, les diagonales AH & BL , représentant les deux forces résultantes des quatre forces exposées, seront des tangentes aux points A & B ; outre cette propriété connue, en voici deux autres.

Fig. 3.

1.^o Je dis que les deux forces horizontales AE & BD sont toujours égales entr'elles. J'ai une démonstration analytique de cela tirée de la nature de la *chaînette*, que j'obtiens parce qu'il me semble qu'il suffit de remarquer, que toutes les autres forces, tant celles qui sont représentées par AF & BC , que les forces infiniment petites qui tirent chaque point du *cable*, sont verticales, & que par conséquent les deux dites forces horizontales AE & BD doivent se détruire & être égales sous des directions opposées.

2.^o Que la force BC est à la force AF , comme la longueur BG est à la longueur AG , car la force BC est précisément égale au poids du *cable* sous l'eau, de la longueur BG , & la force AF égale au poids que le *cable* de la longueur AG auroit sous l'eau.

De ces deux Théorèmes, on peut trouver les forces AE & AF , en connoissant les deux forces BD & BC avec le poids du *cable* submergé BA ; il suffit même de connoître la force horizontale BD , & l'angle LBD que le *cable* fait avec la surface de la Mer.

64. REFLEXIONS SUR LA FIGURE

En conséquence de ce que je viens de dire, posons la longueur du cable $BA = l$, son poids sous l'eau $= p$; la force $BD = P$, le sinus total $= 1$, le sinus de l'angle $LBD = s$, son co-sinus $= c$; cela posé, on aura $BC : BD :: s : c$, ou $BC = \frac{s}{c} P$: or la force BC est égale au poids du cable de la longueur BAG , on trouve par conséquent cette longueur BAG par une telle analogie, $p : l :: \frac{s}{c} P : \frac{sP}{cp} l$, qui est la longueur BAG , & de-là on tire la longueur $AG = \frac{sP}{cp} l - l$. De ceci, on trouve la force AF par une telle analogie, $BAG : AG :: BC : AF$, ce qui donne la force $AF = \frac{s}{c} P - p$. Enfin la force AE est, comme nous avons déjà dit, égale à la force BD , ou égale à P . Nous tirerons quelques Corollaires de ces valeurs trouvées, après avoir fait remarquer au lecteur, que la force BD est ici celle que le Vaisseau exerce horizontalement : que la force BC marque l'effort que le Vaisseau fait pour s'élever davantage hors de l'eau, car l'action du cable fait un peu enfoncer le Vaisseau : que la force AE marque l'effort horizontal soutenu par l'Ancre (lequel nous avons exprimé par BF dans la seconde Figure) : & enfin que la force AF est produite par une partie du poids de l'Ancre; elle est égale & opposée à BO dans la seconde Figure. Voici maintenant quelques Corollaires qu'on peut remarquer pour notre sujet, préférablement à d'autres.

1.^o Si le poids du cable submergé étoit comme nul par rapport à la force qu'exerce le Vaisseau, on auroit $p = 0$, $BAG = \infty$, & la force AF égale à la force BC .

2.^o Si le poids du cable submergé étoit à la force du Vaisseau, comme le sinus de l'angle que le cable fait avec la surface de la Mer à son co-sinus, la partie AG deviendrait nulle, de même que la force AF , c'est-à-dire, que la direction du cable près l'arganeau seroit alors horizontale, & si ledit poids du cable submergé avoit une plus grande raison à la

à la force du Vaisseau, une partie du *cable* depuis l'*arganeau* se couchera sur le fond de la Mer ; & si enfin cette raison est plus petite que celle de s à c , la force AF sera toujours positive vers le bas : d'où l'on voit que plus l'angle du *cable* & de la surface de la Mer est petit, & plus la longueur du *cable* submergé est grande, plus la force cherchée AF sera petite.

3.^o Notre remarque la plus essentielle regarde ce que j'ai dit dans le XIV.^{me} article, *qu'il faut diriger la manœuvre de manière que le jas reste couché sur le fond*. Or j'estime, après avoir bien considéré toutes les proportions des Ancres & de leur poids sous l'eau, qu'une force verticale tirant l'*arganeau* en haut l'élèvera, si elle surpasse deux neuvièmes, ou la cinquième partie du poids absolu de l'Ancre. Il faut donc, pour faire que le *jas* reste couché sur le fond, que cette force soit moindre que ladite cinquième partie du poids absolu de l'Ancre, sans quoi l'action du *cable* élèvera le *jas*. Posant donc le poids de l'Ancre hors de l'eau $= \pi$, il faut faire que $\frac{sP}{c} - p$ soit toujours moindre que $\frac{\pi}{5}$. Ce que nous venons d'exprimer par des formules générales, nous l'expliquerons dans la suite par des exemples particuliers tirés des règles de la Navigation, pour en faire voir l'utilité. Cependant il faudra tâcher d'avoir quelque connoissance, quand même elle seroit fort imparfaite, de la force horizontale que le Vaisseau exerce, désignée par P . Il n'y a que cette force dont la détermination soit difficile & vague ; voici cependant quelques réflexions qui pourront nous donner quelques éclaircissements là-dessus.

XVI.

Tant que le Vaisseau n'est pas encore arrêté ni le *cable* amarré, on peut modérer la force P , comme on le trouve à propos, en *filant* le *cable* plus ou moins : il est *loué* pour cet effet, c'est-à-dire, disposé en rond pour pouvoir en laisser passer par l'*écubier* autant qu'on veut, sans que le Vaisseau soit retardé beaucoup par l'Ancre, si la chose le demande

66 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

ainfi. Nous ne dirons donc rien pour ce cas fur ladite force P , puisqu'elle dépend absolument de la difcrétion de ceux qui filent le *cable* : il ne tiendra qu'à eux de faire qu'elle ne furpaffe jamais un certain degré, & tant qu'elle n'est pas plus grande que $\frac{c}{5} \times (p + \frac{\pi}{5})$, elle n'élèvera point l'*arganeu*, en vertu du troifiéme Corollaire du précédent article.

Mais le Vaiſſeau étant arrêté, il ſoutient encore l'effort des vents, celui des courants, & les coups de Mer. L'effort des vents contre un Vaiſſeau n'est pas bien grand, quand les voiles ſont baiffées : celui des courants l'est beaucoup davantage. Voici comment je l'ai déterminé pour une Frégate, ſur laquelle j'ai fait autrefois un trajet ſur Mer.

Je remarquois un jour qu'avec un vent en poupe d'environ 20 ou 22 pieds par ſeconde (c'est-à-dire, qui faiſoit parcourir à l'air l'eſpace de quelques 20 pieds par ſeconde, ce que je connoiſſois par le moyen d'un certain Inſtrument que j'avois inventé & préparé à ce deſſein) nous faiſions 6 pieds par ſeconde, ce que je connoiſſois encore par le moyen d'une Boule d'yvoire attachée par un fil, laquelle je plongeois dans l'eau, en remarquant l'inclinaifon du fil qui en provenoit. [M. Poleni ſ'eſt ſervi enſuite de la même méthode dans ſa pièce qui a remporté le Prix de 1733, digne de cette glorieuſe récompenſe, & je l'ai trouvée fort bonne, moyennant quelques regles que l'expérience m'a fait remarquer] : Les voiles, qui étoient perpendiculaires à la direction du vent, pouvoient avoir toutes enſemble une ſurface à peu près égale à 2000 pieds quarrés. La vîteſſe relative du vent contre les voiles étoit donc 14 ou 16 pieds par ſeconde, qui eſt telle que la peſanteur naturelle produit dans un corps qui tombe de la hauteur d'environ 4 pieds : d'où il ſuit, en ſe ſervant de la regle de M. Mariotte ſur la force des Fluides (que je cite ici, quoiqu'il y ait quelque correction à faire, me réſervant de publier un jour ma nouvelle Théorie ſur cette matiére, que j'ai confirmée par un grand nombre d'expériences très-exactes) que la force du vent contre les voiles

étoit égale au poids d'un prisme d'air haut de 4 pieds fait sur une base de 2000 pieds carrés, c'est-à-dire, au poids de 8000 pieds cubiques d'air; & comme du temps de cette observation l'air étoit assez chaud, je crois ne devoir donner à un pied cubique d'air que le poids d'une once, de sorte que toute la force du vent devient égale à 8000 onces ou 500 livres. Or dans un Vaisseau, dont la vitesse est uniforme, la résistance de l'eau est égale à la force qui le pousse; notre Frégate souffroit donc alors une résistance de 500 livres, & si on l'avoit affermie à l'Ancre contre un courant de 6 pieds par seconde, ce courant auroit fait contre la Frégate un effort horizontal encore de 500 livres (je dirai ici en passant, que le poids de notre *maîtresse Ancre* étoit aussi d'environ 500 livres); c'est cette force que nous avons appelée *P* ci-dessus. Si la vitesse des courants est moins grande, leur force contre le Vaisseau en devient aussi moins grande, mais cela ne va pas tout-à-fait, comme on croit communément, en raison carrée des vitesses, car un nombre infini d'expériences a fait voir que cette règle, quoique forte exacte dans les mouvements violents, s'écarte beaucoup de la vérité dans ceux qui se font lentement, comme M. Newton a fait voir dans ses *Princ. Mathem. Philos. nat. edit. 3^{me}*. Ce que nous venons de dire suffit pour nous donner une idée de la grandeur de la force absolue horizontale d'un Vaisseau déjà arrêté, puisque cette force provient la plupart des courants de la Mer contre le Vaisseau, quoique la cause de ces courants puisse varier. Disons encore deux mots sur l'effort des lames contre les Vaisseaux.

On sçait que les lames ne font qu'un mouvement réciproque des eaux qui montent & descendent alternativement sans changer de place, qu'autant qu'elles sont emportées par les courants: elles n'agissent donc qu'en élevant avec précipitation le Vaisseau, qui est obligé par-là de s'approcher très-vitement de l'endroit qui répond verticalement à l'Ancre; & comme le Vaisseau ne sçauroit obéir assez promptement, le *cable* en reçoit une forte impression, qui fait quelquefois

68 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

déraper l'Ancre, & quelquefois rompre le *cable* : cette impression est d'autant plus grande que le mouvement des lames est prompt & grand, & que le *cable* approche plus de la position verticale. La manière de connoître en gros cette force, seroit de sçavoir le temps d'une ondulation, la hauteur de laquelle le Vaisseau est élevé, & combien le Vaisseau est obligé par cette élévation de s'approcher de l'endroit qui est à *pic* avec l'Ancre : car si, par exemple, le Vaisseau étoit élevé de 12 pieds en 3 secondes, & qu'il fût obligé par-là de faire un espace de 6 pieds sur la surface de la Mer vers l'Ancre, on pourroit chercher quelle seroit la force qui dans le temps de 3 secondes pût faire parcourir au Vaisseau 6 pieds depuis le repos. Mais ces recherches seroient trop ennuyeuses, & n'appartiennent pas assés à notre sujet principal.

Enfin il arrive aussi que les eaux des lames se roulent près leur surface, & viennent à se briser contre les Vaisseaux : mais cet effort n'est pas fort considérable, parce que ces eaux ne sont pas en grande quantité, & qu'elles ne causent par leur choc qu'un léger tremoussément aux parties du Vaisseau.

Quand on a jetté deux Ancres ou trois, on connoitra par les regles de la décomposition des forces, quel effort chaque *cable* & chaque Ancre soutiennent.

XVII.

Nous avons examiné jusqu'ici toute la théorie des Ancres, depuis le moment qu'elles ont touché le fond de la Mer jusqu'à celui qu'on veut defancrer. Ce defancrage se fait en tirant le *cable* par le moyen du *cabestan* jusqu'à faire venir l'Ancre à *pic* ; quelquefois pour faire plus vîtement, on gouverne le Vaisseau jusqu'au même endroit en le *virant de bord*. Lorsqu'il y a plusieurs Ancres, on defancre par le moyen d'une Chaloupe en *bossant* l'Ancre, c'est-à-dire, en *amarrant la bosse* qui saisit le *cable*, & qui est un bout de corde garni d'un *cul de porc* double à chaque bout.

Je viens maintenant au point principal ; c'est de parcourir toutes les parties des Ancres à part, d'examiner leur fonction, & de voir de quels changements & corrections elles sont susceptibles.

ET L'ESSAI DES ANCRES. 69

XVIII.

Commençons par le *Jas*. Nous avons déjà vû qu'il sert à mettre la *croisée* dans un plan vertical, ce qui est absolument nécessaire pour le *mouillage*. Nous avons démontré encore dans les articles IV, V, VI, VII, VIII & IX, qu'il est beaucoup plus naturel aux Ancres (en donnant à leurs parties les proportions ordinaires) d'avoir hors de l'eau la *croisée* dressée que couchée sur le fond, & même que cette dernière situation ne sçauroit qu'être extrêmement rare à certains égards, mais qu'à cause de la légèreté du *jas* dans les Ancres submergées, les deux positions leur sont à peu-près également naturelles, & même que la *croisée* se couche plus facilement qu'elle ne se dresse, sur-tout lorsque le *cable* commence à se roidir, & que la *patte* n'est pas encore entrée bien avant dans le sable, laquelle dernière circonstance nous avons démontrée dans les articles XIV & XV. Or comme la sûreté du *mouillage* demande absolument que la *croisée* présente toujours au fond l'une de ses *pattes*, il faut sans doute fixer là toute l'attention : mais il suit des articles IV & V, que plus le centre de gravité d'une Ancre submergée est près de l'*arganeau*, & plus le *jas* est long, plus la juste position des Ancres sera sûre. Ne vaudroit-il donc pas mieux de faire le *jas* de fer que de bois, ou du moins de le garnir tout autour d'une grosse plaque de fer ? Le succès de cette correction est sûr & infaillible pour donner la position requise aux Ancres. Il semble que ceux qui se sont avisés les premiers de mettre des *jas* aux Ancres, n'ont fait consister leur action que dans la longueur, sans faire attention que leur poids en augmente le plus considérablement l'effet : sans cela je suis sûr qu'ils n'auroient pas manqué de le faire d'abord de fer. Voyons cependant quelle influence ce changement aura sur les autres circonstances, puisqu'une chose est souvent bonne à un certain égard, & mauvaise à un autre. Il ne sera donc pas hors de propos de faire attention ici à ce que j'ai marqué dans le XIV.^{me} article, sçavoir que si l'Ancre est dans sa juste position, l'action du *cable* peut facilement élever

70 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

l'arganeau, & par-là renverser l'Ancre : il ne faut pour cela dans les Ancres ordinaires qu'une force verticale qui soit égale à la cinquième partie du poids de l'Ancre, comme j'ai dit à la fin du XV.^{me} article : mais si on faisoit le *jas* de fer, quoique du même poids qu'on le fait de bois, il faudra une force verticale qui soit environ égale à la moitié du poids de l'Ancre pour élever *l'arganeau*, & l'action du *cable* ne peut guère produire une si grande force verticale, à moins que la *patte* ne soit déjà entrée bien avant dans le fond, auquel cas l'Ancre ne sçauroit plus se renverser, ni peut-être la *vergue* être élevée par cette force, quoiqu'assés grande pour l'élever dans une Ancre libre. On me dira peut-être que l'Ancre devient trop lourde ou trop pesante en faisant le *jas* de fer ; mais j'ai déjà répondu à cela, qu'on peut le faire du même poids qu'on a coutume de faire les *jas* de bois, ne prétendant pas qu'on lui donne l'épaisseur ordinaire ; il suffira de lui donner la moitié de l'épaisseur qu'on donne à la *vergue*, & de cette manière il ne deviendra pas plus pesant que s'il étoit de bois, & ne laissera pas d'avoir encore autant de force. On pourra diminuer l'épaisseur du *jas* vers les deux bouts, comme on fait aux *jas* de bois, parce que c'est au milieu que le *jas* souffre le plus, & qu'il doit par conséquent être le plus épais. Quant à la longueur du *jas*, il est vrai que plus il est long, mieux il servira pour mettre l'Ancre dans sa juste position ; cependant il ne faut pas augmenter son poids sans nécessité, car sa grosseur devant être proportionnée à sa longueur, il deviendrait trop pesant, si on vouloit le faire plus long que de coutume : sa longueur ordinaire suffira, comme on voit assés par le VII.^{me} article, qui ne doit point être changé pour être appliqué à l'état de submersion, lorsque les *jas* des Ancres sont faits de fer & semblables aux *jas* de bois par rapport à leur poids & à leur longueur.

XIX.

Après le *jas*, nous considérerons la *Vergue*. Chacun voit un grand nombre d'inconvénients qui proviendroient, si

ET L'ESSAI DES ANCRES. 71

on vouloit faire la *vergue* tout-à-fait courte. Je ne ferai ici attention qu'à trois points, qui sans doute sont les principaux. Le premier regarde l'angle APB dans la seconde Figure, qui en vertu du XIV.^{me} article doit nécessairement être obtus : or si on faisoit la *vergue* assés courte pour que le point B tombât entre les points A & C , on voit que cet angle deviendrait aigu, & l'Ancre tout-à-fait impropre pour l'ancrage. Il faut donc que la *vergue* AB soit plus longue que AC , qui marque, pour ainsi dire, la longueur du rayon osculateur de la courbure AP que je suppose déterminée. Si on faisoit AB d'une longueur infinie, l'angle CPB deviendrait égal à l'angle ACP qui est d'environ 30 degrés ; mais je démontrerai ci-dessous que cet angle CPB doit être d'environ 27 degrés, & il obtient ladite grandeur, en faisant AB neuf ou dix fois plus longue que AC : mais une telle longueur, quoique la plus avantageuse à cet égard, seroit énorme, étant cinq fois plus grande que la longueur qu'on donne ordinairement à la vergue : il vaut donc mieux aggrandir l'angle CPB (qui n'est que d'environ 15 degrés) par un autre changement dans la structure des Ancres, que par celui de la longueur de la *vergue* : mon intention n'a été jusqu'ici que de démontrer qu'on ne sçauroit faire la *vergue* trop longue à l'égard du premier point, dont nous venons de parler.

Le second point, sur lequel la longueur de la *vergue* a quelque influence, regarde la facilité avec laquelle l'Ancre prend l'une des deux positions qui lui sont naturelles, & dont j'ai parlé dans le III.^{me} article & les suivans. Or les formules des articles IV & V, m'ont fait connoître à cet égard que plus on allonge la *vergue*, plus l'Ancre prendra facilement sa position requise pour l'ancrage, car la raison de $HI—H\lambda$ à $HI—HL$ dans la première Figure (dont j'ai parlé au VI.^{me} article) en devient toujours plus grande. Nous avons trouvé dans le VII.^{me} article cette raison comme 7 à 2 pour les Ancres non submergées, & cette même raison convient aussi aux Ancres submergées, dont le *jas* est de fer, & du même poids qu'on donne aux *jas* de bois, tels que

72 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

j'ai conseillé de faire dans le précédent article ; mais si on faisoit la *vergue* d'une longueur infinie, cette raison seroit environ comme 11 à 2, & par conséquent plus grande : cela fait voir qu'on ne sçauroit faire la *vergue* trop longue à l'égard de ce point, non plus qu'à l'égard du premier.

En troisième lieu, la longueur de la *vergue* peut faciliter le desancrage : car lorsque la *patte* s'est trop enfoncée dans le fond, le desancrage se fait avec assés de peine, sur-tout après les tempêtes, par la raison exposée à la fin du XIV.^{me} article ; en ce cas l'Ancre étant à *pic*, la *vergue* sert d'un long levier, moyennant lequel on fait renverser à la *patte* le sable endurci qui la retient.

Il est donc enfin de la *vergue* comme du *jas* : on ne sçauroit dans la théorie les faire trop longs ni l'un ni l'autre : ce qui doit les borner, consiste simplement en ce qu'il ne faut pas augmenter le poids des Ancres sans en tirer une utilité suffisante, d'autant qu'en faisant leurs parties plus longues, il faut aussi les faire à proportion plus épaisses & plus fortes, étant alors plus sujettes à se rompre ou à se plier.

On fait au reste les *vergues* cylindriques, c'est-à-dire, d'une épaisseur égale dans toute leur longueur. Si on n'avoit égard en cela qu'aux risques que la *vergue* court de se courber ou de se rompre par les différents efforts qu'elle souffre, il est certain qu'il faudroit donner une toute autre proportion à ses différentes épaisseurs, & nommément les augmenter vers la *croisée*, & les diminuer vers le *jas* ; mais ces changements entraîneroient d'autres inconvénients : car toute Ancre doit avoir un certain poids, & il est indifférent pour le succès de l'ancrage, de quelle manière ce poids soit distribué, pourvû que le centre de gravité ne soit ni trop près de la *croisée* ; ni trop près du *jas* : s'il est trop près de la *croisée*, l'Ancre en prend plus difficilement sa juste position, & c'est-là l'inconvénient d'augmenter les épaisseurs de la *vergue* vers la *croisée* ; & si au contraire le centre de gravité étoit trop près du *jas*, la force qui fait entrer la *patte* dans le fond deviendroit trop petite. Je crois donc qu'on peut laisser les *vergues* cylindriques

ET L'ESSAI DES ANCRES. 731

cylindriques telles qu'on les fait ; mais au reste il faut absolument les faire aussi longues qu'il est possible, en conservant la même masse ou le même poids, sans les rendre trop foibles ou trop sujettes à se courber ; cette règle est certaine, mais son résultat ne sauroit être déterminé que par un grand nombre d'expériences. Quant enfin au bout quarré de la *vergue*, on voit bien qu'on le fait quarré, & plus gros que le reste, pour empêcher davantage le *jas* de tourner autour du bout : mais si on fait le *jas* de fer, comme j'ai conseillé de faire par de fortes raisons, on soudera la *vergue* au *jas*, comme on la soude à la *croisée*.

XX.

Examinons maintenant la *Croisée*. Sa courbure est ce qui se présente d'abord à l'esprit, & qui paroît le plus de conséquence. Il est vrai que c'est une assez petite portion de courbe, qui pourra toujours passer sans grande erreur pour une portion du cercle osculateur, c'est-à-dire, d'un cercle décrit du rayon *PC* (*Fig. 2.*) qui est perpendiculaire à l'extrémité de la *croisée*, puisque l'angle *ACP*, qui est la mesure de toute la courbure de la demi-*croisée*, n'est que de 30 degrés. Mais comme on doit employer une exactitude géométrique dans toutes ses recherches, celle-ci ne sera pas hors de sa place. La principale question sera de savoir les conditions auxquelles il faudra satisfaire, c'est sur quoi je suis bien persuadé que chacun aura une idée particulière, & ce sera à examiner laquelle aura le plus de poids & de vraisemblance. Pour moi je me suis enfin fixé à un simple arc de cercle, car il n'y a que cette courbe dont les parties congruent parfaitement en les appliquant l'une sur l'autre. Cette courbe donne par-là un grand avantage à la *croisée* ; car en l'enfonçant davantage, chaque partie postérieure prend la place d'une antérieure, & ainsi le sable du fond n'est déplacé qu'autour du bord de la *patte*. Si l'on prend toute autre courbe, il faudra qu'au moindre enfoncement chaque partie de la *croisée* se fasse jour, & surmonte un nouvel obstacle, ce qui rend les enfoncements plus difficiles, & fait en même temps que l'Ancre se

74 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

tient moins ferme dans le sable qu'elle aura élargi de tout côté. On pourra faire l'expérience de ce que je viens de dire fort facilement avec un clou courbé de manière que les deux tangentes tirées aux extrémités fassent un angle donné : car on trouvera que si on donne au clou une courbure circulaire, il entrera plus facilement, & tiendra ensuite plus ferme que si on lui avoit donné toute autre courbure, outre que ses parties en souffriront moins. On m'objectera peut-être ici, & une personne d'autorité à qui j'ai communiqué mes pensées sur cette matière, l'a fait, que ce raisonnement suppose le centre *C* en repos, & que l'Ancre n'est plus entraînée par le Vaisseau : je réponds à cela, 1.^o Que si on vouloit considérer le mouvement progressif de l'Ancre, chaque degré de vitesse demanderoit une autre courbe, quoique d'une même classe. 2.^o Que la courbure de la *croisée* est indifférente jusqu'à ce que la *patte* soit déjà entrée dans le fond, & que dès-lors l'Ancre est ordinairement déjà affermie, & qu'il ne s'agit plus que de l'affermir davantage. Voilà la raison qui m'a fait choisir la courbure circulaire préférablement à une autre, & cela d'autant plus qu'elle est sans doute la plus facile à forger.

La longueur de la *croisée* est relative avec celle du *jas* ; plus la *croisée* est courte par rapport à celle du *jas*, plus l'Ancre se couchera facilement sur le *jas* : il ne faut donc pas la faire longue sans nécessité, & cela d'autant moins que la croûte sablonneuse & pénétrable n'est pas fort épaisse, comme j'ai rapporté au X.^{me} article ; mais aussi doit-on faire la *croisée* assez longue pour que la *vergue* ne l'empêche pas d'enfoncer davantage, sur-tout lorsque le fond est tel que la *patte* y entre avec beaucoup de facilité, car en ce cas elle doit entrer bien avant pour s'y tenir ferme sans labourer le fond. On peut remarquer encore, qu'en choisissant pour la *croisée* la courbure circulaire d'un même rayon, l'angle *CPB* est proportionnel à la longueur de la *croisée* ; on auroit donc à cet égard un avantage en la rendant plus longue, puisque les proportions indiquées au second article ne donnent à cet angle que 15 degrés, & qu'il devroit être, comme j'ai déjà

marqué, de 27 degrés. Mais comme cet angle peut être augmenté d'une autre manière, qui ne préjudicie pas aux autres points, cette raison ne doit pas nous engager à faire la *croisée* plus longue que de coûtume. A mon avis, il suffira de donner à la *croisée* la longueur d'un arc circulaire de 60 degrés, quoiqu'ordinairement on la fasse un peu plus longue, autant que j'ai pu juger par les Figures.

Les épaisseurs de la *croisée* sont diminuées vers les extrémités pour deux raisons : l'une est que les différentes forces qui agissent sur la *croisée*, & qui pourroient la courber ou la rompre, sont plus sensibles sur le milieu que sur les extrémités : la seconde raison est que l'on donne par-là aux deux branches la nature du coin, qui les fait entrer plus facilement dans le fond.

L'angle que l'extrémité de la *croisée*, ou bien de la *patte*, doit faire avec le fond, le *jas* y étant couché horizontalement, est un des points essentiels : si on donne à la *croisée* la figure d'un arc de cercle, si on lui donne 60 degrés d'ouverture, & si on fait le rayon égal à la moitié de la *vergue*, l'angle *APB* devient égal à 105 degrés, & l'angle *CPB* à 15 degrés. Mais ils me paroissent trop petits : leur plus avantageuse grandeur dépend du rapport des forces qui font mordre la *patte* dans le fond, dont l'une provient du poids de l'Ancre, & l'autre est la force *BF* qui tire l'Ancre horizontalement, & dont j'ai expliqué l'action dans le XIV.^{me} article.

Soit donc encore, comme dans le XV.^{me} article, le poids absolu de l'Ancre $= \pi$, son *jas* étant de bois, j'estime le poids de l'Ancre sous l'eau $= \frac{2}{3} \pi$. Posons d'ailleurs, comme dans le IX.^{me} article, le centre de gravité d'une telle Ancre être à la distance d'un tiers de la *vergue* depuis la *croisée*, & on aura la pression que la *patte* exerce sur le fond de la Mer par le poids de l'Ancre, égale à $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \pi$ ou $\frac{4}{9} \pi$. On trouve à peu-près la même valeur de $\frac{4}{9} \pi$ pour les Ancres garnies d'un *jas* de fer, tel que j'ai conseillé de faire dans le XVIII.^{me} article ; parce que si d'un côté le *jas* est plus pesant sous

76 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

l'eau, le centre de gravité est au contraire plus loin de la *croisée*. Voilà ce qui regarde la première force.

Quant à la force horisontale BF (que nous avons appelée P dans le XV.^{me} article) nous en avons donné un exemple au XVI.^{me} article, en faisant voir qu'elle étoit égale au poids de 500 livres, au cas qu'elle fût produite par un courant de 6 pieds par seconde : cette force de 500 livres étoit à peu près égale au poids de la maîtresse Ancre que le Vaisseau en question portoit : mais il s'en faut beaucoup que la force horisontale, dont il s'agit ici, doive être estimée si grande : car outre que les courants sont ordinairement beaucoup moins forts, ne faisant guères au de-là de 2 ou 3 pieds par seconde, il ne faut pas considérer ici les forces que le Vaisseau soutient étant déjà affermi à l'Ancre, mais celles qui retardent le Vaisseau par la manœuvre de l'ancrage, l'Ancre n'étant pas encore entrée dans le fond. On peut alors considérer la résistance de l'Ancre, qui est égale à la force P , comme produite par le simple frottement que l'Ancre souffre, étant traînée par sa *patte* & sur une surface sabloneuse semblable à celle du fond de la Mer. Les expériences qu'on a faites à cet égard sur différents corps & différentes surfaces, me font estimer ladite résistance égale à un tiers du poids que l'Ancre a sous l'eau, ou égale à deux neuvièmes du poids absolu de l'Ancre. Si je me trompe dans cette estime, du moins est-il évident que je n'ai pas manqué dans l'excès : la force horisontale, égale à la même résistance, doit donc être pour le moins posée égale à $\frac{2}{9}\pi$, & ainsi les deux forces en question, dont il s'agit d'estimer le rapport en gros, sont donc comme $\frac{4}{9}\pi$ à $\frac{2}{9}\pi$, c'est-à-dire, comme 2 à 1. Cela signifie que la *patte* P est pressée par deux forces, l'une exprimée par PH qui est verticale, produite par le poids de l'Ancre, & l'autre représentée par PL qui est horisontale, produite par l'action du *cable*, & que la première est tout au plus double de la seconde. Si l'on achève le rectangle, la diagonale PI exprimera la force résultante des deux dites forces, & l'on voit

que c'est la direction de cette diagonale que l'extrémité de la *patte* doit avoir, parce que de cette manière les deux forces combinées enfoncent directement la *patte* dans le fond. On trouve la même chose par la méthode des *plus grands & des moindres*. Puisque donc PH est double de PL , & que PI doit être une tangente en P , il suit que l'angle LPI est de 63. degrés, & son complément CPB (car l'angle CPI est droit) de 27 degrés. [Ce calcul doit être un peu changé pour les Ancres qui auroient le *jas* de fer, en ce qu'elles ne perdent pas tant de leur poids par la submersion; de sorte que la force PL en devient un peu plus grande; on pourra donc bien faire dans ces Ancres l'angle CPB de 30 degrés. La même méthode sert aussi à déterminer l'angle que le coutre d'une charruë doit faire avec la surface des champs qu'on laboure.] Si la force horisontale exprimée par PL , est supposée plus grande par rapport à sa compagne PH , ledit angle CPB devrait être encore plus grand; cependant de la manière qu'on fait les Ancres, il ne va gueres au de-là de 15 degrés. Il y a plusieurs manières de remédier à ce défaut; mais la meilleure, à mon avis, sera de courber davantage la *croisée*, où, si l'on veut, de garnir le *jas* dans ses extrémités de deux pièces de bois d'une figure sphéroïdique fort applatie, en faisant passer le *jas* par leurs centres. Par-là l'extrémité de la *vergue* B se hausseroit, & l'angle CPB en deviendrait plus grand. Ces changements peuvent se faire sans le moindre préjudice pour aucune fonction des parties qui composent l'Ancre.

XXI.

Je finirai cet examen par quelques réflexions sur le *Cable*. Il importe beaucoup que le *cable* tire l'Ancre le plus horisontalement qu'il est possible; la force horisontale BF (c'est toujours la seconde Figure) en devient plus grande, & la verticale BO plus petite; l'un & l'autre point est avantageux pour l'ancrage en vertu du XIV.^{me} article. Il faut donc, après avoir jetté l'Ancre, filer le *cable* assés vite pour empêcher qu'il ne se roidisse avant que le Vaisseau soit à une

78 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

grande distance, comme par exemple, double de la profondeur de la Mer qui répond à l'Ancre. Si après cela on roidit le *cable* avec une certaine force, il est à remarquer que l'angle *EBN* (qui est celui que le *cable* fait avec le fond de la Mer) dépend encore de cette même force à cause du poids que le *cable* a sous l'eau, & qui lui fait prendre la figure d'une *chaînette* convexe vers le fond, & concave vers la surface de la Mer. On pourroit croire d'abord que la courbûre du *cable* approche si fort de la ligne droite, & par conséquent l'angle *EBN* si fort de celui que le *cable* fait avec la surface de la Mer, que les différences peuvent être négligées: mais nous verrons le contraire, si nous appliquons les Théorèmes du XV.^{me} article à la présente question, & ensuite à quelque exemple fondé sur les principes de la Navigation. Car en retenant les dénominations que nous avons faites dans ledit XV.^{me} article, nous trouverons le sinus de l'angle *EAH* (Fig. 3.) qui est égal à l'angle que le *cable* fait avec le fond horizontal de la Mer, de la manière suivante. Achevés le rectangle *EAFH*, & la diagonale *AH* marquera la force équivalente aux deux forces *AE* & *AF*, & ainsi *AH* sera une tangente en *A* & égale à $\sqrt{AE^2 + AF^2}$ c'est-à-dire

$$= \sqrt{(PP + \frac{s}{c}P - p)^2} = \sqrt{PP + \frac{ss}{cc}PP - \frac{2s}{c}Pp + pp} = (\text{à cause que } cc + ss = 1) \sqrt{\frac{PP}{cc} - \frac{2sPp}{c} + pp}.$$

Or *AH* est à *AF* comme le sinus total au sinus de l'angle *EAH* ou *EAG*; on a donc le sinus de l'angle cherché

$$EAH = \frac{sP - cp}{\sqrt{(PP - 2scPp + ccp)}}. \text{ Cet angle est donc nul,}$$

lorsque $sP = cp$, & si sP étoit plus petit que cp , j'ai déjà marqué ci-dessus qu'une partie du *cable* se couchera sur le fond, & l'*arganeau* ne laissera pas d'être tiré horizontalement. Appliquons maintenant ladite formule à quelques exemples tels qu'ils sont ordinaires dans la Navigation.

Soit $c = 25$, c'est-à-dire, que le *cable* fasse avec la surface de la Mer un angle de 27. degrés. Supposons *P* égale

à 125 livres, qui font le quart du poids de l'Ancre dont j'ai fait mention dans le précédent article, & par conséquent un peu plus que $\frac{2}{9}\pi$. Si dans ces hypothèses il reste au *cable* submergé seulement un poids de $62\frac{1}{2}$ livres, ce poids suffira pour faire évanouir l'angle en question, & le *cable* aura une direction horizontale près l'*arganeau*. Si ledit poids étoit plus grand, une partie du *cable* sera traînée sur le fond de la Mer; mais s'il n'étoit, par exemple, que de 25 livres, il faut, pour trouver l'angle du *cable* avec le fond de la Mer, poser

$$P = 125, p = 25, s = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ \& } c = \frac{2}{\sqrt{5}}, \text{ après quoi on}$$

trouve le sinus de l'angle $EAG = 0,22825$, & par conséquent l'angle même de $13^{\circ} 12'$, ce qui fait connoître que s'il ne reste au *cable* baigné que le poids de 25 livres, il ne fera plus, avec le fond de la Mer, qu'un angle de $13^{\circ} 12'$, pendant qu'il forme avec la surface de la Mer un angle de près de 27 degrés; marque que ces deux angles sont toujours bien différens; & cela est très-avantageux au succès du *mouillage*, que j'avois peine à comprendre avant ces Théorèmes; car si le premier angle étoit aussi grand que le second, le *cable* ne manqueroit guère, pour peu qu'il se roidit, d'élever l'*arganeau* & de renverser l'Ancre. Au reste il arrivera facilement que le *cable*, qui porte une Ancre de 500 livres (tel est celui dont nous parlons), ait sous l'eau un poids de 20, 30, jusqu'à 100 livres ou plus, selon qu'il a beaucoup de brasses de baignées: car chaque brasse d'un tel *cable* pèse ordinairement hors de l'eau depuis 12 jusqu'à 15 livres, & je crois que sous l'eau il pesera pour le moins une livre & demie, de sorte que 42 brasses peseront déjà les $62\frac{1}{2}$ livres dont j'ai fait mention dans cet article.

Après ce que nous venons de dire, nous entendrons plus distinctement ce qui a été dit dans le troisième corollaire du XV.^{me} article, sçavoir que pour prévenir l'élévation de l'*arganeau* par l'action du *cable*, il faut que $\frac{c}{c}P - p$ soit moindre que $\frac{1}{2}\pi$, ou bien que p soit plus grand que $\frac{c}{c}P$.

80. REFLEXIONS SUR LA FIGURE

— $\frac{1}{5}\pi$. Ainsi dans l'exemple que nous venons d'alléguer, il faut mettre $\frac{p}{c} = \frac{1}{2}$, $P = 125$ & $\pi = 500$; d'où il suit, selon la règle, que p doit être plus grand que $62\frac{1}{2} = 100$; par conséquent la valeur de p est en ce cas toujours assez grande, puisque $62\frac{1}{2} = 100$ est un nombre négatif. Mais si la force P devenoit plus grande, ou si le *cable* faisoit un plus grand angle avec la surface de la Mer, il pourroit arriver que sans le poids du *cable*, l'*arganeau* ne manquât pas d'être élevé, & l'Ancre d'être renversée sur sa *croisée*: car si, par exemple, le *cable* coupoit la surface de la Mer sous un angle de 45 degrés, la force P demeurant la même, on trouveroit $\frac{p}{c} P = \frac{1}{5}\pi = 25$; d'où nous pouvons conclurre que l'Ancre se renversera sûrement en ce cas, à moins que le poids du *cable* submergé ne soit plus grand que de 25 livres.

Puisque donc le poids du *cable* sous l'eau est une chose si utile, & quelquefois si nécessaire au *mouillage*, on tâchera de rendre les *cables* d'une pesanteur spécifique plus grande qu'ils ne sont ordinairement, sans pourtant augmenter leur poids absolu. Je m'imagine que cela est facile à faire, & sans déroger à leurs autres qualités. On pourroit aussi charger le *cable* d'un poids de quelques quintaux, plus ou moins, suivant la grandeur de l'Ancre, à la distance de quelques brasses depuis l'*arganeau*. Il naîtra de ceci, outre les avantages déjà expliqués, un autre, dont je n'ai pas encore fait mention, qui est que le *cable* s'écartera par-là davantage de la ligne droite, ce que je présume pouvoir être d'une très-grande utilité contre les coups de Mer, lesquels, par une action trop précipitée, font quelquefois *déraper* l'Ancre, & quelquefois rompre le *cable*, comme j'ai dit à la fin du XIV.^{me} article: car le *cable* pouvant ainsi prêter en longueur, amortira peu à peu, par un mécanisme fort simple, l'effet de ces coups de Mer. Il me semble d'avoir lû quelque part une invention de M. Perrault fondée sur un pareil principe, mais beaucoup plus embarrassée, & je n'ai pas entendu qu'on ait mis en

On

ET L'ESSAI DES ANCRES. 81

On me dira peut-être que lorsque la Mer n'est pas bien profonde dans une rade, le *cable* ne sçauroit s'écarter beaucoup de la ligne droite ; mais aussi alors les lames ne sont pas à craindre, n'étant pas fort hautes.

XXII.

Voilà mes réflexions sur la meilleure construction des Ancres ; je n'ai pas oublié en les faisant, combien il est facile de changer en pis dans des choses qu'un long examen & une infinité d'expériences ont produites ; c'est pourquoi je n'ai rien voulu changer dans la structure ordinaire des Ancres, qui ne fût fondé sur des principes sûrs, tirés de la Mécanique & de la Navigation : j'espère qu'on trouvera ces principes bien établis, & qu'ils serviront aux gens de Mer, intelligents en ces matières, à suppléer ce qui pourroit manquer dans cette dissertation, & à donner la dernière perfection aux Ancres.

S'il y avoit quelque chose qui pût me faire pencher pour une nouvelle sorte d'Ancre, ou pour plus de corrections à faire aux Ancres, ce seroit le défaut de sûreté dans le succès du *jas*, destiné à dresser la *croisée*, & l'inaction de celle des *branches* qui regarde en haut. Il est facile d'inventer des Ancres qui n'aient qu'une seule situation naturelle, & pour peu qu'on y veuille penser, on s'en imaginera plusieurs sortes plus ou moins composées : j'en proposerai une pour exemple dans l'article suivant.

XXIII.

On pourroit faire la *vergue* *AC* (Fig. 4.) avec son *arganeu* *L*, comme dans les Ancres ordinaires, mais au lieu des deux branches qui composent la *croisée*, il suffira ici d'en faire une représentée par *AE*, & en place du *jas*, on pourroit mettre une sphère *FBHG*, dont la partie supérieure *BFG* soit de bois, & l'inférieure *BHG* de fer. Il est clair qu'on peut donner une telle proportion à ces parties, que *AE* se mette toujours dans un plan vertical, & présente sa pointe au fond, de quelque manière que cette espèce d'Ancre soit d'abord située, & elle prendra ladite situation, qui seule lui

Fig. 4.

82 REFLEXIONS SUR LA FIGURE

est naturelle, d'autant plus facilement que l'action du *cable* la remuë continuellement, & que le fond de la Mer est, suivant les observations de M. Marfigli, assez dur pour ne pas permettre à la sphere de s'y embourber par son propre poids, lequel enfoncement pourroit peut-être empêcher ou retarder l'Ancre de se mettre dans son état d'équilibre.

Il y auroit beaucoup à dire sur la nature d'une telle Ancre, & sur les proportions qu'il faudroit donner à ses parties: mais comme les choses trop nouvelles, sont rarement écoutes pour l'exécution, à laquelle les Sçavants ont la moindre part, ce seroit un commentaire perdu. Je finirai donc ici mon discours, après avoir dit encore quelques mots sur la meilleure manière d'essayer les Ancres.

XXI V.

J'entends par la *manière d'essayer les Ancres*, celle de sçavoir tout ce qui leur arrive pendant le *mouillage*, depuis le moment qu'elles ont été jettées dans la Mer jusqu'après le *desancrage*. L'eau & la profondeur de la Mer empêchant de voir ce qui se passe au fond, même dans les rades les moins profondes, je crois que le meilleur expédient seroit de faire l'essai des Ancres sur terre, & d'imiter parfaitement toutes les circonstances qui ont du rapport à l'ancrage: il me semble, après l'examen que nous avons fait du mécanisme des Ancres, que l'exécution de cette idée ne seroit pas tout-à-fait impossible, & je suis confirmé dans ce sentiment par les expériences que j'ai faites, quoique grossièrement, & que j'ai citées dans le XII.^{me} article: voici ce qu'il faudroit observer en suivant ce dessein.

On choisira un terrain propre pour cet effet, sçavoir horizontal, dont la consistance soit d'un sable durci & congelé, ayant la surface un peu raboteuse: En un mot, on tâchera d'imiter le fond de la Mer, tel qu'il est ordinairement dans les lieux propres au *mouillage*, le mieux qu'il est possible, en suppléant par l'Art ce qui manquera à cet égard au terrain qu'on aura choisi.

On examinera à part la pesanteur spécifique du *jas*; pour

ET L'ESSAI DES ANCRES. 83

moi je crois qu'elle est à peu-près égale à celle de l'eau : on apprendra par-là combien le *jas* est soutenu par l'eau de la Mer, & on appliquera au milieu du *jas*, en faisant l'essai des Ancres, une force verticale qui tire le *jas* en haut, & qui soit égale à $\frac{7}{8}$ parties de la force avec laquelle le *jas* est soutenu par l'eau de la Mer ; j'en rabats une huitième, à cause que le reste de l'Ancre qui est de fer, perd pareillement une huitième de son poids par sa submersion. On pourroit d'une manière plus simple alléger le *jas*, & rendre par-là son effet pareil à celui qu'il a au fond de la Mer, en tirant l'Ancre sous un plus grand angle qu'elle ne l'est ordinairement au fond de la Mer, ce qui feroit presque le même effet. Ces précautions seroient superflues pour les Ancres qui auroient le *jas* de fer, mais elles sont très-essentiellles pour les *jas* de bois : on n'a qu'à confronter ensemble le VII.^{me} & le IX.^{me} article pour s'en convaincre, sans parler du reste.

On fera d'abord coucher l'Ancre sur sa *croisée*, & on la tirera ensuite par le moyen d'un cabestan planté à une certaine distance, & sur quelque hauteur. On verra qu'étant tirée avec une certaine vitesse, elle se dressera d'elle-même, & on examinera avec quelle vitesse elle doit être ensuite traînée pour la faire mordre plus vite dans le sable. On fera l'angle que la direction du *cable* forme avec le fond près l'*arganeau*, depuis 0 jusqu'à 20 ou 25 degrés, & on remarquera que plus cet angle est petit, plus la *patte* s'enfoncera vite. On examinera quelle force il faudra d'abord appliquer, & comment ces forces doivent ensuite être variées pour avancer la manœuvre; mais il suffira de l'augmenter jusqu'à ce que la force immédiate qui tire horizontalement l'Ancre soit égale à son poids : car une Ancre qui est assés enfoncée pour pouvoir résister à une force directe égale à son poids, peut être regardée comme tenant assés ferme au fond, puisqu'elle est capable de retenir un Vaisseau contre un courant de 6 pieds par seconde, comme nous avons vû au XVI.^{me} article. On remarquera en même temps, par

84 REFL. SUR LA FIG. ET L'ESSAI DES ANCR.

quels degrés les vîtesses de l'Ancre diminuèrent après qu'elle a commencé à mordre dans le fond, & qu'elle est tirée avec une vîtesse uniforme.

Quand l'Ancre tiendra assés ferme pour soutenir la force tantôt nommée, on pourra imiter les coups de Mer, dont j'ai traité à la fin du XIV.^{me} article. Cela se fera, en tirant le *cable* brusquement & par intervalle avec beaucoup de force.

Enfin pour connoître comment se fait le desancrage, on n'a qu'à tirer le *cable* sous une direction successivement plus verticale.

J'obtiens une infinité d'autres expériences & observations qu'on pourra faire en même temps, si l'on essaye les Ancres de la manière que je viens d'exposer, lesquelles expériences feront également utiles pour découvrir la meilleure figure qu'il faut donner aux Ancres, & pour connoître la meilleure manœuvre qu'on doit observer pour l'ancrage. Pour faire ces expériences & ces essais avec plus d'utilité, on pourra consulter les raisonnements & les calculs que j'ai faits dans le corps de ce discours, & qui en seront, comme j'espère, confirmés.

FIN de la Pièce qui a partagé le troisième Prix.



Fig. 1

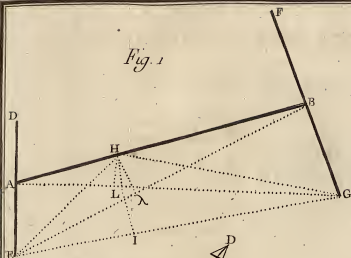


Fig. 2

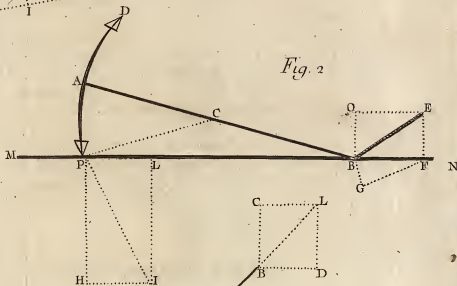


Fig. 3

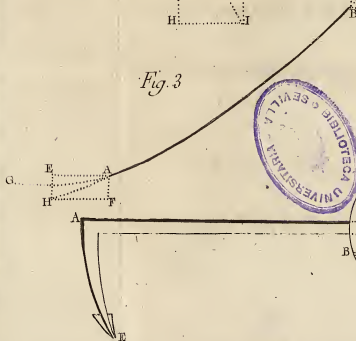
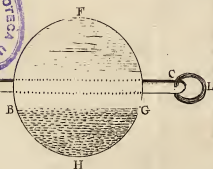


Fig. 4



DISSEMINATION

OF THE

1848

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

THE

DISSERTATIONS

L A T I N E S

S U R

L E S A N C R E S ,

Q U I R É P O N D E N T

A U X T R O I S Q U E S T I O N S

*Proposées à ce sujet par l'Académie Royale
des Sciences.*

Pièces qui ont partagé le troisiéme des Prix
de l'année 1737.

Par M. le Marquis POLENI.

MONITUM.

IN Dissertationes non inferendum, quod solum præstantissimis sapientissimisque Judicibus exhibeo, ut iisdem meam sententiam aperiarn. Aliam itaque Dissertationem misi pro Programmate pertinente ad annum 1735, distinctam versu hoc:

Hic teneat nostras anchora jacta rates.

Ovidius.

quæ istic signata fuit N.º 3. Sed nunc partes ejus nonnullas mutavi, plures adjeci: itaque vellem illius nullam haberi rationem, sed harum, quas nunc mitto, Dissertationum distinctarum versibus hisce:

Hic teneat nostras anchora FIRMA rates.

Hic teneat nostras anchora DUCTA rates.

Hic teneat nostras anchora CERTA rates.

Præterea Dissertatio quidem una tota pertinet ad Anchorarum Figuram: at in alterius Dissertationis, de artificio præstantiore anchoras ad ultrinam fabrefaciendi, secunda Sectione, alia quædam (re ita exigente) ad anchorarum Figuram pertinentia proposita sunt. Nihil autem per me impedit, quin ex Dissertatione illa prima, & Sectione hac una compiatur Dissertatio; si ita revera faciundum esse videretur Judicibus sapientissimis, quorum arbitrio lucubrationes meas subjectas prorsus esse prudens lubensque intelligo.



D E
PRÆSTABILIORI FIGURA
QUA
ANCHORÆ
FORMARI QUEANT,
DISSERTATIO.

Hic teneat nostras Anchora FIRMA rates.

INITIO Opusculi hujus licet mihi præfari, planè credere me ad doctrinam Rei Navalis perficiendam nihil aptius excogitari potuisse, quàm ut ejus studiosi irent ordine per partes singulas, unde tota constat Nautica eadem Res. Quemadmodum enim (utor exemplo pervulgato, sed quod facit magnopere ad propositum illustrandum) perfecta efficiuntur horologia, cum rotularum, tympanorum, cæterarumque machinularum singula genera fabricantur artifices singuli, omnem industriam in suo quique genere ponentes; ita dixerimus, Nauticam doctrinam tum denique absolutam numeris omnibus fore, cum sigillatim formata & perpolita membra ad unum veluti componendum corpus erunt comparata. Atque hæc quidem cogitatio & cura dignissima fuit solertiâ sapientiâque Illustris Academiæ Regiæ Scientiarum; quæ non per se modo scientias vitæ humanæ cumprimis utiles auget, perficitque; verum etiam aliis tum optimam suppeditat rationem, quâ illæ exornentur; tum ad hoc idem honestissima

addit incitamenta. Si qua autem sunt nautica instrumenta quorum accurata postuletur consideratio, hæc certè Anchoræ sunt, ex quibus navium est tuta atque firma statio tranquillo mari; & subsidium maximum inter sævientes tempestates ac procellas. Periclitari igitur juvat, si fortè possim operâ meâ qualicumque conferre quidpiam in utilitatem communem: utcumque enim casura sit res, præclarum haud dubiè fuerit, pro parte virili elaborare in eo, quod valde commodum publicè est, & vel ex auctoritate unâ proponentium sapientum virorum eximium habet momentum.

Dissertationem autem hanc dividam in partes omninò quatuor: ac primùm experientiâ comite, rationeque duce evincam, bicipitem anchorarum figuram eximiam esse: agam postea de anchorarum figurâ relatâ ad earundem pondera atque ad partium earundem proportionem: tum, expensis anchorarum partibus aliis, principis partis, hoc est, brachii earundem figuram determinabo: & demum exponam, quo additamento figuram anchoræ juvari, & ut rem totam perfici possè, existimem. Ante omnia verò, perspicuitatis majoris gratiâ, Definitiones nonnullas præponam.

DEFINITIONES.

I.

Anchora (*Ancre*) est instrumentum ferreum *ABCD* (*Fig. 1.*) quo, partim propter pondus, partim propter acutamina sua fixa in aliquo fundo, sistuntur naves & retinentur. Anchoræ autem plures sunt partes: & primum.

II.

Virga Anchoræ (*la Verge*) est ferrum *Pe*, in minoribus anchoris (exceptâ superiore parte) teres; at in majoribus terminatum faciebus quatuor, fermè planis. Cum virgâ autem (quæ ceu anchoræ princeps pars reputari debet) anchoræ partes reliquæ conjunguntur.

III.

Si per centra basis & summitatis virgæ intelligatur ducta recta linea *eP* (quemadmodum in cylindro à centro circuli basis

basis ad centrum circuli summitatis ducitur axis) linea hæc appelletur Virgæ Axis.

I V.

Caput autem Virgæ (*Bout de la Verge de l'Ancre*) est superior Virgæ extremitas *Pu*, paulò latior ad latera *aX*, *EF*, referens figuram parallelepipedî ex basi rectangulâ. Huic capiti committitur Axis ligneus, de quo infra.

V.

Ansulæ Capitis Virgæ (*Tenons de l'Ancre*) sunt duæ exiguæ veluti prominentiæ; altera *nm*, altera in opposita facie respondens ipsi *nm*; quæ arctè comprehenduntur intra internas partes axis lignei (de quo infra) impediuntque, ne idem axis secundum virgæ longitudinem ascendere aut descendere queat.

V I.

Anchorale (*le Cable*) est funis, cui anchora alligatur.

V I I.

Foramen Anchoræ (*Trou de l'Ancre*) est (*Fig. 1.*) *g* in virgæ capite excipiens annulum.

V I I I.

Annulus Anchoræ (*l'Arganeau, ou Organeau*) est annulus *EA*, ex ferro crasso formatus, transiens per Anchoræ foramen *g*. Huic annulo anchorale religatur. Obtegatur autem annulus funiculis circumligatis, ut in annulo *LM* (*Fig. 2.*) ne anchorale annulo religatum, usu assiduo tractioneque teratur, atque consumatur.

I X.

Brachium Anchoræ (*Bras*) est ramus veluti quidam ferreus *CB*, vel *CD* confertus & ferruminatus cum virgæ infimâ parte *eC*.

X.

Par *eC*, quâ cum Brachiis virga cohæret, dicatur Anchoræ Nodus.

X I.

Pedes Anchoræ (*les Pattes*) sunt crassæ ferreæ laminæ *BIK*, & *DGH* triangularis formæ, cum brachiorum extremitatibus solidissimè conjunctæ & ferruminatæ; aptæ ut mucronibus

90 DE PRÆSTABILIORI FIGURA

luis in fundo maris figantur, eumque mordeant : atque ita in fundo fixæ anchoræ hærentes *fidere* ab Antiquis dicebantur.

XII.

Brachiorum extremitates *B* & *D* Mucrones Brachiorum appellentur.

XIII.

Si concipiatur planum aliquod transire per virgæ axem *e P* ac per mucrones *B* & *D*, id planum nuncupabitur Anchoræ Planum.

XIV.

Sectio plani anchoræ & superficiei internæ brachii *De* sit linea *DSse* : hæc nimirum ea erit, secundum cujus ductum formata esse anchoræ brachia *CD* & *CB*, intelligetur. Linea autem hæc dicetur Linea Brachii.

SCHOLIUM.

Quoniam anchoræ brachium, dum anchora trahitur, vim quantum efficit parte suâ internâ *e D*, nullam autem vim exercet externâ parte *Gq*; idcirco satis erit figuræ partis internæ illius, sive lineæ brachii, rationem habere.

XV.

Si ex mucrone *D* ducatur recta *DR* perpendicularis ad virgæ axem *e P* : linea *DR* dicetur Sagitta Brachii, & linea *e R* nuncupabitur Brachii Sagitta Versa.

XVI.

Aures Anchoræ (*les Oreilles*) dicuntur pedum anguli *I, K*, & *G, H*.

XVII.

Dentes Anchoræ dicebantur ab Antiquis Anchoræ Brachia; sive hæc pedibus munita essent, sive non : unde illud, *dente tenaci Anchora fundabat naves* : cum enim dicitur anchora dente fundare navem, idem est ac si diceretur navem anchorâ retineri.

XVIII.

Recurva Anchoræ pars (*la Crosse*) est pars *BCD* ex brachio utroque constans ; quæ pars cum virgæ extremitate composita, crucis figuram veluti quandam refert.

XIX.

Axis ligneus Anchoræ (*Essieu, ou Jouet de l'Ancre*) componitur ex duobus crassis asseribus ligneis, quorum alter est (*Fig. 3.*) *ABEF*; in quo notare oportet crenam *CD*, quæ capiti *AF* (*Fig. 1.*) virgæ secundum longitudinem pro dimidiâ parte quadrare perfectè debet. In eisdem præterea inseruntur capitis virgæ Anfulæ illæ duæ, quarum una est *n m*. Duo hi asseres virgæ caput crenis suis comprehendentes ita, ut plano per virgam & mucrones pedum anchoræ ducto perpendiculares existant, clavis compacti, arcuèque inter se connexi, ligneum anchoræ Axem (*Fig. 2.*) *GHIK* formant. Hoc ligneo Axe fit; ut, uno anchoræ pede directo sursum, pes alter tendens deorsum fundo infigatur.

XX.

Anchora magna (*Maîtresse Ancre*) ea in qualibet nave dicitur, quæ cæteras navis ejusdem anchoras pondere ac magnitudine superat; adhibeturque dumtaxat, ut periculum aliquod evitetur. Ab Antiquis Sacra Anchora appellabatur.

XXI.

Anchora secunda, quæ aliquanto minor est sacrâ anchorâ, inservit navi in statione retinendæ.

XXII.

Anchora tertia (*Ancre d'Affourche*) magnitudinis minoris quàm secunda, postquam alia jacta fuit, ita jacitur; ut sit prior sit ad dexteram, hæc ad sinistram sit; atque ut utriusque anchoralia, ubi navem intrant, angulum forment.

XXIII.

Anchora quarta, sive lutuosa (*Ancre de Toue, ou Boueuse*) prioribus minor, in aliquâ à navi distantia jacitur; & anchoralis extremitate alterâ ad annulum anchoræ religatâ, alterâ ad ergatam, refertur, ut hujus versatione navis trahatur versus eam partem, quâ Anchorâ tenetur.

XXIV.

Funis index (*Lorin*) is est cujus extremum unum alligatur anchoræ brachiis (aliquando annulo) extremum verò alterum tenetur suberis frusto aut levi alio innatante corpore; ut, si

92 DE PRÆSTABILIORI FIGURA

anchorale ab anchorâ disjungatur, innatantis illius signi indicio anchora possit reperiri.

SCHOLIUM.

Qui attributi sunt quatuor illis generibus anchorarum usus etsi plerumque ejusmodi sint; aliquando tamen (pro re natâ) fit, ut ad eos usus aliud pro alio anchorarum genus adhibeatur.

SECTIO PRIMA.

De variis Anchorarum, præsertim veterum, figuris differitur: concluditurque, ratione & experientiâ ostendi, Bicipites Anchoras cæteris figurâ præstare.

§. I.

De anchorarum inventione prima, & de usus earumdem antiquitate.

NON ut Auctorum Veterum loca congererem; sed ut quidpiam pertinens ad judicium ferendum de Anchoris, quibus nunc utimur, hæc subjeci. Antiquissimi inter profanos Auctores, Homeri Poemata qui de Græco in Latinum vertunt, anchoræ verbum pluries adhibuere: ita legimus (utar versione adhibitâ ab Josua Barnes) ^a *Anchorasque ejecerunt*; & ^b *In alto verò in anchoris stabiliamus*; & ^c *Neque anchoras ejicere*; & ^d *Extra vero anchoras jecerunt*. Græcum autem verbum, ab Homero ad *anchoram* indicandam usurpatum, est *ἐνὶ ἄλκι*, quod propriè *cubile* significaret: & translâtè *anchora* dicta fuit *cubile*, quoniam instrumentum est, quo requiescit navis: utcumque verò de ea voce sit, certum est, antiquissimis illis temporibus instrumenta aliqua, quæ jacerentur ad naves stabiliendas, fuisse in usu.

De primo tamen ejusmodi instrumentorum, sive anchorarum, Inventore non liquet, ut ^e Jo. Schefferus, & nonnulli alii animadvertere. ^f Plinius Tyrrenis inventionem tribuit,

^a *Ilias A.*

^{v.} 436.

^b *Ilias E.*

^{v.} 77.

^c *Odys. I.*

^{v.} 137.

^d *Odys. O.*

^{v.} 497.

^e De Militia Navali. *Lib. 2.*

cap. 5. p. 147.

^f *Lib. 7. cap.*

56. non cap.

ult. ut Schefferus habet.

si veteribus editionibus stemus, legimus enim; ^a *Roftra addidit Pifæus: Tyrrheni anchoram: Eupalamus eamdem bidentem: Anacharfis harpagonas: & manus Pericles.* Sed, Harduinum si sequamur, inventionem Eupalamo adtributam dicemus, cum ille, ^b *Locum vitiofa interpunctione laborantem se sanavisse,* scribat, modo hoc: ^c *Roftra addidit Pifæus Tyrrhenus: anchoram Eupalamus: eamdem bidentem Anacharfis: harpagonas & manus Pericles.* Huic autem interpunctioni facile assentior; Harpagonas enim & manus unius generis instrumenta esse, mihi persuadetur, præsertim à Curtio. ^d *Ferreæ* (hic scribit) quoque manus (*harpagonas vocant*) quas operibus hostium injicerent. Ita conciliatur Plinii narratio cum ^e Strabonis narratione, qui Ephorum scripssisse narrat, *Anacharsidis* (ut Xylander vertit) *esse inventa fomites, ancipitem anchoram, ac rotam figuli.*

^a Aldina editio
Tom. I. p. 171.

^b Plinii Paris.
Editio anni
1723. Tom. I.
p. 432.
^c In citato tom.
p. 418.

^d Lib. 4. c. 9.

^e Lib. 7. Editio
anni 1707.
p. 464.

At Midæ inventionem anchoræ tribuisse Pausanias videtur; cujus locus (ex Amasæi interpretatione) est hic: ^f *Eam urbem (Ancyram) Midas Gordii filius condiderat: & ad meam sanè usque ætatem permanfit anchora ab eo inventa, in Jovis æde.* Nolo quærere num verbum illud *ἀνέδρα* à Pausania adhibitum, quod redditur *adinvenit*, ambiguum sit: tamque significet novum rei modum excogitare, quàm aliquid, puta absconditum, reperire. Non tamen præteribo; ita anchorarum inventionem ad fabulosa tempora referri, cum à Mida Bacchus hospitio susceptus perhibeatur.

^f In Atticis;
five Lib. 1. c. 41

Itaque haud mirum, si Auctores dissenferint in re nimiae antiquitatis tenebris involutâ. Ac ipse quidem inter varios Auctores dissensus certum est vetustatis inventionis indicium. Concludemus igitur, usum anchorarum (fortasse ipsi Navigationi coævum) certè esse longè antiquissimum.

S. II.

De Veterum Anchorarum materiâ.

Nonnulli credidere, ex eo Homeri versu, qui ita vertitur
..... ^g *funemque solverunt à pertuso lapide,* demonstrari posse

^g Odyss. N.
v. 77.

perantiquum anchorarum lapidearum usum. At versu illo res significatur longè diversa: quandoquidem lapides pertusi in portubus *pro palis sive annulis ferreis fuere*: quemadmodum docte animadvertit ^a Berkelius, qui Hesychii ad citatum Homeri locum verba (rem totam facientia) adjicit in Latinum conversa: *consueverunt in portubus perforare lapides, ut iisdem nautæ retinacula adjungant.*

Sed anchoras lapideas à Veteribus fuisse adhibitās, ex Apollonii Rhodii Argonauticis certè discimus. Ab eo enim (de Græco in Latinum Hoelzlino vertente) hæc sunt:

^a In Annotationibus ad Stephanum Byzantinum Editionis ejusdem Steph. anno 1694. pag. 24.

^b Lib. 1. p. 255.

^b *Hic etiam minusculum lapidem, qui pro anchora fuerat, Extractum de consilio Typhi exposuerunt ad fontem, Ad fontem Artacium, aliumque legerunt, qui justioris esset Momenti.*

Et ex Stephani Byzantini opere *de Urbibus* inscripto, ad vocem *Ancyron* (ex laudati Berkeli interpretatione) habemus hæc: *Ancyron, Urbs Ægypti, cujus meminit Alexander Rerum Ægyptiacarum lib. XIII. Ita autem vocata est, quia ibi ex adjacente lapidicina, anchoras lapideas, quibus utebantur, scindebant.* Ex Arriani autem Periplo Ponti Euxini (ut fert Stuckii interpretatio) habentur hæc: ^c *Anchora quoque navis Argûs ibidem (verba fiunt de Urbe Phasi) ostenditur, quæ cum sit ferrea non mihi visa est antiqua; licet magnitudine pariter atque forma nomihil ab anchoris nostrorum temporum differat, tamen videtur esse recentior. Ac ulterius cujusdam lapideæ anchoræ fragmenta pervetusta ibidem visuntur, quæ quidem verisimilius est antiquissimæ illius anchoræ argonauticæ reliquias esse.* Et ex ^d Athenæo (non ^e in nave Philopatoris, ut tradidit Schefferus, sed in descriptione ejus navis Hieronis, quam Archimedes in mare pertraxit) discimus; *quatuor navem Hieronis anchoras habuisse ligneas, ferreas octo.*

^c Arriani *Ar. Tactics*, &c. Ed. an. 1683. pag. 120.

^d *Drupnosoph. Lib. 5. c. 11. Ed. an. 1657. p. 208.*

^e Lib. cit. p. 148.

Addere autem hîc possem, ligneis anchoris inditum adnexusumque fuisse plumbum, aut quodpiam metallum aliud: possem, ex peregrinantium relationibus ostendere, nonnullos etiamnum populos anchoris marmoreis uti: narrare possem,

ab aliquibus corbes saxi oneratas, saccos arenâ repletos, aliaque huiusmodi gravia pro anchoris sive adhibita, sive adhibenda proponi. Sed non vacat persequi hæc; quæ aut meliorum artium defectui, aut alicui profectò necessitati tribuenda esse videntur. Satis erit commonstravisse, temporibus quidem vetustissimis in usu extitisse lapideas anchoras: vetustis tamen etiam temporibus (ut vel ex uno Athenæo, & ex nummis mox proferendis liquere sanè potest) illarum loco, ferreas anchoras à cultioribus populis substitutas, adhibitafque fuisse.

§. III.

De ferrearum veterum Anchorarum, quæ uno tantum dente erant instructæ, figurâ.

Cum Plinius anchorarum inventionem tribuat Eupalamo, deinde verò, eas bidentes redditas fuisse ab Anacharsi, narret, credibile fit, primas illas Eupalami, uno tantum dente fuisse instructas; atque conjicere etiam licet, eas ferro unco similes extitisse. Ad genus autem Anchorarum præditarum unico dente referendæ videntur illæ, de quibus scripsit ^a Pierius Valerianus: nimirum ait ille, Anchoras quasdam fuisse *dentibus in acutum recto ductu mucronatis*: tum vero addit idem Pierius; *quam formam (Fig. 11.) in nummo veteri apud eruditissimum virum Romulum Amasæum vidimus*. Similisque figuræ imagines me quoque vidisse memini; & conjicere licet earumdem partem *ABC*, multo formatam metallo, prægravem (hoc est *pondus anchoræ*) fuisse.

Addam autem, ceu parergon, postremis etiam hisce temporibus fabrefactas fuisse aliquas uno dente anchoras: testemque adhibebo ^b Nicolaum Witsen, cujus verba in Latinum conversa hæc sunt: *Verum quidem est fieri etiam anchoras uno tantum dente instructas, bidentibus leviores, tranquillo tempore adhibendas; sed de hisce, quæ parvi facio, plura non addam*. Hactenus ille. Ego verò de huiusmodi anchoris mentionem injeci, quoniam juvat figuras noscere etiam minùs utiles;

^a Hieroglyphica. Lib. 4. §. 1.
Ed. an. 1628.
p. 483.

^b Aelonde en Hedend. egf. h. Scheeps-Bouw; &c. p. 117.

ut, plenâ veluti comparatione institutâ, figura inde melior
tutius inveniatur.

§. IV.

De ferrearum veterum Bidentium Anchorarum figurâ.

Seleuci I. Nicatoris, cujus in Syria Regni Epocha ad annum 312. ante salutem reparatam refertur, nummos duos (Fig. 4. & 5.)^a Spanhemius dedit: itemque tertium (Fig. 6.) Antiochi I. Soteris, Seleuci I. filii, qui post mortem patris regnare coepit an. ante Chr. 282: quartum item ac quintum (Fig. 7. & 8.) Demetrii II. cognomento Nicatoris, in Syriæ Regno assumti an. ante Chr. 146. At nummum sextum (Fig. 10.)^b Schefferus suppeditavit: idemque anchoræ figuram, ex marmore antiquo depromptam (Fig. 13.) cui similem exhibuit^c Nicolaus Witsen, descriptam ex albo marmore, in quo eam sculptam Romæ viderat (ut scribit) subterraneo in loco. Et ex^d Henrico Norisio septimi (Fig. 12.) qui Hadriani est, nummi exemplum desumsi.

His tunc addi potuissent figuræ depromptæ ex^e Harduini Nummis Antiquis, ex^f Thesauro Brandenburgico, ex Museo Parmensi, ex Thesauro Morelliano, &c. Havercampi, in Livii Familiâ. Plures etiam alias afferre potuissim: at (ne commemorem, non omnibus eadem ratione esse fidendum) satis quidem allatæ sunt instituto nostro. Non tamen ignoro, numismatis ac marmoribus, quantumvis antiquis, nonnihil interdum inesse, quod artificum aut inscitæ, aut *singendi libidini* potius (ut Car. Stephanus aiebat) *quàm veritati respondeat*: vitiis itidem sæpè non carent iis, qui vel delineando, vel incidendo in æs, illorum exempla edunt: nihilo tamen minùs non dubito quin plurimùm luminis, atque bonæ frugis, ex figuris illis possit haberi.

Primum autem animadvertemus, unâ Figurarum earumdem contemplatione apparere perspicuè, ab singulis imaginibus illis anchoras repræsentari, non marmoreas, quæ figuris illis præditæ, figurâ illâ minimè utiles esse potuissent; sed metallicas,

^a De Præstantia & Usu Numismatum. Ed. an. 1706. pag. 405. & 406.

^b De Militia Navali Veterum. p. 149.

^c *Aeloude en Hedendaegsche Scheeps-Bouw.* &c. p. 41.

^d De Epochis Syromacedonum. p. 465.

^e Sec. Editio. p. 17. & 85.

^f Pag. 342.

metallicas, nimirum ferreas, neque enim ex alio metallo flatæ anchoræ à Veteribus commemorantur.

Virgas anchorarum plerasque teretes fuisse ex figuris itidem ipsis conicere possumus. Observabimus tamen (*Fig. 5.*) virgæ, prope brachia, nodum veluti quemdam: & (*Fig. 8.*) in medio virgæ annulare foramen; at, de eo nummo, in quo foramen illud cernitur, Spanhemius scribit: ^a *accedit* ^a *Loco citato.*
Demetrii II. seu Nicatoris adductus in Historia Regum Syriæ, cum anchora itidem in aversa ejus parte, nummus; in ^b *Historia* ^b *Seleucidarum Imperium, sive Historia, &c. Ed. an. 1682, pag. 271.*
 tamen *Regum Syriæ* edita ab Joan. Foy-Vaillant (*vide Figuram 9*) foramen illud non apparet, sed nodus potius, vel globus (*B*) eâ figurâ referri videtur: De illâ autem virgæ parte mihi propterea non reticendum putavi, quod illius sive foraminis, sive nodi, usus fortasse aliquis esse potuerit. Demum addam, videri, virgam postremæ Figuræ (*Fig. 13.*) planis faciebus fuisse formatam.

Foramina autem (aut annulos) in quæ inducerentur anchoralia ut alligaretur, ad virgarum capita videre est: si excipias Figuras 5 & 6, in quibus desunt, vel operariorum, qui imagines formaverunt, incuriâ, vel fortasse quod in nonnullarum anchorarum usu anchoralia ligneis earundem axibus religarentur.

Brachiis autem binis anchoræ illæ omnes instructæ sunt (sunt nimirum bidentes). In aliis autem singula brachia habent singula flexus puncta, & quodammodo figuram æmulantur arcuum, quibus emittuntur sagittæ: in aliis (*præsertim Fig. 7. & 10.*) unicâ præditæ sunt curvaturâ, non secus ac hisce temporibus fieri consuevit. In imaginibus tamen illis curvaturæ cernuntur paulò majores, quàm nunc fiant: sed putandum non est, eas curvaturas ab imaginum earundem artificibus fuisse ad unguem (ut aiunt) effectas.

Pedes anchorarum valde similes iis, qui nunc in usu sunt, aliquibus anchoris olim additos fuisse, pro certo habeo. Idque jam supra nominatus ^c *Pierius Valerianus* eleganter expresserat ita: *animadvertendum est, anchoram, quæ in nummo Titi habetur, extrema dentium in vomeris speciem dilatare, cujusmodi* ^c *Loco citato.*

98 DE PRÆSTABILIORI FIGURA

Figuram Aldus nosfer imitatus est in omnibus quos impressit Libris; in horum autem frontibus (jam ante ducentos & triginta circiter annos formatæ) imagines anchorarum, pedibus bellè instructarum, cernuntur. Ita etiam observari queunt in aliquibus ex iis (*Fig. 7. & 10.*) quos attuli, nummis. In nonnullis etiam aliis anchoras pedibus ornatas me vidisse meminì : cujusmodi est (causâ exempli) Gordiani nummus, quem ex ^a Farnesiano Museo protulit Paulus Pedrusius.

^a I *Cæsari*
in argento.
Tomo quarto,
Tavola VI.
Fig. 11.

^b Loco cit.

Axibus item ligneis armatas fuisse multas antiquas anchoras, planè existimo : quamvis ^b Joan. Schefferus videatur de illis dubitasse : cum ita scribat : *Observa anchoras, nullis in transversum lignis, sicut hodie consuevit, vulgo apud Veteres inveniri instructas, sive pictorum incuriâ, seu, quod magis credo, quoniam in usu non fuerunt* : quatuor tamen deinde recenset nummos, in quibus quid iis (lignis in transversum) simile apparere affirmat. Quibus nummis quatuor alii addi queunt (*Fig. 6. 7. 8. 12.*) à nobis exhibiti ; unde facile species illæ, minimè obscuræ, ligneorum (nisi quis malet eas partes ferreas credere) axium haud leve argumentum ipsâ multitudine efficiant. Sed in duobus (*Fig. 4. & 5.*) Seleuci I. nummis axium, qui lignei reputandi sunt, imagines perspicuè magis apparent ; ex quibus sanè dubitationes tolli quodammodo posse videantur.

Ad anchoræ partis recurvæ medium (*Fig. 13.*) apparet foramen *A*, sive annulus quidam ; & ei fermè similia foramina etiam in duorum (*Fig. 6. & 12.*) nummorum anchoris conspiciuntur. Eis, credibile est, indita fuisse extrema vel funium indicum (si illis temporibus adhibebantur) vel fortiorum funium ad anchoras vellendas, tollendasque.

Itaque ferrearum anchorarum veterum (vel ante nostram Æram vulgarem utiliter adhibitarum) figuras respiciendo ; eas virgis, foraminibus aut annulis, brachiis, pedibus & axibus ligneis præditas, satis similes fuisse iis, quæ nunc sunt in usu, concludemus.

§. V.

De figurâ Anchorarum ornatarum dentibus tribus.

Anchoræ (ut ita dicam) tridentis exemplum habetur in effigie longæ navis Venetæ (cujus proram cum Anchora in Figura 14. videre est) picta in Concilio Florentino, Romæ edito à D. Justiniani, pag. 382; ut Jo. Harduinus refert, qui ad suas in ^a Plinium annotationes figuram ipsam adjecit. Illud tamen in hujuscemodi Anchoris incommodum maximè foret, quod cum duo dentes (ut quidem contingeret sæpissimè) fundum morderent, uterque esset admodum obliquus; & polleret vi minore, quàm si unus dens ad perpendicularum in fundum immergeretur.

^a Tom. 1.
p. 413. Sec.
Edit.

At si tridentium Anchorarum usus esset inducendus, facile proponerem videri mihi, ad addendum bidentibus anchoris brachium unum posse cogitationem converti: eâ tamen ratione; ut, si linea consueta brachiorum esset (Fig. 15.) *ZeB*, duorum brachiorum linæ *De*, *Ge*, cum *Ze*, singulæ comprehenderent angulum graduum 15; quare totus angulus *DeG* graduum 30 esset: & duo anguli *DeB*, *GeB*, gradus 15 singuli æquarent. Ita pedes anchoræ subjectum fundum mordere faciliùs inciperent: immersa (ut sæpe contingeret) duo brachia *DC*, *GS*, fortiùs resisterent: immersum brachium *BC* validiùs teneret ob pressionem duplicati ponderis brachiorum *DC*, *GS*: difficiliùs duo hæc brachia ingrederentur saxei fundi maris foraminula & cavernulas, à quibus avelli non possunt brachia semel immersa.

Contra tamen, si alterutrum ex brachiis *DC*, *GS*, impedimentum offenderet; inde fieret, ut neque conjugatum alterum satis immergeretur: si pes *B* fortiùs mordere inciperet; inde rotatio brachiorum *DC*, *GS*, esset difficilior. Sed hæc indicavisse sufficiet.

§. VI.

De Anchoris quadruplici dente instructis.

Quemadmodum diximus de anchoris, quæ ornatae sunt dentibus tribus, ita quoque de iis, quæ dentibus quatuor sunt præditæ, dicendum est: nempe duorum dentium immersionem sine insigni eorumdem obliquitate obtineri non posse. Si enim fingamus duo plana transire per huiusmodi Anchorarum virgæ axem, perque earumdem pedes, plana hæc se ad angulos rectos secabunt: quamobrem lineis (*Fig. 16.*) *AB, AC*, rectum angulum comprehendentibus positio duorum dentium, sive brachiorum, potest representari: atque adeò, si linea *BC* sit fundo parallela, mensura immersionis erit perpendicularis *AD*, non longitudo brachii *AB*, aut *AC*: Ex huiusce autem lineæ, brevioris quidem brachiis, consideratione, vis minor brachiorum eorumdem cognosci facile potest.

Itaque, etsi earumdem Anchorarum usus aliquis sit trimembris stabiliendis, plura tamen de iisdem non addemus; præsertim verò quia præcipuæ illarum proprietates (si superius indicata animadvertantur diligenter) cognosci poterunt vel ex iis, quæ de bidentibus anchoris dicere institimus.

Hoc unum addemus, posse quatuor brachia componi bina & bina non secus ac duo (*Fig. 15.*) illa *eD, eG*, de quibus in superiore Articulo dictum est. Ut si, quemadmodum duo brachia constituta sunt circa lineam *eZ*, eadem prorsus ratione duo alia circa lineam *eB* constituerentur, quæ comprehenderent angulum æqualem angulo *DeG*, ut in articulo superiore explicavimus. Huiusmodi Anchora ad genus Bicipitum quodammodo posset revocari. Omnibus tamen omnino incommotis non careret. Sed hæc in præsentia fufius persequi non vacat.

S. VII.

*Ratione & experienciâ ostendi videtur, Bicipites Anchoras
cæteris figurâ præstare.*

NEmini dubium crediderim, eò præstantiores anchoras reputandas, quò solidiùs eadem cum fundo, in quem jactæ sunt, cohæreant.

Cohæsiõ autem oritur vel ex solâ gravitate & asperitate unius corporis alteri superimpositi (unde etiam fiunt attritus aut fricções) & talis habenda esset cohæsiõ, si corpus aliquod, aquâ gravius, super saxum fundum maris jactum, & alligatum anchorali, detinendæ navi destinaretur; vel oritur cohæsiõ ex immersione & implicatione partium corporis unius in cavitates corporis alterius, unde fiat ut alterum hoc corpus motui illius resistat, atque aded illud, ita impeditum, cum hoc cohæreat: & talis cohæsiõ nascetur cum ad naves retinendas figetur corpus aliquod penetrans maris fundum, qui ejus motui obsistet. Porro & per se, & dilucidè apparet, secundam hanc cohæsiõis speciem tum potentiorem, tum Anchoris magis propriam esse: quemadmodum vel ipsa natura docuisse videtur inditâ cancris sagacitate; qui, cum tempestates desæviunt, ut à fluctuum impetu se tueantur, pedes in subiectum fundum maris immergunt, corporisque gravitate infixis pedibus incumbentes, uncinatis unguibus se se stabiliunt.

Igitur Anchoræ præditæ sint oportet eâ figurâ, quâ fiat, ut valenter penetrent maris fundum, atque ut ipsius fundi resistantiam maximam ferre debeant. Ad penetrandum autem nil melius acuto dente, & ad resistantiam fundi offendendam nil melius plano Anchorarum pede excogitari posse videtur. Hinc fit, ut unam aut alteram novam figuram, menti meæ obversantem, exponere prætermittam; non enim uni novitati, sed præstantiori utilitati est velificandum.

Nunc autem numerum dentium aptiorem definire oportet. Sed jam vidimus, Anchoras vel uno, vel tribus, vel quatuor

dentibus instructas, iis incommodis esse obnoxias, quibus bidentes Anchoræ minimè sunt. Plures verò, quàm quatuor, dentes si esse deberent (quæfivi enim quid contingeret, si quinque vel sex dentibus Anchora ornaretur) nova incommoda tum in fabricatione tum in usu offenderentur. Bidentes ergo Anchoræ præstabunt.

Ac quidem si rerum antiquarum scrutationem persequemur, perspicuè quidem videbimus, in navium antennis, in malis, in velis, in remorum seu desuetudine, seu varia dispositione, in gubernaculis, atque in nonnullis etiam aliis navium instrumentis, pro varietate temporum, ita varias inductas fuisse mutationes; ut illiusmodi instrumenta nunc formam habeant ab antiquis illis longè diversam, neque nunc simili veteris illius ratione tractentur: sed tamen (quod diligenti animadversione dignum oppido est) in anchorarum figuris usibusque, ejusmodi variationes haudquaquam observabimus.

Quamobrem bicipites anchoræ illæ antiquis inventæ temporibus, diuturnaque experientiâ probatæ, facile nobis ostendunt quænam sit ea anchorarum figura, quæ diligenter si perficiatur, possit præstantissima Anchorarum figura reputari.

Antequam tamen figuræ illius perfectionem persequor, juvabit nonnulla præmittere, fini nostro conducentia, ex quibus sequens Sectio componetur.



SECTIO SECUNDA.

Explicatur quæ ad figuræ anchorarum perfectionem constituenda sunt de regulis ponderum earumdem, de naturâ resistantiæ fundi maris, & de vi quâ naves retinentur, nec non de anchoræ partium proportionem.

S. I.

Pro Figurâ & magnitudinibus Anchorarum exponuntur placita quædam de ponderum earumdem ratione, usui futura.

SI paulò diligentius animadvertatur quid Anchoræ præstare debeant, statim profectò, multam gravitatis vim eisdem, ut figantur, ut fundo adhærescant (quamvis inde paulò difficilius tractentur) perutilem esse, comperietur. Itaque nunc in antecessum ponam, ceu rationi omnino consentaneum, in anchorarum majoris momenti determinandis ponderibus, regulas, quibus augeantur pondera sequendas esse potius, quàm eas, quibus imminuerentur.

De ponderibus autem ipsis antequàm dico, animadvertere præstat, ab Auctoribus, qui Anchorarum pondera exhibitis librarum numeris definiunt, quantitatem tamen ponderis convenientis uni libræ ab iisdem adhibitæ, minimè fieri notam. Ego verò è re meâ esse existimo admonere, libras in supputationibus meis indicatas ejusmodi esse, ut parallelepipedum ex duro ferro, æquale cubicis pollicibus (Pedem Regium Parisiensem adhibeo) centum & sexdecim, libras quadraginta duas ac tres uncias pependerit.

Sed accedam ad rem ipsam. ^a Nicolaus Witsen ad rationem ponderum anchorarum definiendam primùm constituit, inveniendum esse numerum pollicum crassitie virgæ anchoræ prope crucem: duplum autem numeri hujusce auctum unitate

^a In Libro aliâ citato. p. 171

104 DE PRÆSTABILIORI FIGURA

(at infra libras 1000 auctum binario) exhibere numerum pedum, qui longitudini virgæ sint tribuendi: tum verò productum ex eodem numero pollicum crassitie & ex numero 3 ductum in 100 dare numerum librarum ponderis, quod anchoræ illi conveniet. Utitur exemplo anchoræ, cujus crassities sit pollicum 6, hujus numeri duplum est 12, additâ unitate prodit 13, pro virgæ longitudine: crassitie eundem numerum 6 ducit in numerum 3, procreatoque 18, hujus singulis unitatibus libras 100 ponderis assignat: itaque invenit libras 1800 pondo esse oportere anchoram, cujus virgæ longitudo pedum 13. Deinde infra quingentarum librarum pondus, sumit triplum numeri pollicum crassitie ad definiendum numerum pedum longitudinis virgæ; & cuilibet unitati, contentæ numero pedum virgæ dimidiæ, attribuit centum itidem libras: adhibetque exemplum anchoræ, cujus crassities pollicum $2\frac{1}{2}$, virgæ longitudo pedum $7\frac{1}{2}$: quare hujus dimidia pars dat pedes $3\frac{3}{4}$; quorum cuilibet tribuendo libras 100, invenit librarum 375 gravitatem anchoræ, cujus virgæ longitudo pedum $7\frac{1}{2}$. Præcepta hæc etiam ^a alibi indicata inveni.

^b Art de bâtir
des Vaisseaux.
Tom. I. Par. I.
pag. 45.

^b Wissen;
pag. 118.

Post hæc subjecit Tabellam A, cui hunc præfixit titulum: *Brevis descriptio longitudinis, crassitie, & ponderis Anchorarum.*

^b Tum ait, navi longæ pedes centum convenire posse anchoram, quæ pondo sit librarum mille; subditque Tabellam B, ita inscriptam: *De longitudine, crassitie & pondere Anchorarum*, ut sequitur.

Quamvis autem suorum præceptorum nullam auctor afferat causam, & duæ illæ Tabellæ (typographicis etiam erroribus alicubi vitiatæ) neque satis inter se, neque satis cum traditis præceptis consentientes videantur; attamen propter peritiam & doctrinam Auctoris ejusdem, ac propter summam exemplarium Libri illius raritatem, hæc prætermittenda non putavi: præsertim cum rebus hisce lumen aliquod asferre queant.

A

B

Longitudo.	Craſſities.	Pondus.	Pondus.	Longitudo.	Craſſities Anchoralis (nimirum circumferentia).	Craſſities circini (ut puto ad crucem) Anchoræ.
<i>Pedes.</i>	<i>Digit.</i>	<i>Libra.</i>	<i>Libra.</i>	<i>Pedes.</i>	<i>Digit.</i>	<i>Digit.</i>
5	1 $\frac{1}{2}$	100	100	5 $\frac{1}{2}$	7	1 $\frac{1}{2}$
6	2	200	200	6	7 $\frac{1}{2}$	2
7	2 $\frac{1}{2}$	300	300	6 $\frac{1}{2}$	8	2 $\frac{1}{4}$
8	2 $\frac{1}{2}$	400	400	7	8 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$
9	2 $\frac{3}{4}$	500	500	7 $\frac{1}{2}$	9	2 $\frac{3}{4}$
9 $\frac{1}{2}$	3	600	600	8	10	3
10	3 $\frac{1}{8}$	700	700	8 $\frac{1}{2}$	11	3 $\frac{1}{4}$
10 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{4}$	800	800	9	12	3 $\frac{1}{2}$
10 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{1}{2}$	900	900	9 $\frac{1}{2}$	13	3 $\frac{3}{4}$
10 $\frac{3}{4}$	3 $\frac{3}{4}$	1000	1000	10	14	4
11	4	1100	1100	10 $\frac{1}{2}$	15	4 $\frac{1}{2}$
11 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	1200	1200	11	15 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{3}{4}$
11 $\frac{1}{4}$	4 $\frac{1}{2}$	1300	1300	11 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	5
11 $\frac{3}{4}$	4 $\frac{3}{4}$	1400	1400	11 $\frac{3}{4}$	17	5 $\frac{1}{4}$
12	5	1500	1500	11 $\frac{3}{4}$	17 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$
12 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	1600	1600	12	17 $\frac{3}{4}$	5 $\frac{3}{4}$
12 $\frac{3}{4}$	5 $\frac{3}{4}$	1700	1700	12 $\frac{1}{2}$	18	5 $\frac{3}{4}$
13	6	1800	1800	13	18 $\frac{1}{2}$	6
13 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	1900	1900	13 $\frac{1}{2}$	19	6 $\frac{1}{2}$
13 $\frac{1}{4}$	6 $\frac{1}{4}$	2000	2000	13 $\frac{3}{4}$	20	6 $\frac{1}{4}$

Aliam, quam duo eruditi Auctores ex Scriptoris Belgæ opere deſumſerunt ^a Tabellam C, huc quoque ex eorumdem ^b Libris transferre non inutile duxi: cujus Tabellæ numerorum compositio quamvis explicata non ſit; inventu tamen facillima eſt. Perſpicuum enim ſit, eâ in Tabellâ, ex cujuſcumque latitudinis navis duabus partibus quintis effici anchorarum longitudines; hiſce autem adhibitis tamquam radicibus, cubos formari exhibentes anchorarum pondera.

Prix 1737.

O

^a Vide Tabellam C ad pagin. ſequent.

^b Dictionnaire de Marine, p. 29. L'Art de bâtir les Vaiſſeaux. Tom. I. Par. II. pag. 20.

106 DE PRÆSTABILIORI FIGURA
C

Latitudo Navis.	Longitudo Anchoræ.	Pondus Anchoræ.	Anchorarum circumferentia.	Anchorarum pondera.	Latitudo Navis.	Longitudo Anchoræ.	Pondus Anchoræ.	Anchorarum circumferentia.	Anchorarum pondera.
Peder.	Peder.	Libra.	Pollices.	Libra.	Peder.	Peder.	Libra.	Pollices.	Libra.
8	3 $\frac{1}{2}$	33	4	308	27	10 $\frac{2}{3}$	1259		
9	3 $\frac{3}{4}$	47			28	11 $\frac{1}{2}$	1405	14	3808
10	4	64	5	484	29	11 $\frac{3}{4}$	1562		
11	4 $\frac{1}{2}$	84			30	12	1728	15	4372
12	4 $\frac{3}{4}$	110	6	696	31	12 $\frac{1}{2}$	1906		
13	5 $\frac{1}{2}$	140			32	12 $\frac{3}{4}$	2097	16	4976
14	5 $\frac{3}{4}$	175	7	952	33	13 $\frac{1}{2}$	2309		
15	6	216			34	13 $\frac{3}{4}$	2515	17	5616
16	6 $\frac{1}{2}$	262	8	1244	35	14	2742		
17	6 $\frac{3}{4}$	314			36	14 $\frac{1}{2}$	2986	18	6296
18	7 $\frac{1}{2}$	373	9	1572	37	14 $\frac{3}{4}$	3242		
19	7 $\frac{3}{4}$	439			38	15 $\frac{1}{2}$	3512	19	7016
20	8	512	10	1940	39	15 $\frac{3}{4}$	3796		
21	8 $\frac{1}{2}$	592			40	16	4096	20	7772
22	8 $\frac{3}{4}$	681	11	2392	41	16 $\frac{1}{2}$	4426		
23	9 $\frac{1}{2}$	778			42	16 $\frac{3}{4}$	4742	21	8576
24	9 $\frac{3}{4}$	884	12	2796	43	17 $\frac{1}{2}$	5088		
25	10	1000			44	17 $\frac{3}{4}$	5451	22	9408
26	10 $\frac{1}{2}$	1124	13	3284	45	18	5832		

Si navis latitudo dicatur n , erit huic respondens anchoræ longitudo $\frac{2n}{5}$, & numerus librarum ponderis anchoræ erit $\frac{2n^3}{5}$.

Itaque anchorarum pondera erunt in triplicata longitudinum earundem ratione: &, cum etiam similes solidæ figuræ in triplicatâ laterum homologorum ratione sint, proclive est intelligere; eâ Tabellæ regulâ adhibitâ, anchoras tamquam similes figuras posse considerari. Hinc verò num præstans enascatur anchorarum constitutio, proximè sequente articulo expendemus.

§. II.

Quid desideretur in Regulâ enascente ex superioris Articuli (I.) Tabellâ C, pro Anchoris figurâ similibus, magnitudine inæqualibus, explicatur.

Sint duæ, ex congeneri ferro fabrefactæ Anchoræ (*Fig. 17.*) *NBCD* major, & *nbcd* minor, figurâ similes; quamobrem etiam fiet, ut earumdem pondera sint in triplicatâ ratione laterum (puta *EN, en*) homologorum, hoc est, in eâdem illâ ratione, quæ in ipsâ Tabellâ *C* constituitur: quamobrem anchorarum *NBCD, nbcd* erunt proportionales secundum Tabellæ præcepta; atque poterunt, ut ad eandem spectantes, considerari. Anchorarum autem earumdem brachiorum partes *ZSD, zsd* prorsus similes, ita sint foraminibus, aut cavernulis faxei fundi maris infixæ atque inhærentes, ut è loco diverti non possint.

Nunc quærere oportet anchorarum illarum resistentias in similibus partibus; puta in basibus *IET, & iet*; quibus in partibus virgæ anchorarum ex suis crucibus prodeunt. Cum autem nuperis temporibus in *Resistentiarum Solidorum* doctrinâ, magnâ cum laude, versati sint ^a Mariotus, ^b Varignonius, ^c Musschenbroekius, profecto juvabit, jam recepta de Solidorum Resistentiâ adhibere Theoremata. Præterea verò nonnullis utar hypothesebus, sive postulatis, quæ subjeci.

I. Varii esse possunt anguli *ENV, enu* directionum virium: exempli gratiâ, vires *V & u* ita applicatæ esse possent, ut sursum traherent; quare fieret, ut virgarum pondera opponerentur viribus illis. Præstat tamen observare, à nobis expendendas tantum esse eas virium trahentium positiones, quibus vires trahentes conspirant cum ponderum viribus: si enim anchorarum resistentias æstimare debemus, quid contingat cum adversus ipsas agunt vires utræque est quærendum.

II. Quamvis autem parallelepipedâ *EN, en* horizontalia non sint, neque vires *V & u* ad perpendicularum applicatæ;

O ij

^a Traité du Mouvement des Eaux. V. *Paris. II. Diss. cours.*

^b Mémoires de l'Acad. des Sc. an. 1702, pag. 66.

^c Dissertationes Physicæ Experimentales. pag. 552. §. Valet hæc, &c. p. 528,

quoniam tamen anguli *NEH*, *neh* inclinationum axium parallelepipedorum ad planum horizontale *Hh*, & anguli *ENV*, *enu* applicationum virium, ponuntur æquales; idcirco etiam pono, easdem resistantiæ solidorum regulas posse adhiberi, quæ adhiberentur, si horizontalia parallelepipeda essent, viresque trahentes ad perpendicularum applicatæ. Quod facile posset quoque demonstrari.

III. Tum vero, ut liceat considerare solidum *NIET*, vel *niet*, tanquam basis quadratæ parallelepipedum, postulo: hujusmodi enim figure proprietates collatæ cum proprietatibus figure virgæ anchoræ, in re propositâ perfacile quidem reddunt ipsum postulatum.

IV. Peto etiam, ut concedatur, vires *V* & *u*, quibus cum naves agitantur, trahuntur virgarum extremitates *N* & *n*, posse reputari esse inter se ut quadrata axium *EN*, *en*: sive ut quadrata latitudinum navium (quandoquidem, ut in propositâ Tabellâ videre est, Longitudines anchorarum constituuntur Latitudinibus navium proportionales.) Porro, si navium motarum vires, seu quæ ex hisce sæpè proficiscuntur propositæ trahentes vires, reputentur esse proportionales ponderibus, quæ ferre queunt naves ipsæ, perspicuè inde ratio propositarum virium agentium comperietur non solum æquare, sed etiam excedere rationem quadratorum axium anchorarum. Causâ exempli; navis cujus carinæ longitudo pedum 110, latitudo pedum 40, æstimatur ferre dolia 1100; navis, cujus carinæ longitudo pedum 120, latitudo pedum 44, æstimatur ferre dolia 1400 (navium ipsarum pondera latis ponderibus proportionalia ferè sunt) latitudinum illarum quadrata exhibentur numeris 1600 & 1936; horum autem numerorum ratio est minor ratione inter numeros 1100, & 1400 intercedente: atque hoc idem plurimis aliis exemplis posset ostendi. Tutò igitur, dum propositæ Tabellæ constitutionem expendimus, liceat ponere, rationem virium trahentium extremitates virgarum *EN*, *en*, eandem esse, ac est ratio quadratorum axium ipsarum *EN*, *en*; sive ratio quadratorum linearum *IT*, *it* axibus ipsis proportio-

nalium; five ratio basium virgarum earumdem. Propter hæc itaque jam licet ponere rationem virium V , u trahentium extremitates EN , en , eandem esse, ac est ratio basium virgarum; & licet etiam pro viribus illis bases ipsas in constantem quantitatem aliquam ductas assumere.

Ponendo hæc, ponendo inæqualium Anchorarum partes similes inter se esse, & prætermittendo gravitatis considerationem; erunt, causâ exempli, basium IET , *iet* resistentiæ in eadem ratione, in quâ ipsæ bases: sed in eadem ratione posuimus potentias V & u applicatas ad N & n : igitur resistentiæ in eadem ac trahentes potentiæ ratione erunt; & quod consequetur basis IET resistet modo eodem ac basis *iet*. Quamobrem anchorarum similium proportio (quæ proportio in Tabellâ C servatur) ubi gravitas non consideretur, rectè erit instituta: quandoquidem unius ejusdemque resistentiæ anchoras nobis suppeditabit.

At gravitatis consideratio cum prætermitti non possit, facile sequitur, ut, gravitatis consideratione non prætermittâ, proportio illa haud rectè instituta comperiatur. Porro si ponamus, virgæ EN pondus esse P , & ex ejus virgæ gravitatis centro X pendere; virgæ autem en pondus esse p itidem pendens ex ejus gravitatis centro x ; erit momentum gravitatis trahentis virgam EN ad momentum gravitatis trahentis virgam en , ut factum ab EX in P , ad factum ab ex in p : sed factum illud multo majus est hoc (nam & EX major quàm ex ; & P major quàm p) igitur ab vi gravitatis virga EN majoris anchoræ trahetur multo magis, quàm anchoræ minoris virga en . Quapropter, gravitatis habitâ ratione, resistentia illius minor resistentiâ hujus planè debet reputari. Ergo, si anchoræ, magnitudine diversæ figurâ similes essent; hoc est, anchorarum tum pondera, tum cubi longitudinum, virgarum, obtinerent rationem eandem (quemadmodum Tabellæ C numeri ferunt) anchoræ majores præditæ essent resistentiâ infirmiore, quàm anchoræ minores: quod mininè probandum esse videtur.

§. III.

Figuræ anchorarum, & vis gravitatis, habita ratione, constituuntur regulæ ponderum Anchorarum.

HAud levis momenti est ad utilem anchorarum constitutionem, rationis ponderum earumdem investigatio. Hypotheses autem sive postulata I, II, III, IV, quæ superiore in articulo regeffi, hoc quoque in articulo usui esse intelligantur. Præterea verò animadvertere præstabit, ex postremâ Articuli ejusdem parte duo liquere satis posse; quorum primum est, in ponderibus anchorarum determinandis, id sedulo esse curandum, ut anchoras magnitudinis cujuscumque præditas resistentiis iisdem, aut saltem non admodum diversis, habere possimus: alterum verò est, habendam esse rationem non modò virium applicatarum, sed etiam virium gravitatis in resistentiis iisdem æstimandis.

Ut rem clariùs explicemus, fingamus ex virgæ (*Fig. 17.*) *ietn* centro gravitatis x pendere pondus P æquale gravitati virgæ ipsius, quod pondus poni poterit $= \overline{it}^2 \times en$, eritque gravitatis momentum $= \overline{it} \times en \times \frac{1}{2} en$; itidemque ex centro gravitatis X pendere pondus P æquans gravitatem virgæ *IETN*, & id pondus poterit constitui $= \overline{IT}^2 \times EN$, ac erit gravitatis momentum $= \overline{IT} \times EN \times \frac{1}{2} EN$. Oportet autem ex datis longitudinibus en , EN , & basis diametro it invenire majoris basis diametrum IT . Sint $en = c$, $EN = b$, $it = e$, $IT = y$. Erit ergo virgæ *ietn* gravitatis habentis momentum $= \frac{1}{2} cce$. Et (ut fert postulatam IV, superioris Articuli) positâ z pro constanti quantitate bases multiplicante, erit potentia u momentum $= cze$: ac virgæ *IETN* momentum trahentis gravitatis $= \frac{1}{2} bby$, & vis V momentum $= bz y$. Quoniam vero parallelepipedorum quadratæ basis sunt coherentiæ proportionales cubis diameterum basium; erit virgæ minoris coherentia e^3 , virgæ majoris erit y^3 . Sed ut resistentiæ virgæ utriusque reputari possint

æquales, necesse est cohærentiam basis minoris ad vires eam trahentes habere rationem eandem ac cohærentia basis majoris ad vires hanc trahentes: igitur hujusmodi constituenda est analogia: $e^3 : y^3 :: \frac{1}{2} cce + cze : \frac{1}{2} bby + bzy$: unde prodit æquatio $\frac{1}{2} ccy + czy = \frac{1}{2} bbe + bez$; & $\frac{\frac{1}{2} bbe + bez}{\frac{1}{2} cc + cz} = y$.

Ad hæc addam poni à me, rationem ponderis virgæ *NIET* ad pondus reliquæ anchoræ partis *BCDTIB* eandem esse oportere, quæ inter 11 & 9 intercedit (posito integræ anchoræ pondere = 20) hanc enim rationem aptè membrorum illorum figuræ atque soliditati respondere inveni.

Nunc transeo ad usum inventæ illius æquationis. Pro primâ autem minore anchorâ in supputationibus constanter adhibendâ, illam assumam, cujus virgæ longitudo pedum 5, hoc est pollicum 60 (longitudines enim numeris pollicum designo) diameter basis virgæ pollicum 2, itaque erit $e = 2$, $c = 60$, $\frac{1}{2} cc = 1800$. Ut verò numerum quantitatis z convenientem reperirem; ante omnia id animadverti, quod recte sapienterque docuit olim Galileus; nimirum neque artem, neque naturam ipsam, ad vastitatem immensam machinas suas adducere posse; remque illustravit, & quodammodo ante oculos posuit, exhibitâ imagine humani ossis, cujus tripla longitudo enormem (secundum resistentiæ solidorum theoremata) crassitiem requireret. Similibusque profectò enormitas crassitiei (secundum illa eadem theoremata) in anchoris enasceretur, si longitudo virgarum ad magnitudinem ingentem essent adducendæ. Idcirco tanquam minimam proposui mihi longitudinem virgæ pedum quinque, & tanquam maximam longitudinem pedum viginti: quamvis hæc nimia facile esset, si ad usum respiceretur, nam incommoda nimis foret huic rectè conveniens moles.

Ad regulam tamen constituendam, spectavi longitudinem hanc (præstabat enim eas adhibere mensuras, quibus positæ, pondera Anchorarum magis crescerent quàm longitudinum virgarum cubi). Sed spectavi etiam figuras atque longitudines

112 DE PRÆSTABILIORI FIGURA

nonnullarum anchorarum, quas commendaverat usus; præterea verò eas quoque attendi rationes, quas pro melioribus anchorarum proportionibus mihi ante oculos constitueram. Itaque diametrum basis virgæ, pedum viginti longitudinem habentis, constitui pollicum novem: quoniam in æquatione $\frac{\frac{1}{2}bbe + be\tau}{\frac{1}{2}cc + c\tau} = y$, posito $y = 9$ inveni circiter $700 = \tau$.

Igitur, assumtis, pro constantibus, numeris $2 = e$; $60 = c$, $700 = \tau$, proposita æquatio transmutatur in hanc $\frac{bb + 14006}{43800} = y$. Porro, si quantitatis $\frac{bb + 14006}{43800}$ quadratum fiat, hoc exhibet virgæ basim; ex hac vero ductâ in b habetur virgæ soliditas numero cubicorum pollicum designata; hac ductâ in numerum 21, & divisâ per 58 (ob jam dicta in Art. 6, de librarum, quibus utimur, ratione ad cubicos ferreos pollices) iterumque ductâ in numerum 20, ac divisâ per 11 (ut fert quod paulò supra animadvertimus de anchoræ partium ratione) habetur

$\frac{b^5 + 2800b^4 + 1960000b^3}{2914201714}$ pro formulâ, quâ anchorarum pondera, non tamen ultra virgæ longitudinem pedum viginti, inveniatur; substituto, loco b , numero pollicum longitudinis virgæ anchoræ quæsita.

Adhibita autem regulâ, quibus augetur anchorarum pondus, atque resistentia, ita rationi consentaneæ esse videntur, ut etiam numeri propositâ formulâ inventi, utiliores esse posse videantur. Ex iis verò concinnatam Tabellam D adjeci.

D

Virgæ Longi- tudo.	Virgæ Longi- tudo.	Anchoræ Pondus.
Pedes.	Pollices.	Libras.
5	60	158
6	72	278
7	84	447
8	96	679
9	108	983
10	120	1370
11	132	1852
12	144	2442
13	156	3123
14	168	4000
15	180	4995
16	192	6156
17	204	7598
18	216	9030
19	228	10780
20	240	12758

§. IV.

§. IV.

*De fundo Maris, ejusque resistentiâ figuris pedum
Anchorarum haud dissimilibus.*

PRætermissis stratorum fundi maris dispositionibus variis, prætermissis plantis, prætermissis metallicis rebus, atque similibus aliis, quæ in fundo maris visuntur (cæteroquin sanè miris, neque carentibus analogiâ aliquâ cum rebus in terræ visceribus superficieque procreatis) sufficiet instituto nostro materiam, quæ in variis fundi Maris partibus esse cognoscitur, ad genera quinque revocare. Primum genus arena est: multis enim in locis fundi maris sunt arenæ, nimirum immensæ quædam veluti planities, aut aggestiones, tenuis illius notissimi pulveris. Secundum genus est sabulum: cum fundum alibi ex sabulo formetur, cujus particulæ particulis arenæ sunt crassiores. Genus tertium est limus: terra autem in coenum ab aquis conversa, commixtæque tenues materiæ aliæ, quæ non desunt in mari, fundum limosum efficiunt. Quartum genus creta est seu argilla: cum fundus aliquis ex terra tenaciore, quæ ab aquæ superincumbentis humiditate in lutum non vertitur, constat. Demum genus quintum lapis est: variis enim in locis lapidea montium dorfa, dum producta magis magisque declivia & humilia fiunt, marinas subeunt aquas formantque maris fundum. Sed tamen etiam longè à littoribus loca saxea reperiuntur; hujusmodi autem *fundi alicubi rupibus asperi, alibi in præcipitiâ declives* sunt; necnon alibi cavitatibus & cavernulis quodammodo pertusi.

Quod attinet ad postremum hoc genus; manifestum est in saxa anchorarum brachia penetrare non posse; possunt tamen à saxorum asperitatibus detineri, possunt in saxorum cavitates & cavernulas inferi; id autem ubi contingit, periculum est, ut inde anchoræ avelli & tolli nequeant, vel ut diffingantur, aut torqueantur & depraventur. Arena vero & sabulum majoris alicubi, alicubi minoris sunt resistentiæ, prout magis minusve compulsæ & densatæ fluctibus fuerint;

114 DE PRÆSTABILIORI FIGURA

ita etiam, pro variâ limi & cretæ naturâ, limosa & cretacea loca sunt variè tenacia. Nos resistentiæ fundi maris æstima-
mandæ rationem aliquam quæsituri, neque tenuiorem are-
nam, neque duriorem cretam respicientes; sed médiam veluti
quamdam limi tenacitatem considerabimus.

Itaque fingamus in fundo maris ductam (*Fig. 18.*) rectam
lineam TF , & per hanc ductum ad perpendicularum planum
aliquod: huic autem plano perpendicularia esse duo similia
plana triangularia HGC , hgc , intra limum fundi maris
immersa, habentiaque cum eodem illo plano sectiones com-
munes IG , ig , quibus ipsa plana HGC , hgc , bifariam di-
vidantur. Hæ sectiones productæ attingant TF in N & n ;
& ex centris R , r , gravitatis triangulorum agantur rectæ
 RV , ru , perpendiculares ad TF . Nos in perquisitione hæc
censebimus, plana HGC , hgc , esse similiter inclinata.
Quod si dissimiles forent inclinationes; ratio habenda esset
sinuum angulorum RNV , ruu .

Nunc quando concipiamus plana illa HGC , hgc , (velo-
citatibus æqualibus) ita moveri, ut utriusque centrum gra-
vitatís describat rectam lineam parallelam lineæ TF ; facile
etiam concipiemus, futurum ut huic eorundem planorum
motui resistat limus; cujus partes neque retrocedent, neque
elabentur, nisi ipsarum cohæsió vincatur. Quoniam verò
cohærentes separandæ partes, numero proportionales erunt
planis agentibus; idcirco ponemus resistentiam inde ortam
in ratione eâdem esse, in quâ plana ipsa. At partes eâdem
locum cessuræ, cum moveri debeant, & ad immota spatia
pertransire, resistunt suâ inertię vi, neque movebuntur nisi
tantum receperint motum, quantum sufficiat ad vincendam
vim pressiois, quam immotorum spatiorum partes patientur
ab altitudine superincumbentis limi: igitur resistentia hinc orta
ponetur in eâdem ratione esse, in quâ limi altitudines erunt.

Si sint, planum $HGC = P$, planum $hgc = p$, altitudo
 $RV = A$, altitudo $ru = a$, erit limosi fundi maris adversus
planum HGC resistentia ad resistentiam fundi ejusdem adver-
sus planum hgc , ut AP ad ap .

Quamvis cohæſionis, mobilitatis, aliarumque proprietatum particularum marini limi, eæ notiones accuratæ nequeant haberi, quibus eſſet opus, ut res ratione geometricâ omninò perficeretur: quæ tamen diximus, ut propoſitam analogiam conſtitueremus, & illa ipſa analogia ſufficiunt, ut hic concludatur; haud levem eſſe reſiſtentiam, quam in fundo maris offendunt anchorarum pedes. Quod ſi limi partes, ob anteriores alias ſatis cohærentes, difficiliùs retrocedant, limus magis magiſque denſabitur, atque reſiſtet. Sed poſt hæc, reſiſtentia huiuſce menſuram veluti quamdam, ab experientiâ derivatam, ſequenti in Articulo (datâ occaſione) exponemus.

§. V.

De vi, quâ Anchora navim retinet.

P. Georgius Fournier, qui de Re Nauticâ pereruditè ſcripſit, animadvertit, illud eſſe proſectò mirandum, quod parva anchora onuſtam navim poſſit retinere ac ſtabilire. Ut verò quàm mirabile id ſit commonſtret, rem illuſtrat exemplo navis, cui nomen Coronæ erat. Narrat ejus magnam anchoram, unà cum ligneo axe, pondo fuiſſe librarum 6355, anchoralia librarum 14300; tum ita concludit; *cum anchoræ & anchoralia conjunctim non excédant pondus librarum 20655; attamen retinent quadragies centena millia librarum ponderis, quod fert navis illa, & pondus ipſius navis, quod pariter æquat quadragies centena millia librarum.* Pariterque Nicolaus Wiſſen, ſummopere ait mirandos eſſe anchoræ effectus; *cum anchora conjunctim cum ſuo anchorali retinere poſſit navim, à cujus pondere tercenties vel quatercenties, & amplius ſuperatur pondus anchoræ & anchoralis.* Verùm, ut liberè dicam, quamvis problem quæ Fournier doctè animadvertit de maris aquâ ſuſtinente navis pondus; planè tamen exiſtimo, haudquaquam appoſitè inſtitui comparationem illam inter pondus anchoræ conjunctæ ſuo anchorali, & navis pondus, ad ferendum judicium de vi, quâ navis retinetur & fundatur.

Vel enim tracta anchora in fundum immerſa non erit; &

116 DE PRÆSTABILIORI FIGURA

tunc aut totum ejus pondus, aut magnam partem sustinebit subiectus maris fundus: ratioque habenda erit frictionum, ut aiunt, quarum vis, adhibitis eximiis theorematibus Guilielmi Amontons, vi partis tertiæ ponderis ipsius anchoræ poterit æqualis reputari.

Vel ponetur, immerfam anchoram obsequi anchoralis motui, atque fundi vincere resistantiam; & secundum hypothefim hanc, supputatione resistantiæ fundi, & alicujus comparationis usu, æstimatio vis anchoræ erit instituenda. Ut modum, quo ego uterer, clariùs explicem, exemplum afferam; hoc autem innitètur observationibus iis quæ sequuntur.

Ad effodiendum limum, mediâ veluti quâdam tenacitate præditum, ex fundo stagni cum mari communicantis, observavi, utiliter adhiberi magna quædam, ut appellant, cochlearia, quorum figuram (*Fig. 19.*) adposui. Eorum oris ambitus ex ferreâ laminâ formatur, cujus acies est *CED*; ejus longitudo *SE* est pollicum $12\frac{1}{2}$: area intermedia, sive oris capacitas, pollicum quadratorum 78: hujus laminæ interiori parti (ut ad *tH*) congruit, & adnectitur orificium sacculi *LGH*. Figitur autem cochleare ad perpendiculum unius hominis operâ in stagni fundum usque ad manubrii *KM* partem infimam *KL*; deinde, manibus in *B* applicatis, retrorsus trahitur manubrium ipsum; quod dum fit, convertitur manubrium circa fulcrum *A*, & cochleare avellit limum eundemque egerit. Prout verò stagni aqua magis minusve alta est, manubrium ad fulcrum, & manus ad manubrium, altiùs humiliùsque applicantur. Itaque sumtis mediis quibusdam distantis *LA*, *AB*; & ratione habitâ motus necessarii ad sacculum implendum, & necessariæ vis ad sacculi onusti pondus elevandum; nec non adhibita doctrinâ illâ, quâ Philippus de la Hire peritè eleganterque constituit, hominis (proposito eo modo) trahentis vim ceu librarum 160 esse æstimandam; inveni, resistantiam quam vincit cochleare illud, librarum circiter 100 posse reputari.

Observavi præterea, esse pollicum quadratorum 484.

aream pedis anchoræ cujusdam, cujus pondus librarum circiter 6000 (parum differens à pondere anchoræ de quâ Fournier verba fecit) & perpendicularis, à centro gravitatis pedis ejusdem ad virgam ductæ, esse longitudinem pollicum 34.

Nunc autem concipiamus, planum *hgc* (Fig. 18.) esse aream cochlearis illius, ejusque motum eum esse, quem in Articulo superiore constituimus; eritque, ob cochlearis positionem, *ru* pollicum circiter quatuor. Concipiamus planum *HGC* esse planum pedis anchoræ (de quâ paulò antè diximus) cujus brachium totum immersum sit. Hisce ita se habentibus in propositâ (superiore Articulo) ratione, erit $P=484$, $A=34$, $p=78$, $a=4$, & ipsa ratio P ad p transmutabitur in numericam hanc 312 ad 16456: quamobrem erit ut 312 ad 16356, ita fundi maris resistentia adversus planum *hcg*, quæ in superiore articulo inventa fuit librarum 100, ad ejusdem fundi adversus planum *HGC* (sive anchoræ pedem) resistentiam quæ ex analogiâ hac prodibit librarum 5274. Erit autem paulò etiam major habenda, propterea quod motus cochlearis reapse fiat rotatione manubrii ejus circa punctum fixum; in supputatione verò hac eum motum ceu horizonti parallelum reputaverimus; cum tamen ille motus minorem, quàm hîc, resistentiam patiatur. Itaque invento hoc modo, vel simili, non autem ex pondere æstimandam esse opinor resistentiam anchoræ intra limum immersæ, & obsequentis motui anchoralis.

Demùm, si ponatur fundi resistentiam ab immersâ anchorâ vinci non posse, atque idèò anchoram firmam hædere; effectus hic orietur à fundi resistentiâ majore, quàm sit vis conatus anchoræ ad motum: & quàmvis major anchoræ gravitas vi trahenti magis opponatur; effectus tamen ille ex solo anchoræ pondere minimè debet æstimari.

Quod verò attinet ad anchoralium pondera; expertus sum frusti anchoralis, cujus circumferentia pollicum undecim, longitudo pollicum vigintiquatuor, gravitatem absolutam in aëre fuisse librarum octo & unciarum sex; ejusdem autem in aquam immerfi gravitatem respectivam dumtaxat libras

118 DE PRÆSTABILIORI FIGURA

duas & uncias quatuor æquavisse. Porro cùm anchoralia in aquam immersa pro maximâ parte sint quando adhibentur; planè existimo non absolutam, sed respectivam eorum gravitatem esse spectandam: itaque, ratione experimenti modò indicati adhibitâ, pondus illius anchoralis (de quo suprà dictum est) inservientis anchoræ navis Coronæ, non fuisset reputandum librarum 14300, sed multo quidem minus.

Hîc, quando de anchoralibus mentio incidit, indicabo; in Tabellis *B* & *C* (*Art. 6.*) extare numeros spectantes ad crassities anchoralium, & in Tabella *C* numeros etiam ad anchoralium pondera pertinentes, quos constituere Nicolaus Witsen & Auctor ille Belga. Sed mihi constat pluribus ab experimentis, duos funiculos (idem intelligendum de anchoralibus cùm hæc ex funiculis compingantur) duos, inquam, funiculos cannabinos, crassitie, longitudine, atque pondere æquales, alterum ex cannabe unius regionis, alterum ex cannabe diversæ regionis formatum (pro terræ cœlique regionum illarum diversitate) aliquando haud æquè fortes esse, sed alterum appenso majore pondere, alterum minore rumpi: nota præterea sunt quæ de ratione inter vires alicujus funis, & summam virium funiculorum componentium funem ipsum ingeniosè invenit Reaumurius, auxit solerter Petrus Musschembroek: ea porro, & variæ cannabium vires, in definiendis rationibus inter anchorarum & anchoralium pondera, essent attendenda; sed hæc indicavisse sufficiet.

S. V I.

De Anchoræ partium, figuram integram componentium; proportionem.

Prima Anchoræ pars virga est, de quâ jam haud pauca verba fecimus; præter hanc verò quatuor aliæ sunt partes, de quibus agere oportet; axis ligneus, pedes anchoræ, brachii sagitta, atque brachii sagitta versa; quarum tamen primæ duæ expeditu sunt faciliores.

Axis lignei constructio in ipsa ejus definitione (*art. 1.*)

fatis fuit explicata. Quoniam rotari hic debet, ut alibi exponemus, puto ejus longitudinem longitudine anchoræ paulò majorem esse oportere, ut facilius rotatio illa perficiatur; vellemque ejus longitudinem, anchoræ longitudini, unâ circiter decimâ parte auctæ, respondere. Levior autem erit anchoræ brachiis, quæ interest celerius descendere: gravitate tamen suâ (quamvis gravitas respectiva debeat attendi, & ligneus sit) juvat capitis anchoræ depressionem. Ejus extremitates sint quadratæ figuræ; & horum quadratorum latera sint circiter pars decima octava longitudinis virgæ; pro minoribus tamen anchoris aliquantillo majora. Propè anchoræ caput Axis crassior esse debet. Idem autem Axis dum horizontalis est trahiturque; congerit ante se arenam, sabulum, limum, augetque resistantiam; quamobrem vellem superiorem ejus faciem inferiore paulò latior.

Pedes anchoræ, dum anchora ipsa figitur, cuneorum actionem imitari certum est; itaque cunei similes sint oportet; &, quod consequitur, ejus plana triangularis (aut à triangulari parùm abludentis) figuræ: ac, ut hujusce cunei speciei vis major sit, latus (*Fig. 1.*) *GH* fiat parte octava brevior perpendiculari ab angulo *D* ad latus idem *GH* ductâ; hæc autem perpendicularis æqualis fiet dimidiæ brachii longitudini: cum enim quò majores & depressiores pedes sunt, eò majorem vim habeant; servatâ mensurâ illâ, & satis magni pedes erunt, & latior pars *GH* haud parùm immergetur.

Post hæc, magnitudinem sagittæ brachii definituri, ante omnia methodum exponemus Bartholomæi Crescentii, qui partium anchoræ proportionem constituturus (nullâ tamen variarum magnitudinum anchorarum ratione habitâ) scribit hæc: linea (*Fig. 20.*) *DF* ejus longitudinis, quæ fabricandæ anchoræ virgæ conveniat, dividatur in partes duas cum dimidiâ, una sit ab *A* ad *D*, altera ab *A* ad *E*, dimidia ab *E* ad *F*. Circini igitur apice uno in *A* posito, intervallo *AD*, describatur circulus *BDCE*, & eâdem circini diductione servatâ, translato apice uno in *D*, altero in circumferentiâ circuli posito, notentur puncta *B* & *C*, quorum utrumque sextam circuli partem dabit;

& ad ea puncta pertingent brachiorum anchoræ extremitates; hæc ille, illius autem divisionem etiam plures alii sequuntur. Quâ positâ (cum perpendicularis, à puncto *B* ad radium *AD* ducta, radium ipsum bifariam dividat) erit brachii sagitta $BR = \sqrt{\frac{3}{25}}$; circiter $= \frac{173}{500} = \frac{1}{3} + \frac{19}{1500}$. Et positâ crucis, five nodi crassitie $eD = \frac{1}{20}$, erit brachii sagitta versa $eR = \frac{3}{20} = \frac{1}{6} - \frac{1}{60}$. Ast de adhibitâ ab aliis methodo hæc, quæ pluris fieri consueverunt, exposuisse satis est.

Verùm, ut res diligentius accuratiùsque tractari queant, concipiamus (*Fig. 21.*) *CD* esse anchoræ brachium, ejus pedem *HGD*, virgam *PC* positione horizontalem; tùm etiam concipiamus, super eodem horizontali plano circa extremum *C*, tanquam circa centrum, eandem virgam *PC* torqueri, & suâ extremitate *P* describere arcum *PN*, à quo subtendetur angulus *PCN*: inde fiet, ut (ob partium anchoræ rigiditatem) etiam pedis punctum *G* arcum alium describat. At, si virga brevior sit, puta *QC* (atque erit etiam *GQ* minor quàm *GP*) & extremitas *Q* describat arcum *QK* æqualem arcui *PN*, erit angulus *QCK* major angulo *PCN*; atque ita etiam punctum *G* describet arcum majorem eo, quem ante descripserat, magisque movebitur: & quod de uno pedis puncto dictum est, de omnibus est planè intelligendum. Quamobrem sit manifestum, motibus æqualibus extremi *P* virgæ majoris, & extremi *Q* virgæ minoris, plùs tamen moveri anchoræ pedem cùm minor virga est, quàm cùm major est. Quò autem magis movetur pes, eò minùs anchora hæret: igitur, ut meliùs hære anchora possit, præstat, longitudinem sagittæ brachii non majorem esse parte tertiâ longitudinis anchoræ. Itaque constantem rationem hanc 1 ad 3 inter sagittam & longitudinem anchoræ constituam. Quâ tamen de re etiam paulò infrâ dicetur.

Transeò ad brachii sagittam versam, ad quam probè determinandam, attendendum profectò est, ut sagittæ utriusque ea sit proportio, quâ temperationi vis gravitatis, & vis tractoriæ in anchoram agentium, modo aliquo, respondeatur. Quoniam verò in Anchoris minoribus vis gravitatis minor est,

est, quàm in majoribus, atque adèd in hisce plus valet vis perpendicularis; idcirco etiam minor in hisce sit oportet brachiorum curvatura, ut illa vis cum trahente vi utiliùs attemperetur: quod quidem consideratio naturæ curvarum, ex motu duplici orientium, faciliè posset illustrare. Cum autem posuerimus, brachii sagittam cum virgæ longitudine in ratione constanti; imminuendo in anchoris majoribus sagittam versam brachiorum; id, quod proposuimus, obtinebimus. Quapropter posui, anchoræ, cujus longitudo pedum quinque, brachii sagittam versam esse longitudinis illius partem quintam; & anchoræ, cujus longitudo pedum 20, brachii sagittam versam septimæ longitudinis hujusce parti esse æqualem. Differentiam verò inter $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{7}$ divisi æquis portionibus inter sagittas versas anchorarum intermediarum; quemadmodum ex Tabella E colligi potest. Usus autem sum arithmeticâ proportionem; effugiendo tamen minutias subtiliores (quas etiam in Tabella neglexi) nam commoditati artificum, ad quorum opera hi numeri deferuntur, prospiciendum est. Præterea verò ex hisce iisdem modò traditis apparere faciliè potest, contractâ sagittâ versâ, distantias (*Fig. 20.*) inter puncta *G* & *P* majores reddi, majoremque fieri (quamvis brachii sagitta constans sit) virgæ anchoræ utilitatem.

Modò visis quæ pertinent ad anchoræ virgam, ligneum axem, pedes, brachii sagittam, atque brachii sagittam versam, ad rem magni momenti, nimirum ad brachii ipsius figuram considerandam pergamus.

Prix 1737.

E

Virgæ Longi- tudo.	Virgæ Longi- tudo.	Brachii Sagittæ versæ Longitudo.
<i>Pedes.</i>	<i>Pollices.</i>	<i>Poll. Lin.</i>
5	60	12 0
6	72	14 2
7	84	16 2
8	96	18 1
9	108	20 0
10	120	21 9
11	132	23 5
12	144	24 12
13	156	26 5
14	168	27 10
15	180	29 2
16	192	30 4
17	204	31 6
18	216	32 6
19	228	33 5
20	240	34 4

Q

S E C T I O T E R T I A.

De inveniendâ curvâ lineâ Brachii, quæ Brachii ipsius figuram reddat utiliorem.

§. I.

Verum Anchoræ motum, qui ferè semper contingit dùm Anchora ipsa immergitur, describere.

ARTICULUS hic lemma quoddam veluti est, futurum basi & fundamento dicendis in Sectione hac. Porro, ut rei imago clarius fiat, in Figurâ sit planum fundi maris (*Fig. 22.*) *abhm*, anchora sit *ABCD*, ejus axis ligneus *EN*. Dùm anchora pervenit ad fundum, ferè semper brachia *BCD* super fundum decumbunt; axis autem *EN*, qui brachiis contrariam positionem habet, perpendicularis fit ad fundum ipsum. Dùm verò anchora trahitur, pedesque tantillum mordent subjectum fundum, cùm alter altero fortius incipit mordere, super illum etiam elevari virga incipit; perseveranteque tractione, axis ligneus circa inferius extremum suum *N* rotatur: atque ita fit ut anchoræ brachia ad fundum perpendicularia evadant, ipsumque penetrent; atque ut axis ligneus super ipsum fundum decumbat. Id autem ratione constat & experientiâ. Ratione, namque anchoræ brachia axe graviora, citius illo attingere fundum, seque ei (nisi trahantur) debent accommodare: experientiâ, neminem enim expertum inveni, qui id se observasse negaret.

Dùm motio illa brachiorum peragitur, anchoræ mucro *B* (brachii rotantibus circa mobile punctum) tribus motibus, nempe rotationis, tractionis, & descensus obsequitur; unde ab eo puncto *B* curvam generari duplicis (sive etiam triplicis) curvaturæ, constitui posset. Possent autem de ejusmodi curvis plura asserere, quibus via jam ante strata fuit ab eximio Juvene, qui suprà ætatem doctus, in curvarum curvaturæ

duplicis contemplatione magnâ cum laude versatus est. Sed ea peculiarem efflagitarent dissertationem.

§. II.

Anchoræ posuim, qui cæteris melius conducat investigationi naturæ lineæ propositæ Brachii, determinare.

IN prolato de figurâ brachii anchoræ problemate, illud insolens profectò esse videtur, quod una determinanda lineæ est, infinities autem infinitus linearum numerus quæri posset. Cum enim infinities variari queant positiones anchorarum conantium brachiis suis penetrare fundum maris, & modis infinitis variari itidem ratio inter vim gravitatis & trahentem vim; mirum quot, pro variantibus hisce principiis, curvæ possent considerari. At dumtaxat unam constituere debemus. Igitur respicientes ad naturam mutationum positionis anchoræ, & ad positiones ipsas; inter hæc eam feligamus oportet, quæ sæpissimè anchoris ipsis conveniat, & quæ figendis iisdem, atque immobilibus detinendis majus habeat momentum.

Hanc autem eam esse reor, quâ anchoræ planum perpendiculare sit ad planum fundi maris. Quamvis enim dum jacitur anchora, brachia decumbant, ut superiore in Articulo ostendimus, eadem tamen rotantur; ac, ligneo axe decumbente, constituuntur lineis suis in perpendiculari plano (quemadmodum citato in Articulo est demonstratum): eo autem in plano ubi existunt, maximam vim ad fundum penetrandum possunt obtinere; maximamque fundi resistentiam offendere queunt anchorarum pedes. Itaque deinceps, ad investigandam lineæ brachii naturam, anchoræ positu, quo anchoræ planum, ad planum fundi maris sit perpendiculare, utendum esse planè existimo; eodemque utar.

§. III.

Quando Anchoræ planum perpendiculare est ad fundum maris (horizonti parallelum, ut concipimus) & virgæ caput radit fundum ipsum; tunc vis, quæ caput anchoræ ab anchorali trahitur, seu vis tractoria, tamquam horizontalis potest considerari.

Si lectiois fundi maris (Fig. 23.) linea TF , anchoræ $gBeD$ virgæ axis sit eg , anchoræ caput g , brachii linea eSD . Ponatur angulum egT factum ab virgæ axe eg cum horizontali TF in fundo maris, prout figitur brachium eSD , ita fieri minorem; ponaturque, virgæ caput g semper radere fundum TF . Hisce positis, considerari poterit tractio, quæ agit in virgæ, hoc est anchoræ caput g , tamquam una vis, eademque directâ secundum TF .

Nimirum existimo, in hujusmodi virgæ constitutione motum receptum ab ipsâ virgâ non esse resolvendum in duos, sed totum ceu horizontalem esse reputandum. Namque si lamina (Fig. 24.) ABg perpendicularis ad horizontem trahatur ab aliquâ vi V ita, ut ejus extremitas g semper sit in horizontali lineâ TF , motus impressus ipsi laminæ considerabitur tamquam horizontalis, neque in duos perpendicularem & horizontalem resolvendus, ut ut directio trahentis funis gV sit obliqua. At, si lamina abg intelligatur perforata, ut ipsius pars $gbes$ anchoræ virgam, pars verò $banc$ anchoræ brachium referat; neque tamen motus ipsius natura mutabitur, neque in duos indicatos motus erit instituenda divisio. Vis igitur tractoria, quæ (Fig. 23.) trahitur anchora $gBeD$, anchoræ capite g jugiter radente lineam TF , tamquam una vis eademque directâ secundum TF , haberi poterit. Neque minor factus angulus egT quicquam officiet propositæ demonstrationi.

§. IV.

Isdem, quæ in Articulo superiore, positis; ostenditur fieri non posse, ut dum anchoræ brachium figitur, brachii partes omnes eodem modo ab agentibus viribus impressionem recipiant.

Quod de lineâ brachii dicemus, ad brachium etiam ipsum pertinere satis est manifestum. Hic autem de propositâ brachii lineâ (eâdem Fig. 23.) eSD agentes intelligemus, omnes applicatas gs , gS , progredi ab extremo capitis puncto g ; & Abscissarum lineam esse brachii sagittam RD .

Applicatæ autem gs (quæ concipiatur congruere cum lineâ TF) infinitè proxima sit gS ; & ex puncto S ducta sit lineola SP perpendicularis ad sg : itaque vis gravitatis urgebit secundum PS perpendicularem ad finitorem, & vis tractoria (quæ horizontalis definita fuit superiore in Articulo) aget secundum ipsam sP . Quamobrem, vis gravitatis & vis tractoria determinato aliquo modo agent in lineolas PS , sP ; & lineolæ brachii particula sS juxtâ modum eundem à duabus illis viribus recipiet impressionem.

Sed quando angulus, comprehensus à virgæ axe eg cum TF , minor redditur, tunc non eodem illo modo particula sS alio translata, impressionem suscipere potis est. Fingamus enim axem ge circa punctum g esse conversum, ut ipsius positio sit gE , positio verò brachii eD sit EO , & positio applicatæ gs sit gu : huic autem infinitè proxima ducta sit gV ita, ut $uV = sS$; & ex puncto V ducta sit Vn perpendicularis ad gu . Jam neque hæc Vn erit perpendicularis ad finitorem, neque un horifontalis: atque idè eandem illæ vires, gravitatis una perpendicularis ad horizontem, altera tractoria horifontalis, quæ dirigebantur secundum lineolas PS & sP , harum nV , un (ut aiunt) respectu directiones differentes habebunt; neque particula uV impressionem recipere poterit modo eodem, ac recipiebat, cùm obtineret positionem sS . Constat id itaque, quod propositum erat.

§. V.

Pro determinatione figuræ lineæ brachii anchoræ proponitur principium, quod cæteris conducibilis visum est.

Quando fieri nequit, ut curvæ (eadem Fig. 23.) e SD particula quælibet eodem modo ab agentibus viribus integram impressionem semper recipiat; danda opera est, ut, quemadmodum potior selecta fuit anchoræ positio, ita etiam una aliqua ratio (pro principio curvæ inventioni inserviente) perceptionis virium gravitativæ & tractoriæ seligatur, quæ utilior cæteris reputetur.

Variis autem rationibus positionibusque consideratis, quas infinitè parvæ sP , PS , sS , variis in curvis possunt obtinere; visa tandem est præstare cæteris ea ratio, ex quâ curvæ particularum omnium sS constans enascetur ad suas ordinatas positio: ita enim percommode fieret, ut curvæ illius omnes particule fundum TF attingentes, ferentesque extantis anchoræ partis pressionem, agerent modo constanti; idque cui-cumque particule singillatim contingeret; quin etiam altera alteram modo eodem urgeret; atque omninò regularis esset earundem directio. Quas equidem ob proprietates futuras in illiusmodi curvâ, eam præstantem futuram opinor; hoc est, eam, quæ brachiis anchoræ maximè possit convenire.

§. VI.

Posuo principio, quod superiore in Articulo est constitutum; brachii anchoræ lineam (quam præstantiorem adhibendamque esse putamus) determinare.

Sit, ut ante, sectionis fundi maris (Fig. 25.) linea TF , virgæ axis sit linea eg , quæ etiam sit radius circuli eGn , cuius centrum sit Curvæ centrum g . Sit DR Brachii Sagitta, & eR Brachii Sagitta versa. Sit brachii curva linea eSD , hancque Spiralem Logarithmicam esse ponamus.

Notum jam est, Curvam hanc eâ præditam esse proprietate,

ut cum omnibus lineis ab centro g ductis angulos inter se æquales comprehendat. Præterea verò, si assumantur ejusdem Curvæ particulæ quæcumque infinitè parvæ *et, sS*, ad quas ductæ sint ab centro g lineæ *ge, gs*, &c, eodem centro g , intervallis *gs, gt*, descripti sint arcus infinitè parvi *SP, to*, erunt differentialia triangula *SsP, teo*, similia.

Quando igitur linea brachii anchoræ erit Logarithmica Spiralis, illud sequetur faciliè, ut cuicumque ordinatæ *gs*, congruenti cum linea *TF* horizontali fundi maris, semper respondeat brachii particula, quæ constanti angulo fundum maris urgeat. Itaque etiam fiet, ut pressiones superextantium anchoræ partium constanti quâdam ratione agant in partes subjectas, regulari dispositione inter se aptas ac convenientes, faciliùsque in maris fundum penetraturas.

Eadem verò particularum curvæ ad radios inclinatio magis faciet, ut idoneæ illæ sint ad motum ex horizontali & perpendiculari compositum persequendum: itaque meliorem modo particulæ illæ ad utramque vim, tum tractionis, tum gravitatis referentur.

Non me fugit, circulum quoque eâ proprietate esse ornatum, ut radii omnes cum circumferentiæ respondentibus particulis æquales angulos comprehendant; immò logarithmicam hanc, si anguli *get, gsS*, recti evadant, in circulum transmutari. Sed partes circumferentiæ circuli, ubi ad horizontalem lineam pervenirent, rectosque angulos cum eâdem efficerent, positionem haberent aptam quidem ad recipiendas vis perpendicularis impressiones, non autem ad recipiendas illas à vi tractoria promanantes: quamobrem multò aptiores esse queunt positiones partium logarithmicæ spiralis, quarum anguli cum sint acuti, id præstant, ut effectus vis utriusque conspirare faciliùs utiliùsque possint.

§. VII.

*De facillimâ constructione jam propositæ Curvæ, ex quâ
figura Brachii Anchoræ dependet, & de ejus
Tangentis constitutione.*

CUM superius innuerim, commoditati etiam artificum in rebus hisce prospicere omnino oportere; hinc animadvertam propositæ Curvæ (quamvis Transcendentis, ut appellant) descriptionem facillimam nostro in casu esse posse. Gaudet enim Curva hæc (præter jam indicatas) eâ proprietate, ut, si circuli (*eadem Fig. 25.*) eGN quilibet arcus eL bisecetur in G , & ad puncta e , G , L ducantur radii ge , gG , gL , atque in iisdem sumantur ge , gs , gD pertinentes ad logarithmicam spiralem esD , tres illæ ge , gs , gD in geometricâ existent proportionem.

Quamobrem cum in nostro casu datæ semper sint ge , & gD , si angulus egD dividatur bifariam lineâ gG , & ex hac abscindatur gs media proportionalis inter ge , & gD , punctum s ad logarithmicam spiralem erit. Ita quoque, dividendo angulum egG bifariam, & angulum GgL , duo alia Curvæ puncta invenientur: & sic porro tot alia, quot libuerit.

Prætermitti autem minimè debet, ejusdem Curvæ proprietas alia, quæ talis est. Si ex quolibet puncto s ducta sit tangens sC , & ad hanc ab centro g perpendicularis gC ; ratio inter sC , & gC ubique constans erit: quod facile ex triangulorum sSP , sCg similitudine colligi potest. Rei verò nostræ illud interest, ut datis ge & gD (& quod consequitur, quacumque gs , & ei respondente arcu eG) ratio illa constans inter sC & gC , five inter sP , & PS , possit inveniri. Invenietur autem hac, quam subjeci, methodo.

Linea ge , five radius, dicatur r ; radii gG complementum Gs , y ; arcus eG , x . Tum radio gG agatur alius radius infinitè proximus gK secans Curvam in S ; eritque GK , dx . Ac, ubi centro g , intervallo gS , descriptus sit infinitè parvus arcus

arcus SP erit sP, dy ; & erit $gK(r) : gs(r-y) :: GK(dx) : SP(\frac{rdx-ydx}{r})$. Nunc verò constans ratio SP ad sP ponatur eadem esse, ac r ad n : itaque habebitur, $\frac{rdx-ydx}{r} : dy :: r : n$; & $ndx = \frac{rrdy}{r-y}$. Et si, $\frac{rrdy}{r-y}$ convertatur in seriem, series erit hæc: $rdy + ydy + \frac{y^2dy}{r} + \frac{y^2dy}{rr} + \frac{y^4dy}{r^3}$, &c. ac, propositam integrando æquationem, erit $nx = ry + \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3r} + \frac{y^4}{4rr} + \frac{y^5}{5r^3}$, &c.

In nostro autem casu, assumptâ (ceu cognitâ) quâcumque y , cum ei respondens arcus (per jam tritam rectificationem arcuum circularium) haberi queat, facillè inveniri inde poterit etiam n ; atque adeo constans illa ratio inter SP & sP , sive inter gC & sC .

Quamobrem si ge sit pollicum 60, eR pollicum 12, RD pollicum 20 (ut fertur à mensuris lineæ primæ in Tabellâ E) ratio illa inter gC & sC invenietur, rotundis (ut aiunt) in numeris, ea esse, quæ inter 100 & 36, sive inter 25 & 9, intercedit. Et constans angulus gsC , à quâcumque rectâ gs cum suâ ad s tangente sC comprehensus, erit $70^\circ 12'$. At si ge constet pollicibus 240, eR pollicibus 34 lin. 4, RD pollicibus 80 (secundùm mensuras in Tabellâ E postremâ lineâ indicatas) ratio inter gC & sC , numeris rotundis expressâ, erit eadem, ac 1000 ad 224, sive 125 ad 28. Et constans angulus gsC erit $76^\circ 17'$. Liquet igitur ut, pro diversis anchorarum magnitudinibus, similes proportionales aliæ, alii anguli, possint facillè reperiri: atque ut pars hæc ad Brachii figuræ utilitatem pertinens absolvi queat.

Quæ cum ita sint, ratione habitâ eorum, quæ in multiplici subtilique investigatione lineæ Brachii anchoræ & nimia & implexa sese offerunt, planè existimo, ad assequendam utilio rem figuram, anchoræ brachia ad logarithmicæ spiralis

ductum esse accommodanda. At figura totius anchoræ ut prorsus juvetur, quidpiam aliud, quod conducit, sequenti in Sectione exponetur.

SECTIO QUARTA.

Modus traditur, quo juvari queat proposita Anchoræ figura, ut Anchora ipsa hæreat melius. Tùm recolliguntur utilia ad præstabiliorem Anchoræ figuram perficiendam.

S. I.

Tangentium curvæ, cujus figuram inducunt tùm anchoralis funis, tùm ferrea catena, proprietates, & inde enascentes tractionum directiones, pro re nostrâ, exhibentur.

PRINCIPIO hîc illud scire licet, quod, etsi anchoralium fibræ neque perfectè flexiles sint, neque distensionis incapaces; etsi anchoralia non pendeant liberè; nihilo tamen minus anchoralia, dùm trahuntur speciem formant funiculariæ curvæ. Hinc autem sequitur, ut anchoralium longiorum usus (ubi fieri possit) præstantior sit. Nam ab tangentibus, ductis ab extremis funiculariæ illius curvæ punctis, directiones tractionum determinantur; & quò longiora anchoralia sunt (paribus cæteris) eò etiam tangens infimi extremi anchoralis magis ad horizontem (quando tractio exercetur) accedit: hujusmodi verò tractio utilior est, ut anchoræ figantur & hæreant. Quod mox dicenda sanè confirmabunt.

Ad tangentes igitur illas quod attinet: sit (*Fig. 26.*) funis *ACB*. (quæ autem de fune, eadem de catenâ erunt infra jugiter intelligenda) qui sustineatur à duabus potentiis *A* & *B*. Certum quidem est, pondus funis illius agere contra eas potentias modo eodem, ac si pondus *P* æquale ponderi

funis, sustineretur à duobus filis AI & BI , gravitatis expertibus, quæ curvam ACB formatam à fune tangerent in punctis A & C . Unde colligendum est, directionem tractionis contra A futuram esse secundum lineam AI . Atque, ut consequitur, quæ propria erunt lineæ AI , eadem reputanda etiam erunt propria directionis ejus vis, quâ gravitas curvæ ACB aget contra punctum A .

Ulterius verò concipiamus (*Fig. 27.*) lineam TF esse horizontalem, & ab eâ lineâ nunquam exire centrum nodi C trium funium AC, BC, IC ; fingamusque pondus aliquod P sustineri ope funium AC & BC (gravitatis expertium, quorum ille infra horizontem, hic supra fit) à duabus potentiis ad illorum extremitates A & B applicatis; & æquilibrium fieri inter pondus potentialisque. Hæc autem ubi ita esse conceperimus, facile etiam intelligemus ex iis, quæ jam olim demonstravit vir summus Petrus Varignonius, futurum ut pondus P sit ad potentiam in B applicatam ut sinus anguli ACB ad sinum anguli ACI .

Quamobrem manifestum est fieri oportere, ut, si crescat pondus P , crescat etiam sinus anguli ACB ; qui ponitur obtusus, atque adeò minor fieri debet ut sinus ipsius augeatur. Dum vero angulus ille minor fiet, minor etiam fiet angulus TCA factus à fune AC cum horizontali TC . Manentibus igitur iisdem potentiis, quò majus erit pondus P , eò minor erit funis AC infra horizontalem TC inclinatio ad eandem TC , atque illa ad hujus positum magis accedet.

Nunc autem primùm ponamus (*Fig. 26.*) ACB esse cannabinum funem, deinde fingamus esse pergravem ferream catenam. Primo in casu pondus funis, sive pondus P , multò minus erit, quàm secundo in casu. Ergo hoc in secundo casu (*Fig. 27.*) AC , quæ pro catenæ tangente haberi potest, multò magis accedet ad horizontalem: & quod consequitur, in casu hoc tractionis directio erit secundum lineam, quæ multò magis ad positum horizontalem accedat.

Quid addendum anchoræ sit, ut perfectiùs juvetur ejus figura ad penetrandum hærendumque, proponitur.

NE fallerer, dum cogitarem de anchorarum usu perficiendo, visum mihi est, ante oculos ponenda esse hujusmodi principia: nimirum, fundum maris alibi mollem esse, alibi durum: ad stabiliendas naves alia instrumenta ubi fundus mollis est futura magis utilia, alia verò ubi fundus durus est: uno tamen instrumentorum genere pro utroque genere fundi esse utendum: hoc autem genus instructum esse oportere brachiis acuminatis, quippe quæ durum fundum penetrare queant: igitur nonnisi anchoras esse adhibendas, de quibus dictum est (mutationes haud utilem usum secuturum, planè reor) & extrinsecus quærendos novos alios modos reddendi illas utiliores.

Et, quando figura melior quidem reddi, non autem mutari, debet, præstabit ut ad usum quàm aptissimè accomodetur. Id verò consequi nos posse existimo cogendo caput anchoræ & ligneum axem, ut, quàm maximè fieri possit, fundo hæreant. Quod subodorari videntur naucleri periti, qui aliquando connexis duorum anchoralium extremitatibus longius efficiunt anchorale: at hoc neque magnum, neque sine aliquo periculo, subsidium est.

Ego itaque vellem ut unicuique anchoræ adderetur ferrea catena, quæ pro rei usu perfectè esset fabrefacta: quæ unco cochleâ munito, vel alio aliquo facili modo posset tum conjungi cum anchoræ annulo, tum ab eodem separari, ut, quando non esset jacienda, anchora tractaretur expeditiùs. Vellem ut catenæ longitudo dupla esset longitudinis axis virgæ, atque ut catenæ pondus tertiam partem ponderis anchoræ integræ exæquaret.

Ita profectò anchoralis tractio, dum ad sublevandam catenam impendetur, aliquam sui (ut ita dicam) impetûs

partem amittet: &, quod ad rem magnopere facit, tractio, quam catena exercebit, multo magis (ut superiore in articulo est demonstratum) horizontalem positionem retinebit. Quod sanè non enasci non poterit: cum, habità ratione non modo eorum, quæ de gravitate cannabini anchoralis intra aquam (*Sect. II. §. 5.*) dicta sunt, verùm etiam gravitatis ferri specificæ, inveniatur ratio gravitatis ferri intra aquam immersi ad gravitatem funis cannabini (molis æqualis) esse eadem ac 24 ad 1, & etiam major.

Quamobrem ita fiet, ut anchoræ & difficiliùs (quemadmodum aiunt) arent, ac ut difficiliùs dimoveantur; quæ duo ad unum maximè requisita, enascentur ab meliore anchoræ figurâ auctâ etiam hoc catenæ adjumento.

Post hæc autem non addam, futurum ut catenæ non lædantur ab saxosis fundis maris asperis salebrosisque, quibus anchoralia (quamvis notæ cautiones adhibeantur) vehementer atteruntur.

§. III.

Res utiles ad anchoræ figuram præstabiliorẽ reddendam unâ recensentur.

EX iis itaque omnibus hætenus expositis, modò colligam, anchorarum bicipitem figuram, ratione & antiquissimi usûs certâ probatam experientiâ, à nobis habendam esse cæteris præstantiorem: figuras anchorarum ad earumdem pondera accommodari oportere iis, quas tradidi, regulis tutoribus, ut anchoræ ipsæ solidiores fiant: attendendam esse vim exercitam ab anchoris naves retinentibus, quam examinavi diligenter, ut verum atque frequentiore anchorarum motum (enascentem dum anchoræ immerguntur) explicarem, eo enim explicato, quæ figuris anchorarum necessaria sunt ac utiliora, & quæ ad usum sunt, cognosci possunt manifestiùs: anchoræ brachii (hoc est principis anchoræ partis) figuram esse determinandam ope novi usûs lineæ, quam

134 DE PRÆSTABIL. FIGURA ANCHOR.

exposui, & quam perutilem ab naturâ propositæ rei, atque ab geometriâ ipsâ declarari, ostendi: demum catenæ adjunctione juvandas esse, tum eam gravitatis vim, tum eam directionem tractionis, quibus anchoræ ad penetrandum & ad hærendum fiant valentiores, atque inde etiam anchoræ figura ipsa quodammodo perficiatur. Itaque his contineri arbitror modum præstabilioris figuræ, quâ Anchoræ formari queant.

FINIS.



D E

ARTIFICIO PRÆSTANTIORE ANCHORAS

AD USTRINAM FABREFACIENDI,
DISSSERTATIO.

Hic teneat nostras Anchora DUCTA rates.

NON deerit fortasse quispiam, qui propositam quæstionem inspiciens, primâ (ut aiunt) fronte, putet, de artificio anchoras fabrefaciendi, neque valdè nova, neque valdè utilia suggerenda superesse: cùm modus ferri tractandi ducendique igne malleoque ab longâ notus sit experientiâ; neque, præter modum illum, novus alius modus inveniri posse videatur. At is erraret vehementer, perinde quasi rerum perfectio non magis, quàm novitas nos debeat excitare. Illa profectò, non minus quàm hæc attendenda est. Et (quemadmodum vir summus, eloquens, & physicis rebus optimo in lumine constituendis natus, nos docuit) quamvis eæ, quæ ultimæ absolutiones perfectionesque rebus accedunt ad admirationem hominum animos plerumque minus trahunt, quàm primæ rerum inventiones, quibus novitas plurimum pretii solet comparare; illæ tamen idcirco non minus utiles ac fructuosæ, quàm hæc, sunt habendæ, & aliquando etiam perfectiones illæ sunt difficiliores, quippe quæ minus conspicuæ suapte naturâ. Atque utinam, ingenio & industriâ,

136 DE ARTIFICIO PRÆSTANTIORE
problemati satisfacere ita possem, ut ejus pretium utilitatem-
que planè cognosco. Experiar tamen.

SECTIO PRIM A.

De iis, quæ, ad perfectionem consueti fabricandarum
Anchorarum modi, requiruntur.

§. I.

*De primis modis ferri formandi, & exinde de iis
quæ ad propositam rem faciunt.*

UT rem ab primis artificijs, quæ adhibentur in ferro
præparando exordiamur, sciendum principio est,
venam ferri crudam, quæ ex pluribus partibus constat,
terreis alijs, alijs sulphureis, alijs salinis, ferreis alijs, aduri
ante omnia, atque ita ad liquatorium (quemadmodum ap-
pellant) ignem præparari. Deinde eadem vena fluida redditur
in fornace funditurque; ac metallicæ partes, vi præsertim
gravitatis, separatæ, & in grandes formas inductæ, earum-
dem formarum figuram refrigeratæ adipiscuntur. At hujus-
modi ferrum malleo duci non posset. Iterum igitur liquatur,
& recoquitur, statim verò post recoctionem moles illa magna
candensque gravissimo malleo (qui movetur ope rotæ ab
aquâ circumactæ) pertunditur, tum sub ipso malleo disse-
catur in quinque aut sex frusta, aut in plura, quæ iterum
ignita singillatim malleis tunduntur extendunturque in bacu-
los, in contos, in laminas, atque hoc modo ferrum, ignis
& percussorum vi, ductile redditur, ac (ut nonnulli voci-
tant) malleabile.

Ex his verò facillè apparet, figuram ferro tribui duplici
modo posse, fusione nimirum, & malleo. Unde etiam fit,
ut nonnulla ferrea instrumenta, cujusmodi sunt tormenta
bellica, ferro in fornace fuso conficiantur; alia verò ad
ustrinam

ustrinam elaborentur. Sed prima illiusmodi instrumenta durissima sunt, & quæ rumpi quidem possint, tractari autem malleo, & duci non possint.

Quod igitur ad rem nostram attinet, haud quidem, modo illo primo fusionis, anchorarum aut virgæ, aut brachia formanda sunt. Altero igitur modo, nimirum opere ad ustrinam, utendum est.

Non me latet, tertium dari genus quoddam artis ad perficienda ex ferro fuso, sive conflato, opera æque perfecta, ac fiunt ex ferro elaborato ope mallei, limæ, veterumque artificiorum. Debemus hercle eximium hoc inventum celeberrimo de Reaumur, viro de scientiis & pulchrioribus artibus optimè merito; qui novam hanc artem in excellenti suo Libro de Ferro in Chalybem convertendo descripsit. At ars illas ad res tenues elegantesque refertur, non ad prægrandia solidissima opera, cujusmodi sunt nobis proposita res.

Porro si quæ superius dicta sunt, considerentur, simul etiam intelligitur quid, pro institutâ re, conari debeat industria nostra: nempe ut optimæ notæ metallum adhibeatur; ut minore difficultate tractetur; ut sine ullis vitiis anchoræ perficiantur. Sed jam ad primum, hoc est, ad metalli adhibendi considerationem progrediamur.

§. II.

De variâ ferri naturâ probè noscendâ.

FERRUM, in variis ferrariis fodinis generatum, varium est; varium etiam provenit ex variis (in diversis regionibus) modis adurendi, liquandi, coquendique venam ferri; unde alibi ferrum durius habetur, alibi minus durum (molle dicitur) alibi etiam intermediæ veluti naturæ. Ferrum durum molli gravius est: durum, si vis nimia eidem fiat, rumpitur; molle tenacius est, ac inflectitur: durum sæpè momento frangitur; molle autem curvatur paulatim: durum facilius & citius quàm molle, candescit & ignitum fit. Et ex his de ferro intermediæ naturæ iudicium institui potest. Si ferrum impurum

fit, eò pejus erit, quò plus heterogenei metalli habebit : propter hæc, natura fodinæ illius, ex quâ adhibendum ferrum est, nota esse debet.

Examinari autem probarique ferri indoles modis pluribus potest; de quibus nuper plura scripsit Cl. Emanuel Swedenborgius. Examinatur enim attentâ inspectione superficiei ferri ipsius, nam levigatio superficies indicium est melius superficie scabrâ, aut fissuris & rimis confertâ. Probatur ferreum bacillum si immittatur in foramen resistentis corporis alicujus (puta silicei muri) & leviter inflectatur incurveturque, deinde ad rectam lineam reducatur; tum magis minusque inflectatur iterum, ut desideratæ tenacitatis indicia explorentur. Probatur ferrum percussionibus, ac pro eâ ratione, quâ vel dissilit, vel resistit, de ejus fragilitate, aut tenacitate judicium fertur. Disruptione etiam ferri in frusta uti possumus, ut fracturarum superficies examinentur, atque diligenter observentur in eisdem apparentium particularum figuræ, crassities, dispositionesque. Quarum observationum perfectam seriem, egregiè explicatam, schematis etiam illustravit Cel. de Reaumur laudato in Opere. Præterea verò sunt etiam quæ experimenta fumant ferrum candefacientes, ac observantes ut malleo resistat, quales scintillas aut ramenta emittat, qualia & quo modo minuta opera ex eo possint duci. Neque tamen prætermittere hîc licet, virgas dari aliquas ferreas, in quarum fracturis omnes ferri varietates appareant.

Hæc autem omnia (quasi in antecessum) rectè is calleat oportet, qui ad noscendum præstantius artificium anchoras fabrefaciendi velit accedere.

S. III.

De Ferruminatione.

Ferruminationis nomine intelligo fabrorum operationem illam, quâ duo candefacta ferramenta, vi percussionis malleorum conjunguntur, & consolidantur, ut ferrum unicum formetur. Et, quamvis operatio hæc aliquod ferruminis genus

ANCHORAS FABREFACIENDI. 139

sæpè requiratur; dum tamen mallei percussioneque actione fiat, ferruminatio videtur esse appellanda. Hoc modo *Ferruminare*, gallicè *Souder*, facile diceretur.

Studiose verò, accuratè atque diligenter operari oportet in ferris ferruminandis magnæ molis, ut in propositâ anchorarum nostrâ re. Si durum ferrum cum molli sit ferruminandum, durum minus debet fieri ignitum, quàm molle; quod si magnâ cum curâ non observetur, ferruminandæ partes haud validè coalescent. Neque est obliviscendum, fieri, ut, dum malleo elaboratur massa ex ferro duro & molli formata, molle ferrum extendatur magis, quàm durum.

Partes duæ ferruminandæ ad cuneorum figuram (aut ad parum dissimilem eorum) formantur; utraque tamen simul (hoc est altera alteri superimposita) massam efficere debet crassiorem eâ, quæ requiritur; ut deinde massa illa ad requisitam crassitiem, vi percussionum malleorum, ac solidatione, adducatur. Eos autem cuneos alii vellent longiores, alii breviores; at ratio suadet conglutinationem (ut ita dicam) partis utriusque robustiorem futuram, si majus sit spatium conglutinatum; rationique vim addunt benè multa experimenta. Si artifices alii contradicant, credendum erit, eos brevioribus cuneis uti consuevisse; eosque in eâ esse sententiâ (in quâ plurimi artifices sunt) ut putent; non id, quod ab aliis melius proponitur, esse faciendum; sed id, quod facere ipsi consueverint.

Cavendum autem diligenter est, ne nimium aut parum ignis in ustrinâ adhibeatur, sed danda est opera ut imprimatur ferro is caloris gradus, quem illius natura & experientia requirit. Cavendum itidem est, ne, dum ferri pars aliqua in ustrinâ ignescit, partes huic proximæ (quod aliquando contingit) ab igne lædantur, reddanturque infirmiores. Cavendum à scabie quâdam, quam aliquando emittit ferrum dum calefit, & quæ consolidationi aptæ est impedimento; quamobrem detergenda illa est, ut purum ferrum ignitum puro ferro ignito superimponatur. Cavendum, ne sabulum illud fossile, quod in ferruminationibus adhibetur, sit deterioris

qualitatis, sed optimum est seligendum: & didici ab artifice peritissimo, ei haud rarò perutile fuisse, cum eodem fabulo cortices ovorum in pulverem redactos, & marinum sal commiscere.

Hæc verò omnia, quæ de ferruminatione dicta sunt, si curentur diligentissimè, haud parum juvabunt, ut ad solidiorem fabricandarum anchorarum modum perveniatur.

§. IV.

De firmis ac validis Anchoræ partibus formandis.

Quoniam anchorarum virgæ & brachia, si flari nequeunt (ut superiore in Articulo est demonstratum) non ex unâ ferri massâ educi possunt; idcirco ex pluribus baculis (ut appellant) & laminis ferreis, aptè consolidatis, debent coalescere. Baculi plerumque adhibentur parallelepipedæ figuræ (*Fig. 1. A*) eorumque basis quadratæ latus pollicem unum cum dimidio, aut pollices duos circiter, æquat. Parallelepipedæ item figuræ (*Fig. 1. B*) sunt laminæ basim habentes rectangulam; cujus basis latus unum plerumque pollicis unius partibus tribus æquale est, alterum verò nullâ certâ definiri mensurâ potest: aliæ enim laminæ semipedem latæ sunt, aliæ minus, latiores aliæ.

Baculi seliguntur (pro anchoræ magnitudine plures paucioresve) alii ex duro puriore ferro, totidemque alii ex ferro molli; & ferruminatione illi hisce mixtim copulantur, ut, in unum fasciculum compositi, transformentur in unam eandemque massam, longam duabus tertiis partibus futuræ virgæ; sed eâ in extremitate, cui sunt brachia conjungenda, crassio rem, quàm in alterâ. Crassities autem eâ ratione possunt determinari, ut (circiter) quemadmodum 4 ad 5, ita proveniat diameter capitis virgæ ad diametrum ejusdem paulò supra conjunctionem cum brachiis ipsis: ubi enim virga iis committitur etiam crassior sit oportet.

Cùm autem, si anchoræ parvæ non sint, massa illa, secundum longitudinem, quatuor terminetur faciebus, ferè

ANCHORAS FABREFACIENDI. 141

planis: duæ ex hisce, nimirum quæ parallelæ sunt plano per brachia ducto, conteguntur ferreis laminis (unaquæque laminâ unâ) quæ ex ferro non quidem molli, sed minus duro sint. Dum massa hæc laminis contexta ustrinæ igni admo- vetur, curare oportet, ut ejus latera laminis vacua, igni vehementiori, hoc est inferiori, adponantur, ut fortius vis ignis penetret; &, si qua heterogenea corpuscula fuerint ipsâ in massâ, facilius deinde, cum laminæ cuduntur, extrudi queant. Modo eodem reliqua virgæ pars fabrefit; tum pars utraque conjungitur & ferruminatur, integra ita habetur virga.

Præstaret tamen, totam simul virgam formari, idque fieri vellem, ne ea duabus ex partibus coalesceret. Video quidem, majores ferri massas difficilius tractari posse, ut elaborentur; sed de hac re in sequenti articulo dicam: sepositâ autem difficultate hac, solidior certè erit, sine junctione illâ, virga fabrefacta. Vellem præterea, ut si baculi, aut laminæ, longitudinis necessariæ non essent; illorum, aut harum junctiones ferruminarentur ita, ut ad varias virgæ partes referrentur.

Brachia verò perficiuntur artificio eodem; ipsorumque extremis partibus ferruminantur pedes, quibus validiùs firmandis, utile erit, eos, quasi dente, à brachiis retineri; ut in Figurâ videre est (*Fig. 2.*) in quâ *aenc* pars brachii est, *ab* est pars pedis, *ncb* dens pedem retinens. Itaque horum, quæ hæcenus de anchoræ partibus tradita fuere, nihil prætermittendum opinor; ut propius ad perfectionem ipsæ partes accedant.

§. V.

De anchoræ partibus inter se componendis, ac firmè solidandis, ut integra anchora perfectè formetur.

TRes sunt consolidandæ partes, duo brachia, & virga: hoc maximi momenti & difficillimum opus est. Quod ut tutiùs perfici posset; mihi quidem placèret, extremitatem (*Fig. 3.*) *SPR* virgæ *EP* extendi veluti in alas *a, z*, jungendas

142 DE ARTIFICIO PRÆSTANTIORE

brachiorum principiis : placeret itidem, brachii (*Fig. 4.*) *XZ* extremitatem diduci in alas duas *e, u*, quarum *e* cum opposito brachii principio firmè consolidaretur; *u* verò cum virga ipsa conjungeretur modo eodem: placeret jungendas partes non malleo tantùm, sed etiam limâ elaboratas esse, ut perfectiùs congruere possent.

Ratione autem suadetur, confirmaturque experienciâ constanti, ferreas duas massas candentes, ferruminandas, eò meliùs congiungi & consolidari, quò gravioribus illâ malleis cuduntur. Malleus verò qui ab uno homine tractari potest; ut gravissimus sit, libras tamen quadraginta non excedet. Porro esset providendum, ut prægrandi malleo partes solidandæ ferirentur, atque ut super incude sine difficultate moveri partes ipsæ, & pro lubitu illi malleo subjici, possent.

Itaque vellem, malleum, qui saltem esset trecentarum librarum pondo, ad extremum trabeculæ longæ pedes circiter octo adaptari; & hanc circa medium instrui duobus cardinibus aptâ machinâ sustentatis, circum quos moveri liberrimè posset; & ab ejusdem trabeculæ extremo ejus altero (nisi alicujus aquæ cursu motus machinæ commodè inderetur) funes pendere, ut horum trractione elevaretur malleus, qui candens percuteret ferrum positum super incudem. At sub malleo eodem partes solidandas, aptè appositæque, ut melior operis requireret conformatio, accommodare oporteret.

Ad id obtinendum, vellem adhiberi machinam illam, quæ ad pondera tollenda inventa est (*Grus* à nonnullis dicitur: *le Gruau*) in loco, benè, & commodè positam; vellem funis ejus extremitatem instructam esse grandi unco ferreo, in quem induceretur anchoræ virga propè eam partem, propè quam esset gravitatis centrum movendæ ferreæ massæ. Vellem etiam, extremitati virgæ (*Fig. 3.*) *EP* congiungi tres ferreos baculos (peracto opere, abstrahendos, aut rescindendos) non admodùm crassos *BA, CD, EF*, longos tres vel quatuor pedes. Ita enim fieret, ut grue tantillùm moto, hominès tres applicati ad extremitates *A, D, F*, quomodocumque opus esset, celerimè partem solidandam super incude possent accommodare.

ANCHORAS FABREFACIENDI. 143

Illud autem diligentissimè curandum, ut plures ferreae laminæ aptè superponantur trium illarum partium extremitatibus jam ferruminatis, & cum iisdem hæ quoque novæ laminæ ferrumentur aptè solidèque; ut tandem ab extremis partibus brachiorum, & virgæ, atque ab adjunctis hisce laminis, formetur unum idemque solidissimum corpus. Nec verò probarem foramen ullum propè extremitatem *P* fieri. Quamvis enim per hoc trajectus religaretur funis index commode quidem, & commodè tunc adhiberi posset funis idem cum majori anchoræ minor adjungeretur, ne illa (ut aiunt) araret; id tamen foramen minus placet, propterea quod existimo, nihil quicquam esse tentandum, quod quovis modo eam possit partem debilitare. Et hæc omnia, ut reputo, conducent ad artificium fabricæ anchorarum perficiendum.

SECTIO SECUNDA.

Nova Anchoræ partium divisio & compositio proponitur.

§. I.

Quid partium Anchorarum divisio, ad faciliorem reddendam earundem structuram, præstare possit.

CUM divisionem partium propono, haudquaquam intelligo, ex unâ earum plures fieri; ut ex unâ duas quodammodo effici posse censebat vir doctissimus, idemque peritissimus artis machinarum, Claudius Perraultius, cui placuisset (quemadmodum in ejus Libro de Machinis videre est) anchoræ virgam *AB* (*Fig. 5.*) dividi in ramos duos *BP*, *BP*, suis annulis in *P*, *P*, instructos; quos per annulos trajectum anchorale dum traheret, ramis illis sese flectentibus, & quasi cedentibus, anchoralis tractionis violentia immiueretur.

Sed ego, partium divisionem proponens, prorsus intelligo,

144 DE ARTIFICIO PRÆSTANTIORE

divisim fabrefieri duas, vel tres, anchorarum partes, eo quidem modo, ut hæ possint sine ullâ ferruminatione deinde inter se aptari atque conjungi tam firmè quàm si, ferruminationis ope, essent integræ anchoræ juncturæ omnes consolidatæ. Porro quod in grandibus anchoris formandis maximum incommodum creat, est difficultas machinæ figuræ illius, & tam immanis ponderis, tractandæ: ut, artificum grandes anchoras cudentium labores pluries observando, planè cognovi. Neque enim (dum virga cum brachiis est consolidanda) machina illa incudi aptari, neque malleis subijci ex omni parte potest; neque ipsis artificibus suppetit commoditas operandi æquabiliter partibus omnibus, ut vel- lent. Quamobrem operandi difficultatem sæpè vitia operis consequuntur.

Hanc itaque nimiam difficultatem tollere, idem fermè ju- dico, ac suppetitare modum fabricæ anchorarum perficiendæ. Hanc verò difficultatem tolli posse reor, componendo an- choras ex duabus, vel tribus, partibus seorsim fabrefactis. Quapropter ad explicanda ea, quæ cogitavi de re hac, pro- grediar.

§. I I.

Ut Anchoræ ex tribus seorsim fabricatis partibus componi queant, explicatur.

Virgæ, & brachiorum partibus iis, quæ ad formandum nodum, sive crucem, destinantur, illiusmodi figura tribui debet, quæ ad firmandam connexionem apprimè facere possit.

Figuram igitur, quam virgæ tribuendam reor expositurus, pono (*Fig. 6.*) *PC* esse virgam, cujus pars *sznc*, ad nodum, consuetæ crassitie sit, quatuorque planis superficiebus termi- netur, quarum *sh*, eidemque oppositam, nominabo facies virgæ; & *nch*, atque huic oppositam, dicam virgæ latera. Hac verò parte *sznc* sit crassior pars proximè superior *HsenK*, in quâ ad latera duæ crenæ *st*, *nr*, sint incisæ. Virgæ extremitas *mCx* ejusdem crassitie sit cum superioris
partis

ANCHORAS FABREFACIENDI. 145

partis extremitate *stern*, & figuræ habeat ejusmodi, ut cum eâdem illâ superiore extremitate efficiat crenam *szhi*, in quam inferi possit brachii ala, & crenam *ihcn*, in quam inferi possit extrema pars brachii; totidemque alias crenas ad oppositas partes efficiat. *u* erit foramen, per quod trajici possit clavus haud crassus.

Quod verò ad brachia attinet, vellem, ut brachii pars (*Fig. 7.*) *u HD*, instructa pede suo *GD*, prædita esset eâ brachiorum aptiore figurâ, de quâ fusè aliàs à me dictum est: præter verò partem *ga*, quæ quadrare perfectè debet lateri virgæ, vellem brachium produci alâ veluti quâdam *us EF*, partim faciei virgæ, partim alteri brachio aptandâ: quamobrem brachium propè *gn* crassius faciendum; ut ala illa, toto tractu aptando virgæ, tam sit crassa, quàm in consuetâ formâ crassum brachium est: at reliqua ejusdem alæ pars, cum altero brachio connectenda, quasi ad cunei formam, extenuetur. Ad *n* & ad *s* vellem protuberare brachium & alam, ac duos quasi dentes *s*, *n*, efficere. *u* erit foramen æquale foraminis *u* virgæ.

Figura autem octava repræsentat jam descriptas partes aptatas inter se atque connexas: nimirum virgam *PC*, brachia alis instructa *BKIsn*, *DHGdb*, & hæc ut inserta esse debent alis suis in virgæ crenas. Apparent in eâdem Figurâ insertiones dentium *s*, *n*, in partem virgæ *ter*. Apparent duæ laminæ *Rb*, *qd*, quæ complectuntur alas, & quæ ex ferro ignefacto facilè circum alas easdem possunt circumplicari; quemadmodum circum junctiones dentium anchorarum instructarum dentibus quatuor probè fieri observavi: *u* est clavus alas & virgam (majoris firmitatis comparandæ gratiâ) connectens: *mCx* est virgæ extremum claudens, atque (ut ita dicam) roborans integrum artificium.

Ratione itaque hætenùs descriptâ, faciliùs, ut puto, anchoræ construentur, quoniam vitabitur maximum illud incommodum crucis ferruminandæ: ac partes multò commodiùs (& quod consequitur, perfectiùs) pro connexionelaboratæ, nodum efficere poterunt valentiorẽ, quàm si

146. DE ARTIFICIO PRÆSTANTIORE

ferruminatione data fuisset opera, ut coalescerent. Ubi vitietur aliqua pars; multò promptius redintegrari illa poterit, facili dissolutione; novæque compositione anchoræ totius. Nodus erit gravior, pressionemque anchoræ juvabit. Magisque partes resistent, quoniam impetus nodis vim faciens, imprimetur in plures partes, neque contra angulum, à virgâ & brachio comprehensum, ita aget; ut secundum consuetam formam, agere solet.

§. III.

De Anchorarum ex duabus, separatim fabrefactis partibus, compositione.

Quæ superiore in articulo exposuimus, expeditiora quidem reddunt hæc, quæ sunt modo proponenda. Igitur, ut prius, sit (*Fig. 9.*) *PC* virga; in quam, ubi nodus fieri deberet, insculptum sit grande foramen *a L*, os habens quadrilaterum, atque intus planis superficiebus terminatum, ad quod adjacentes (ut ita dicam) parietes *tz, es*, crassissimi sint, ac æquivalentes consuetarum anchorarum crassitie ad nodum. Desinat autem virga in duos mucrones *Cm, Cx*, longos quartâ unius futuri brachii parte, ac quales refert ipsa figura. Neque sanè difficile erit partes hæc fabrefacere; quandoquidem baculi illi & laminæ ex quibus componitur virga (ut aliàs est demonstratum) non conjunctæ ubi foramen, atque intortæ & circumactæ ad extremum, materiam suppeditare possunt huic operi solidè perficiundo. *uu* sunt duo foraminula, per quæ trajici duo clavi possunt.

Brachia sunt (*Fig. 10.*) *BRFqD*, quæ unicam solidamque anchoræ partem unâ efficiunt. *uu* sunt duæ crenæ ad excipienda clavorum dorso, ut inferiùs dicetur.

Demùm undecima Figura refert partes illas arcè conjunctas. In virgæ *PC* foramen *a L* inducta sunt brachia *BRqD*, firmiter connexa cum virgâ ipsâ duobus clavis *uu* comprimentibus crenas paulò supra indicatas; atque ita etiam brachia eadem comprimuntur contra mucrones *Cm, Cx*.

ANCHORAS FABREFACIENDI. 147

Anchoræ verò, confectæ modo hoc, pedes facili artificio, vel etiam clavis, adjungentur.

Hæc autem si considerentur, simul (opinor) etiam intelligetur commoda illa ad calcem superioris articuli proposita, ad hunc quoque modum anchoræ fabrefaciendæ pertinere. At certè illa (haud leviter animadvertenda) major erit utilitas, quâ minuetur periculum (periculum sanè anchoris sæpè fatale) ne anchoræ brachia, ubi hæc connectuntur cum virgâ, frangantur. Quandoquidem, si ponamus brachii *sD* pedem fixum hære, atque solidum illud virgæ & brachii aggregatum *PesD* esse vectem facili concipiemus, hujusce vectis esse quasi duo fulcra clavum *e*, & apicem *x* mucronis *Cx*; quamobrem vis ad *P* applicata minus quidem valebit ad disfringendum brachium in *s* ubi illud cum virgâ conjungitur. Itaque concludam videri mihi hisce artificiis & faciliorem & tutiorem propositam fabrefactionem anchoræ haberi posse.

FINIS.

280. *[Faint, illegible text]*

DE MELIORE



DE MELIORE MODO
EXPERIUNDI

ANCHORARUM
VIRE S,
SEU RESISTENTIAM,
DISSERTATIO.

Hic teneat nostras Anchora CERTA rates.

U^T nemo, qui sapiat, inficias iverit, perutiles esse regulas benè provisas & diligenter constitutas ad anchorarum figuras optimè præscribendas, atque ad commonstrandam fabricationem earumdem aptiorem : ita quoque fatebitur is, perutilia futura experimenta, quibus perspiciatur num regulis illis respondeant fabrefactæ anchoræ, num debitâ præditæ sint resistantiâ. Uno verbo dicam ; propositi problematis perfectio tam excessit, quàm præstat, in periculo esse anchoram solam potiùs quàm simul cum anchorâ navim, navigantemque. Id quidem unum qui cogitet, faciliè (ni pessimè fallor) cùm excellentem sapientiam eorum, qui problema proposuere, tùm problematis ejusdem permagnum momentum, omnique curâ dignum, esse cognoscet. Vel ego itaque lubens conabor, & dissertatione hac in duas partes divisâ, primùm quæ sine machinis, deinde quæ machinarum ope, sunt perficienda, exponam.

SECTIO PRIMA.

De iis, quæ ad propositum problema pertinent, nullius tamen machinæ explicationem requirunt.

§. I.

De violentis inflexionibus ac rupturis partium anchorarum.

CUR contorqueantur & frangantur anchoræ, duæ plerumque causæ sunt, quæ conveniunt: interna (ut ita dicam) una, altera externa. Primum agamus de primâ.

Constat experientiâ corpora firma ita ab naturâ esse constituta, ut eorundem fibræ aliquando quidpiam habeant heterogenei, ut appellant, & inæqualibus viribus cohæreant. Hæc verò inæqualitas haud raro crescit, si ars egerit in corporibus iisdem. Quod si multæ fibrillæ ferri laxiores sint, & extensionis nimium capaces torquentur flectunturque, leviori momento anchoræ partes. At rumpuntur anchoræ, ubi ferrum impurum fuerit, ac extraneis corpusculis nimis infectum, ubi inter ferreas laminas partesque, ex quibus adferruminatis formata anchora fuit, cavernulæ aliquæ internæ remanserint, ubi interior ferrugo soliditatem læserit, vel similia contigerint. Ac quidem partes quasdam quasi arenæ similes, scissuras, aliquando etiam cavitates, in variis, quas vidi, fractis anchorarum partibus, observavi. Hinc autem manifestum est, neque cohærentiam basium illarum fuisse integram, neque fuisse fibrillas in eâ materiâ omnes ejusmodi, ut fibrillæ ipsæ extendi & elongari æquabiliter possent antequam rumpentur: cum tamen basium integrarum cohærentia & fibrillarum (ante rupturam) ad extensionem æquabilis dispositio, duo principia sint momenti magni; ut quidem animadverterunt Mariotus, Varignonius, aliique, qui posterioribus temporibus in doctrinâ resistentiæ firmitatis corporum explicandâ, magnâ cum laude sunt versati.



ANCHORAS EXPERIUNDI. 151

Sed jam pergentes ad causas, quæ externæ agunt, animadvertemus, tunc maximè fieri posse, ut anchoræ lædantur cùm earundem brachia foraminibus aut cavernulis saxei fundi sunt infixæ firmiter, neque loco cedere queunt modo ullo. Si enim navis à gravibus ventis vehementiùs agitetur, violentia tractionis anchoralis efficere potest, ut anchoræ partes inflectantur, si ex molli ferro sint; vel ut disrumpantur, si sint ex ferro duriore. Quoniam vero in ejusmodi anchoræ constitutione virga quasi vectis est, brachiis vim faciens; ideo brachia læsionibus sunt magis obnoxia, & quidem propè pedes, namque hi resistunt; & prope angulos crucis, ubi primus virgæ conatus exercetur. Aliquando etiam læditur virga propè tertiam sui partem infra caput, plerumque ubi conjuncta fuere gemina virgæ frustra, quando virga formata fuit. Cæterum alibi etiam frangi anchoræ queunt, si alibi infirmæ sint internæ earundem partes, ob vitia illa, de quibus paulò supra dictum est.

§. II.

*Attentis iis quæ superiore in Articulo dicta sunt, explicatur,
quid modus anchoras experiundi, suapte naturâ,
referre debeat.*

UT periculum fiat virium resistentiæque anchorarum, violentia iisdem aliqua adhibenda est similis ejus, quam ab externis jam enarratis causis, usu anchoræ ipsæ pati possunt; ut ita dignoscatur, num anchoræ aliquo laborent ex vitiis iis, quæ ad causas pravæ earundem structuræ internas jam retulimus.

At diligenter animadvertere oportet, curandum profecto esse, ut anchorarum vitia, ubi iisdem insint, detegantur; verùm eodem tempore esse cavendum, ne violentiâ nimia etiam anchoræ illæ quæ vitiis carerent, disrumpantur. Porro ea est adhibenda ratio tentaminum, quibus anchoræ suum quidem robur manifestare possint, lædi autem ex nimia violentiâ non possint. Et in hac tentaminum cautione (ut opinor) propositæ rei cardo est.

Primi quidam modi roboris anchorarum explorandi, indicantur.

SI malleo percuterentur variae anchorae partes, ex sono aliquid fieri posset de ipsarum soliditate iudicium. Item ex diligentissimâ partium mensurâ cum pondere comparatâ, de ferri anchorae ejusdem densitate duci aliqua posset conjectura. Aliqua itidem ex attentâ inspectione superficialium ipsius anchorae, num ferri suapte naturâ capacis levigationis, aut scabri signa apparent. Limâ ferri durities tentari posset. Modis itaque hisce, & similibus roboris anchorarum indicia veluti quaedam possent vestigari.

At per se satis est manifestum, eas conjecturas seorsim factas aut ex sono, aut ex mensurâ & pondere, aut ex superficialium inspectione, aut ex alio aliquo de hujusmodi tentaminibus, esse incertas conjecturas & ambiguas: si tamen ex hisce plures unâ consentirent præbentes singulae eadem vel præstabilia, vel prava indicia; non adeo incertum esset & ambiguum quod exinde fieret iudicium.

S. IV.

Experimentum sumendum de anchoris, percussione ex casu oriundâ, profertur.

PERCUSSIONE (ut fieri apud Batavos consuevit) resistantiam anchorae possumus experiri, curando ut anchora cadens ex edito loco impingatur in subjectam crassissimam ferream virgam transversè positam, aut in crassissimam ferream laminam. Ejus enim anchorae structuram vitiis carere, & ejus partes satis esse firmas; probabile fiet, si ex violentâ illâ collisione nullum ceperit anchora detrimentum.

Itaque usus percussione (cujus vis limitari ac definiri ex notâ impetûs doctrinâ potest) inter utilia tentamina ponendus esse videtur. Si tamen considerentur diligenter positiones
centrorum

ANCHORAS EXPERIUNDI. 153

centrorum gravitatis in brachiis anchorarum, atque animadvertatur, gravitatis vim quasi in centris iisdem constitutam reputari consuevisse; dissimulandum non erit, paulò minùs exploratam haberi anchorarum resistantiam quæ huiusmodi tentatur experimentis.

Quæ nihilominùs (ut certiora fierent) juvari possent, si anchoræ pedi utrique adjungeretur connectereturque extraneum aliquod pondus æquans, puta decimam sextam ponderis totius anchoræ partem: nam gravitatis brachiorum centra, versùs eorundem extremitates quodammodo retracta, agerent eo modo, quo considerato, ratione tutiòri ferri iudicium possët de anchorarum robore resistente viribus, eas flectere conantibus aut frangere.

Sed, antequam Sectionem hanc finio, addam, tentamen aliquando aliud institui ad experiendum, num anchoræ pes futurus sit aptus, ut se se convertat versùs fundum eundemque mordeat. Super lævigata superficie anchora ita detinetur, ut unius ejus pedis extremitas, & axis lignei extremitas una superficiem eandem contingant; tum verò anchoræ permittitur, ut moveatur: ac si anchora convertatur in orbem, ea conversio indicio est perfectionis figuræ ejusdem. Verè tamen ac liberè dicam: perfectio illa examine attento figuræ partium anchoræ datæ, atque consideratione diligenti proportionis earundem, meliùs quidem quàm experimento, cognosci potest.



SECTIO SECUNDA.

Ufus quidem machinarum, in experimentis de Anchorarum vi & resistentiâ instituendis, proponitur atque explicatur.

§. I.

De æstimandâ & pro lubitu determinandâ quantitate primæ vis, quam machinæ datæ oporteat applicare.

EXPERIMENTA, quæ machinarum vi & violentiâ tentarentur, verebar olim, ne nimium aliquando valere possent: nempe dum contingeret, ut ea adhiberetur vis, cui facilè neque optimæ resisterent anchoræ. Atque hinc opinabar, dubiam semper futuram ac incertam determinationem quantitatis adhibendarum virium ad experimenta de anchoris, ope machinarum, instituenda.

At discipulus est prioris posterior dies: mutavi deinde sententiam eatenus, quatenus cogitavi de modo apto ad æstimandas vires, quas homo aliquis impendere posset ad motum ope machinæ procreandum. Constitui enim, in experimentis (de quibus agendum est) primum principium motûs, hominis alicujus ad machinam applicatione, procurari oportere. Ad vim autem hominis illius æstimandam, augendam, minuendamque facere posse credidi artificium hoc, quod proponam.

Sint duo fulcra (*Fig. 1.*) *ACD, BEG*, per quorum foramina *u* ac *t* liberè volvi queat teres paxillus *St*; cujus axis congruat cum axe cylindri *TZN*. Sit *ae* prima rota, quæ debeat adhiberi in machinâ idoneâ ad tentanda anchorarum experimenta. Sed (gratiâ facilioris comparationis cum cylindro *TZN*) fingamus eam rotam ad propositum paxillum esse aptatam, & hujus axem per ejusdem centrum pertransire.

Cylindro *TZN* intelligatur adnexus funis *gd*, de quo dependeat pondus *P*. Rotæ autem & cylindri diametri sint

ejus magnitudinis; ut actiones dentium rotæ, & ponderis trahentis exerantur æquali intervallo ab axe paxilli, quasi vires essent applicatæ ad extremitates similium & æqualium radorum alicujus axis in peritrochio.

Bacilli extremitas desinat in crassum parallelepipedum qR , in medio perforatum, ut in foramen immittatur manubrium xFm , recurvum in F , ad cujus extremitatem manus V hominis debet applicari. Demum, n est cochleola, quâ firmatur manubrium, ut ejus longitudo nF ea (pro lubitu) sit, quæ requiretur.

Id artificium ad rotam ae propositam refertur. Hujus autem vis proficiscitur ab vi applicatâ ad V . Et vis applicata ad V æstimatur ex pondere P .

Si constans esse debeat manubrii longitudo nF ; augeatur vel imminuatur pondus P eò usque, dum inter ipsum & vim applicatam ad V , æquilibrium fiat: ita pondus P erit vis ejusdem V mensura.

Quando opus sit, ut rota ae ab hominis manu, hoc est, à vi applicatâ ad V , recipiat determinatam quandam vis quantitatem respondentem dato alicui ponderi P ; tunc ope cochleolæ n firmetur manubrium ad eam longitudinem nF , quæ propria sit, ut vis applicata ad V æquivaleat vi ponderis P . Ita in nostro erit arbitrio, adhibitâ machinâ propositâ, æstimare vires ad V applicatas, & posse eam, quâ indigebimus, determinatam primæ vis quantitatem applicare.

§. I I.

De machinâ, rotis composuâ, ad anchorarum robur pertinentandum, aptâ.

V Im fieri anchoræ non posse, nisi firmiter consistant & anchora, & machina vim faciens, certum aded esse opinor, ut minimè debeat demonstrari. Fingam itaque ad murum solidissimum aptatas esse machinam, anchoramque. Sed super solido etiam pavimento quæ propositurus sum (paucis mutatis) præstari facillè possent.

Sit itaque murus (*Fig. 2.*) *ABCD*, & ex eo promineant duo (vel plures) ferrei trunci *EF*, quorum, ut ita dicam, radices tam firmiter intra murum sint consolidatæ; ut ab machinæ violentiâ neque lædi, neque vinci ullo modo queat eorumdem resistentia. Crassius ferreus baculus, de quo experimentum sit sumendum, inferatur inter eosdem truncos *E* & *F*, alterâ sui parte: parte verò alterâ comprehendatur ab unco ferreæ regulæ *IKML*. Quæ regula dentata sit, moveaturque horizontaliter à dentibus tympani *nm*. Hujus tympani axis idem sit ac rotæ *NP*. In ejusdem autem rotæ *NP* superiores dentes inferantur dentes tympani *ec*. Quod tympanum in eodem axe est cum rotâ *QR*, à cujus dentibus excipiuntur dentes tympani *gh*. At tympani hujusce *gh* axis instructus esse intelligatur manubrio, cujus artificium idem sit, ac artificium manubrii (*Fig. 1.*) *xRFm*, superiore in articulo explicatum.

Post hæc animadvertere præstat, tympanum (*Fig. 2.*) *gh*, quod in propositâ constructione ultimum est, posse conjungi cum axe alterius rotæ, & hanc moveri posse ab alio tympano quod ultimum sit; atque eâdem prorsus ratione datum esse augere numerum tympanorum rotarumque; &, quod consequitur, augere (pro lubitu) machinæ vires.

Proposita autem ferrea dentata regula, nec non rotæ, atque tympani, tantæ crassitiei firmitatisque esse debent, ut dum agit machina, partes illæ, neque curvari, neque deprimi, neque à locis suis dimoveri, neque lædi, neque frangi, violentâ machinæ actione queant. Idemque intelligendum cum de partibus destinatis ad continendos rotarum, tympanorum, cylindrorumque axes, tum de partibus reliquis, quibus machina tota (artificiis consuetis) conligata erit, atque connexa. Uno verbo dicam: tam firma ac robusta machina esse debet; ut ipsa quidem (si vis ad manubrium applicata potis sit) ferrum *GH* curvare aut frangere possit, ipsa verò capere detrimentum non possit.

Et cum jam superiore in articulo artificium demonstraverim conducens ad cognoscendam quantitatem primæ vis,

quæ impenditur, dum effectus aliquis ope machinæ, compositæ rotis, progignitur; nunc velim, adhibitâ machinâ hac, varias determinari primas vires expressè necessarias ad ferreos baculos, varias crassities habentes, inflectendos, aut disfringendos. Velim (gratiâ exempli) dato ferreo baculo parallelepipedæ figuræ, cujus quadratæ basis latus esset pollicis unius, eodemque inter *F*, *E*, & *KI*, constituto, velim, inquam, determinari primam vim necessariam, ut id ferrum inflectatur, vel disfringatur: hanc autem vim primam pollicis unius appellabo.

Itaque, his positis, si datâ anchorâ aliquâ placeat experimentum sumere de uno ex ejusdem brachiis, inter *F*, *E*, & *KI*, constituto, cujus brachii minima crassities uni quadrato pollicis respondeat; pro vi primâ adhibeatur vis paulò minor vi illâ primâ pollicis unius (de quâ modò dictum est). Et, si brachium resistat, jam experimento de firmâ illius partis anchoræ constitutione liquebit.

Porro, quæcumque anchora detur, semper vis determinata, ope alicujus ex iis experimentis, quæ paulò supra sunt indicata, vel novi ope experimenti, modum suppeditabit tentandi & virgam & brachia ejusdem anchoræ datæ. Atque ita, si hæ partes solidè resistant, habebitur ipsius anchoræ firmitas experimento comprobata.

Neque plura addam: nota enim sunt quæ spectant ad propositæ machinæ partes. Sed quoniam earumdem usus, & virium æstimatio facilis est; idcirco à me planè habitæ sunt partes illæ ceu perutiles; ut, conjunctæ cum artificio à me tradito primæ vis æstimandæ, ad novum propositum hoc opus transducerentur.

§. III.

De simplicissimâ machinâ ad vires resistentiæ Anchorarum dignoscendas experimentis.

QUI minùs sapiunt mysteriis delectantur, hoc est implicatiora artificia pluris faciunt. At simplex machina, postremo

hoc loco, à me quidem proponitur lubenter, quoniam sub-
jicitur judicio Sapientum, quibus res hujuscemodi ipsâ suâ
simplicitate commendantur. Pars prima, à quâ ordiar, erit
fulcrum (*Fig. 3.*) *ABCDEF*, cujus constructio potest pro
lubitu, & pro re natâ, ac pro loci opportunitate variari (ut
adhibendo grandes ferreos palos in imo crassissimi muri hori-
zontaliter intrusos, vel in aliquod fundamentum infixos)
dummodò tamen fulcrum ipsum sit solidissimum, præsertim
ubi extant partes *EF*, in quas inferi debent cardines *ns*.

Extremitati trabeculæ *ab*, longæ saltem duodecim pedes,
validissimè aptati esse debent cardines illi; ut trabecula ea-
dem, ipsorum ope, liberrimè volvi queat: ita tamen ut,
ejus axem ab uno eodemque plano verticali nunquam exeun-
tem, in eodem plano circulum quodammodo describere,
concipi queat.

Malleus *eq*, haud absimilis iis, qui cursu aquæ moventur
in ferrariis officinis ubi fodinæ sunt, prægrandis (puta qui
pendeat quingentas pondo libras, aut amplius) sit infixus in
trabeculam eandem, sed tamen possit versus utramque extre-
mitatem *a*, vel *b*, pro lubitu duci (undè mutetur distantia
aR) & hæc ubi sit determinata, ibi ille ferreo cuneo in *R*
impendendo, satis arctè firmari queat.

Vellem constitui sub hoc singillatim varios bacillos, sive
varia parallelepipeda ferrea, ut *HL*: & hæc imponi soli-
dissimis fulcris *GI*, *MN*, ut nihil esset ad *P*, sub ferro *HL*,
ubi ictus ferro eidem est infigendus.

Tribus autem modis fiet ut major vel minor sit percussio-
nis effectus: nimirum auctâ vel imminutâ distantia *aR*;
malleo ad majorem, vel minorem altitudinem elevato; ac
demum fulcris remotioribus, aut vicinioribus inter se. Quæ
varietatum facilitas perutilis quidem esse debet perque com-
moda.

Notæ verò esse possunt & distantia *aR*, & distantia inter
fulcra, & altitudo, ad quam elevandus sit malleus, ut primò
(ita dicam) inflectatur vel disfringatur ferrum *HL*: igitur,
si aliquantillo aut alterutra ex distantiis illis, aut altitudo illa

ANCHORAS EXPERIUNDI. 159

imminuatur, usque dum non ampliùs inflectatur, aut non rumpatur ferrum idem : jam habebitur certa & explorata mensura ad tentandas eodem modo anchorarum partes ; & ad ferendum de partibus iisdem iudicium : atque id rationibus illis, quæ expositæ sunt in superiore secundo articulo, & quæ faciliè ad hunc quoque referri queunt.

Ita machinâ simplicissimâ, & (nî pessimè fallor) satis tutâ, datum erit experiri anchorarum vires seu resistentiam : quod quidem reor ad perficiendam Dissertationis hujusce propositionem requiri.

FINIS.

*FIN de toutes les Pieces qui ont remporté les Prix
de l'année 1737.*



7

221

THE JOURNAL OF THE

AMERICAN MEDICAL ASSOCIATION

1917

PUBLISHED WEEKLY

CHICAGO, ILL.

VOLUME 14

NUMBER 1

JANUARY 1, 1917

Fig. 3



Fig. 1



Fig. 2

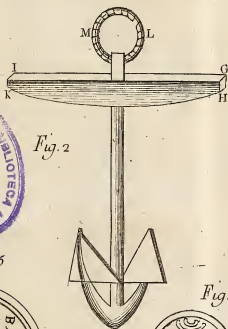


Fig. 4



Fig. 5



Fig. 6



Fig. 7



Fig. 8



Fig. 9



Fig. 10



Fig. 11

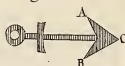


Fig. 12



Fig. 13



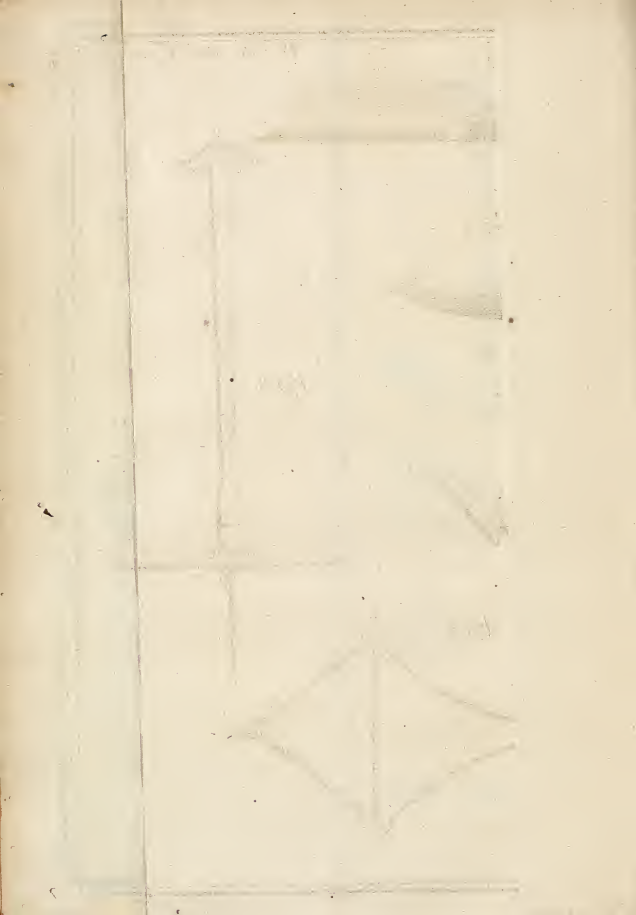


Fig. 1



Fig. 2



Fig. 4

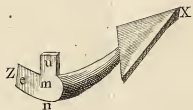


Fig. 3

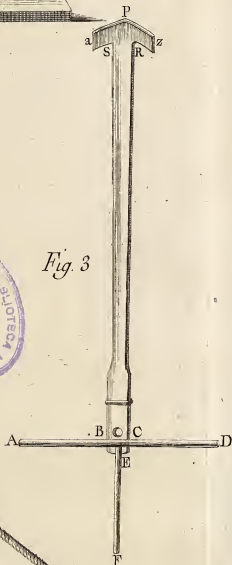
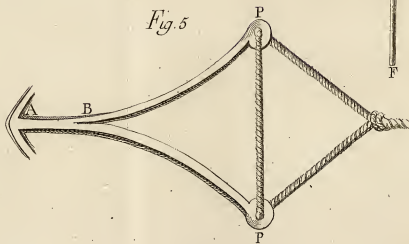


Fig. 5



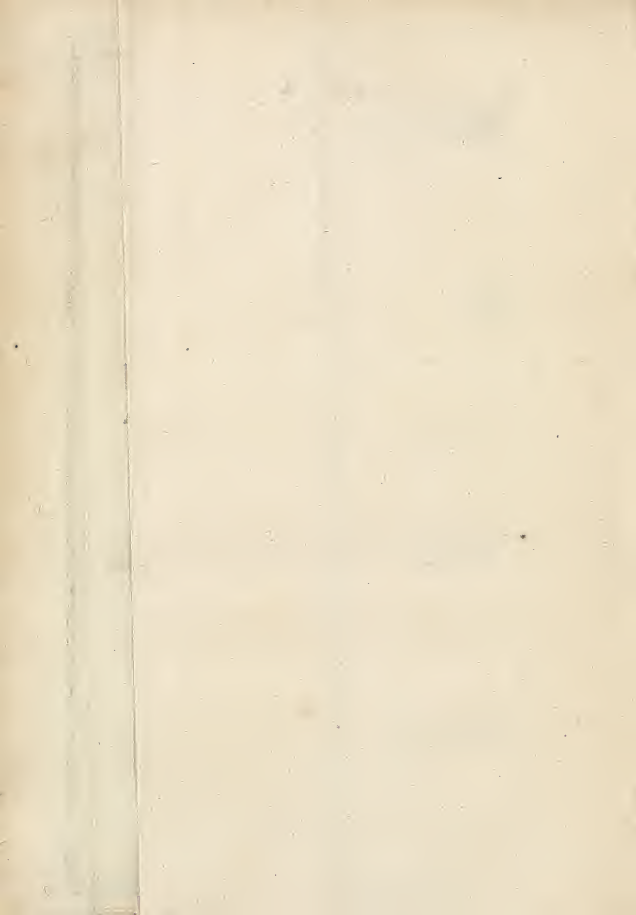


Fig. 7

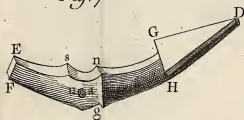


Fig. 6

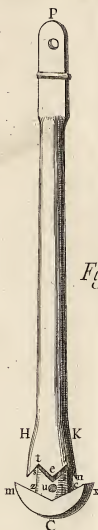
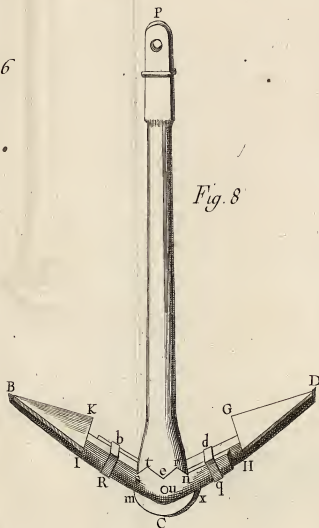
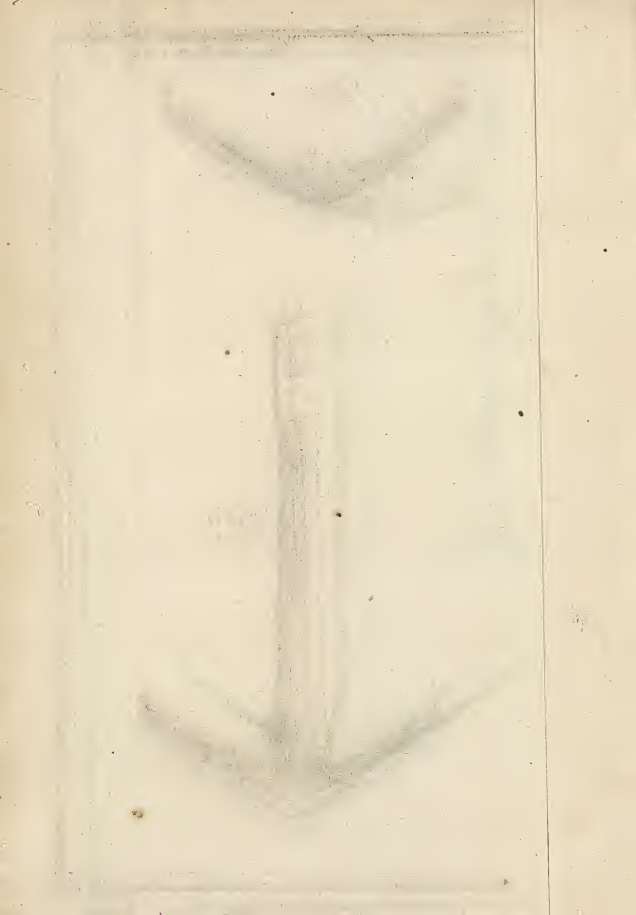


Fig. 8





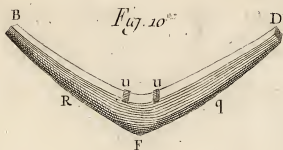


Fig. 10^{es}

Fig. 9

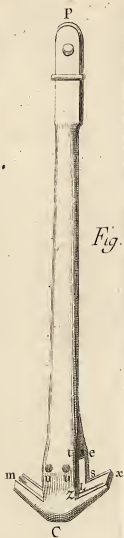
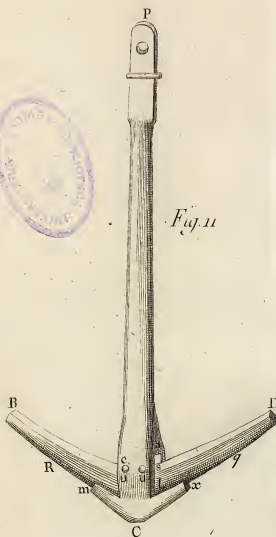


Fig. 11



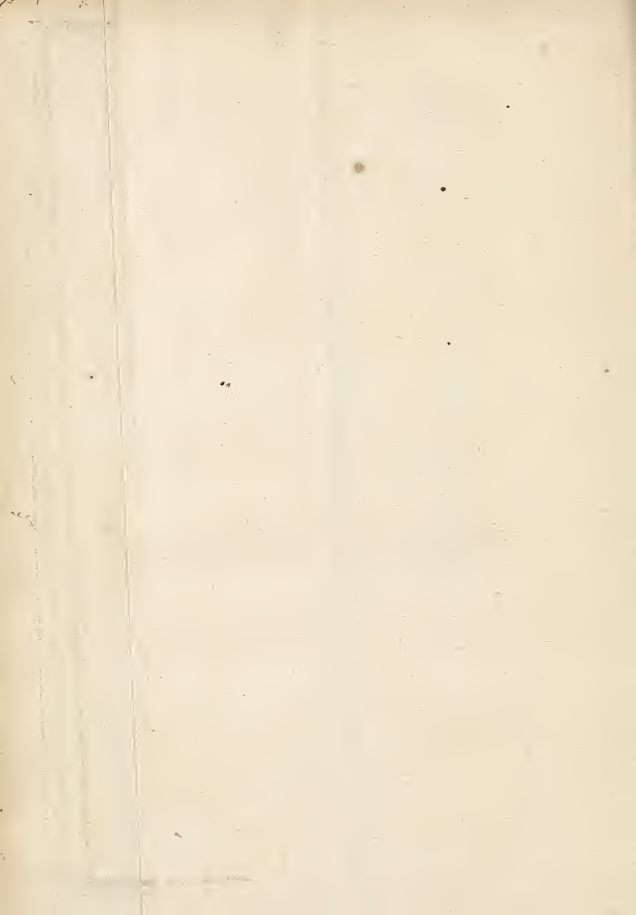


Fig. 14

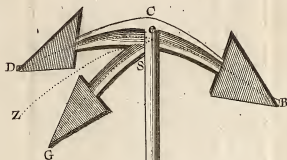


Fig. 15

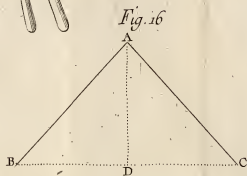
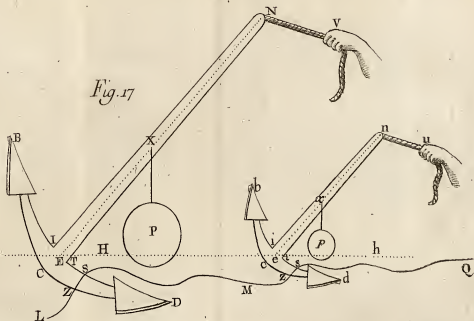
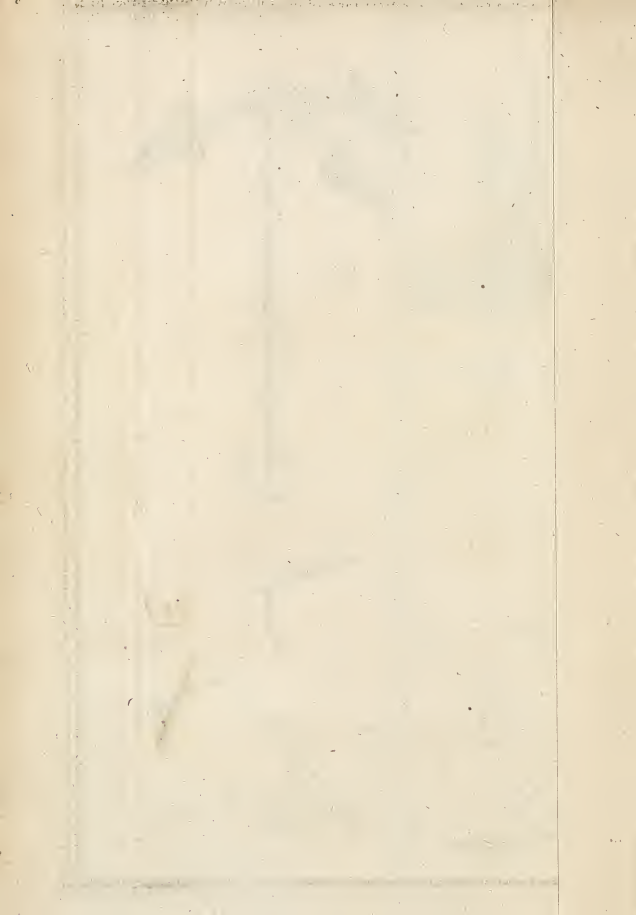


Fig. 17





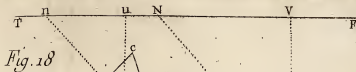


Fig. 20

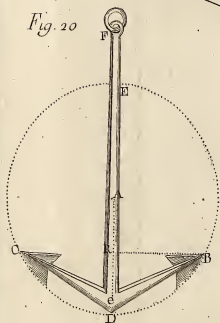


Fig. 18



Fig. 19



Fig. 21

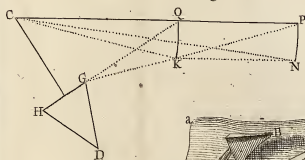
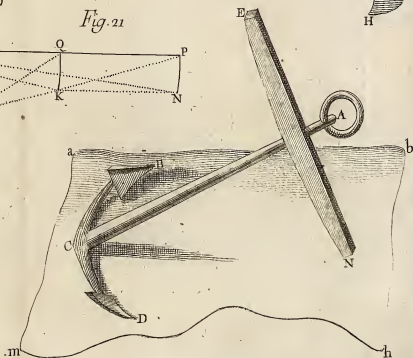


Fig. 22



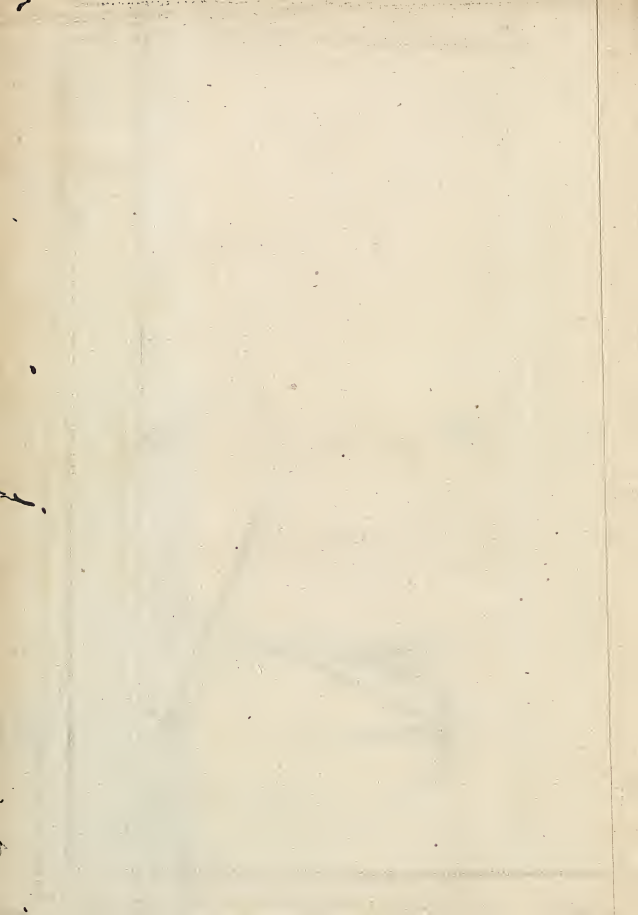


Fig. 23

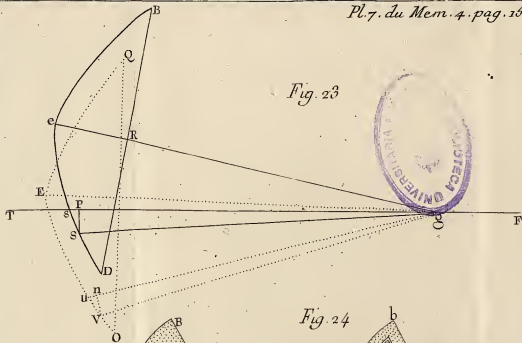


Fig. 24

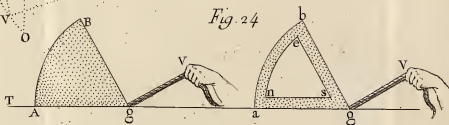


Fig. 25

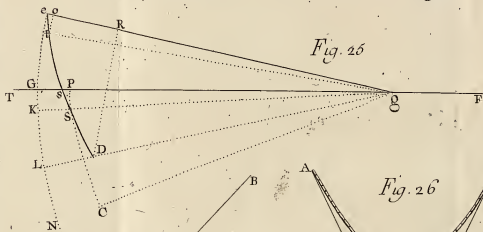


Fig. 26

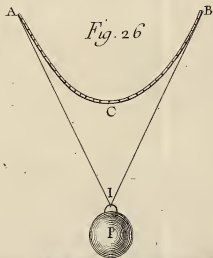
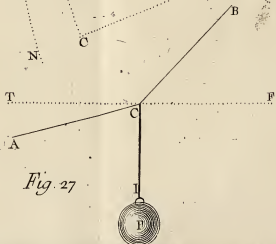


Fig. 27



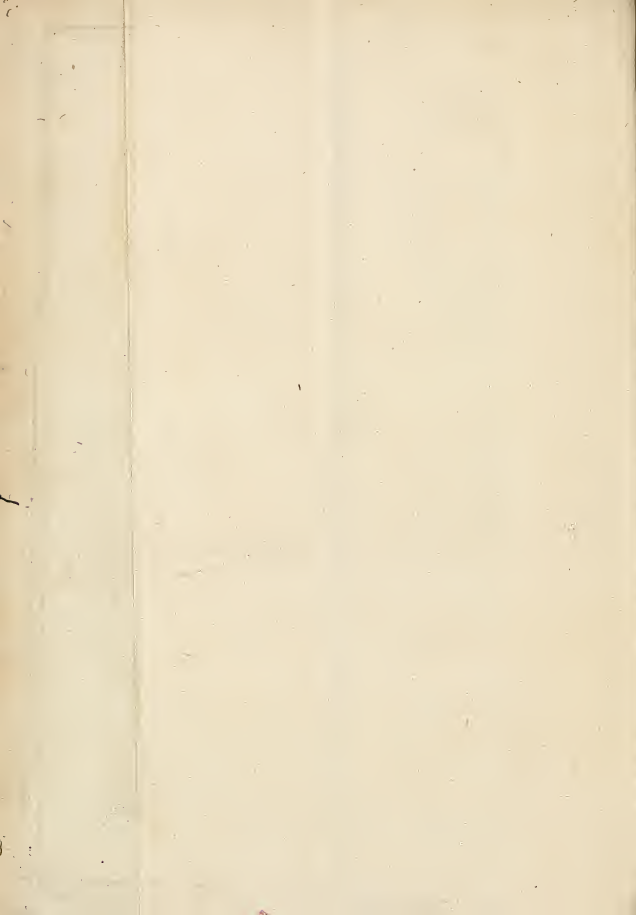


Fig. 1

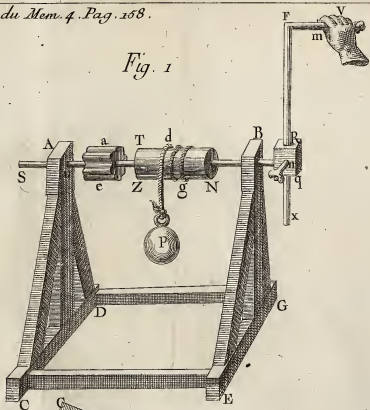
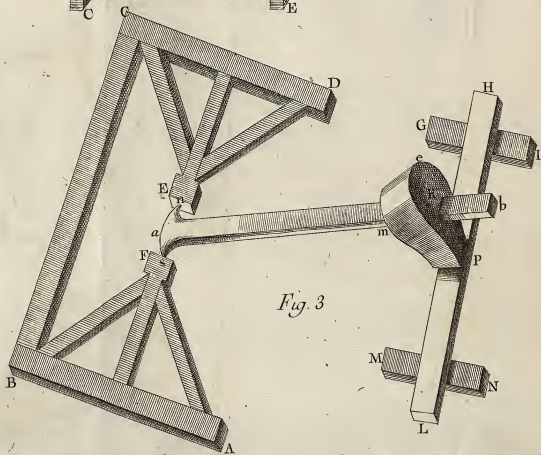
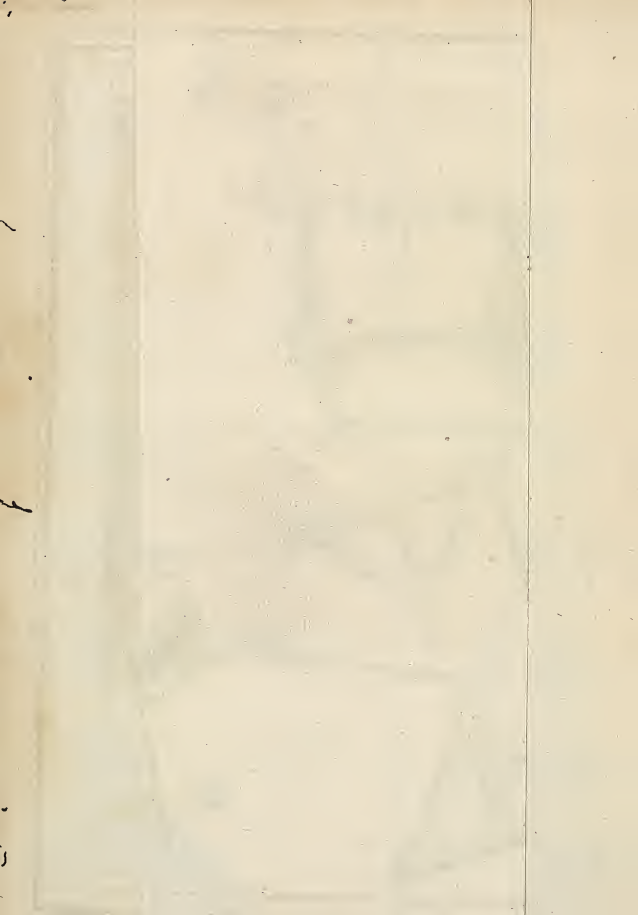


Fig. 3





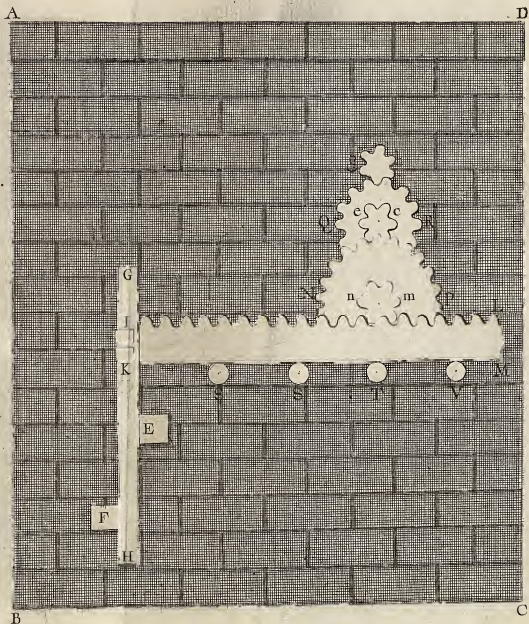
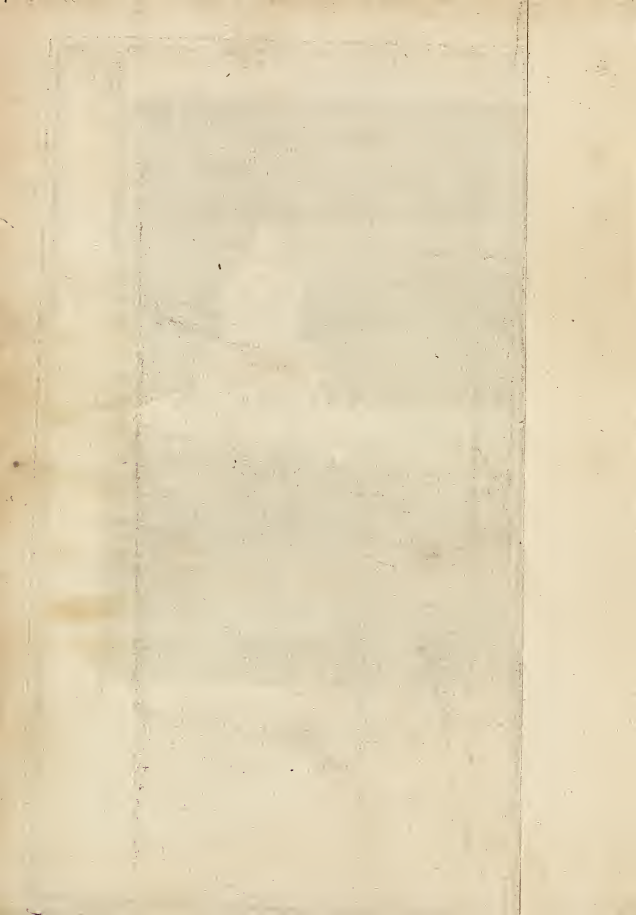


Fig. 2







4077(240)/120

UNIVERSIDAD DE SEVILLA



600157725

i 24670042

PRINCEPS
PRIX
DE
L'ACADEMIE

TOME I

1710